新たな走行安定性評価を目指した蛇行動解析

山長　雄亮
Yusuke Yamanaga
車両技術研究部
車両運動研究室
主任研究員

はじめに

鉄道車両固有の現象の一つに蛇行動と呼ばれる自励振動☞があります。蛇行動は，ある一定の速度を超えると突然発生することがあり，その場合，比較的大きな揺れが継続するため乗心地や走行安定性の観点からは好ましくありません。そのため，目標とする速度まで蛇行動が発生しないことを確認する必要がありますが，その方法の一つに，実験室内で行う蛇行動試験☞（図1）があります。

これまでの研究で，単純回転試験で蛇行動が発生する速度より低い速度でも，加振によって

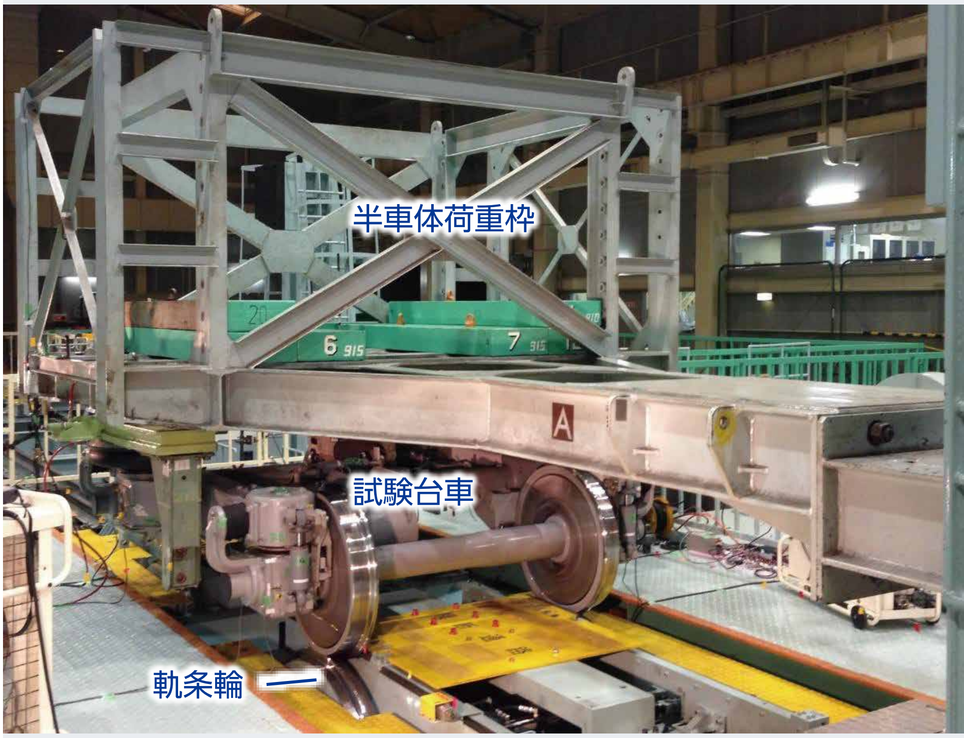
☞ 自励振動

自励振動は，本来非振動的であるエネルギーが自身の特性により振動を促すエネルギーに変換されてどんどん成長していく振動のことを言い，周期的な外力が引き起こす振動とは発生メカニズムが異なります。鉄道車両の輪軸がレール上を転動すると，車輪とレールの接触面で生じるわずかな滑りによりクリープ力と呼ばれる接線力が発生しますが，このクリープ力が蛇行動を引き起こすエネルギー源となります。

☞ 実験室内での蛇行動試験

実験室内での蛇行動試験では，レールと同じ断面形状を持つ円盤状の軌条輪を使います。この軌条輪の上に試験用の台車を載せ，高速回転させることで，車両が真っ直ぐなレール上を高速で走行している状況を再現します。この方法により，蛇行動が発生する速度を実験室内で調べることができます。蛇行動試験は大きく分けて，軌条輪を回転させるだけの単純回転試験と，軌条輪の回転に加え明示的な外乱を与える加振試験の2種類あります。加振試験では，軌条輪自身を揺する方法や，台車を直接揺する方法など，設備に応じた方法が用いられます。

図1　実験室内で行う蛇行動試験の様子



揺れ始めるきっかけを与えられた場合，その揺れの最初の振幅の大きさがある境界値（以降，振幅境界）を超えると蛇行動が発生することが実験で明らかになりました[1]。本記事では，その振幅境界を計算によって求める方法を紹介します。

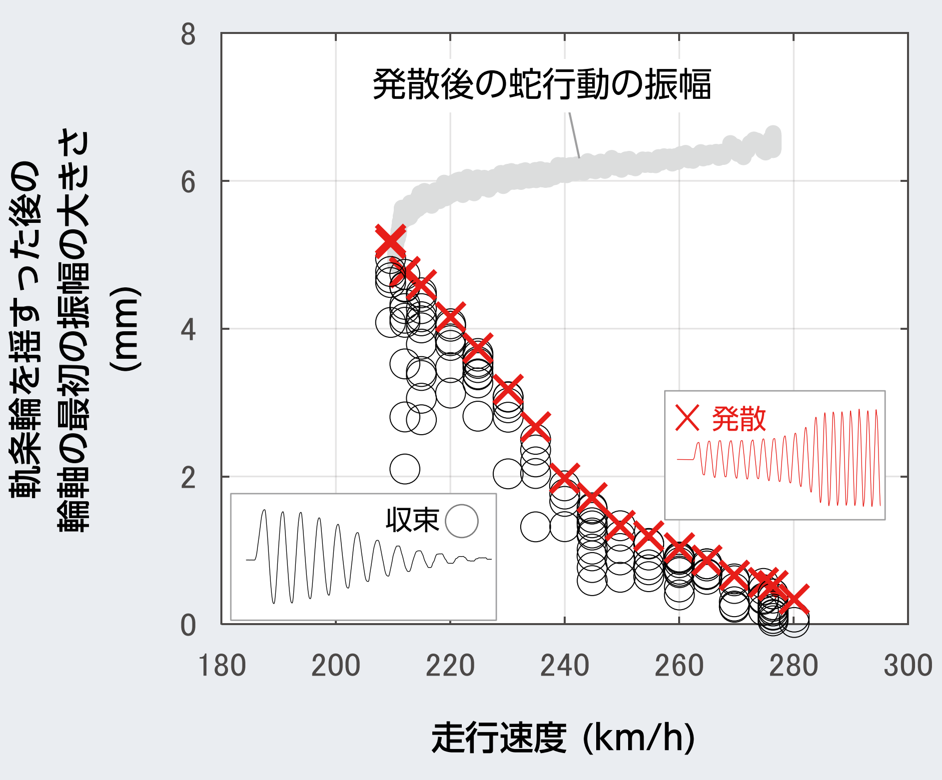
蛇行動の発生有無を分ける振幅境界

蛇行動の発生有無を分ける振幅境界の実測例を図2に示します。図にある○と×は，ともに軌条輪を左右に加振して輪軸が揺れ始めた時の最初の振幅の大きさを表しています。○は，揺れ始めてから振幅が徐々に小さくなり最終的に振動が収束したことを意味しており，×は，揺れ始めると振幅が徐々に大きくなり最終的に大きな振幅の蛇行動に至ったことを意味しています。また，同図には，蛇行動が発生している時の振動の振幅の大きさを灰色の実線で重ねています。図からは，○と×を分ける明確な境界線が存在していることが分かります。

図2の各○×の中から，時速223km/hにおいて上下に隣り合う○と×を選び，それぞれの振幅から出発した時の輪軸の動きを見てみます。図3は，輪軸の左右方向の動きを状態（位置と速度）の変化と考えて，それを平面上で視覚的に表現しています。○が示す振幅から出発した輪軸の動きを表す黒いスパイラルは，時計回りに周回しながら中央の点に向かって収束していきます。一方で×が示す振幅から出発した赤いスパイラルは，時計周りに周回しながら，徐々に外側へ向かって離れていきます。

ここで，黒いスパイラルの外縁部と赤いスパイラルの内縁部が，交差することなく隣接している点に注目します。図2で，○×をさらに細かく測定して真の境界点が見つかったと仮定します。もし，それと全く同じ大きさの初期振幅

図2　収束と蛇行動を分ける振幅境界



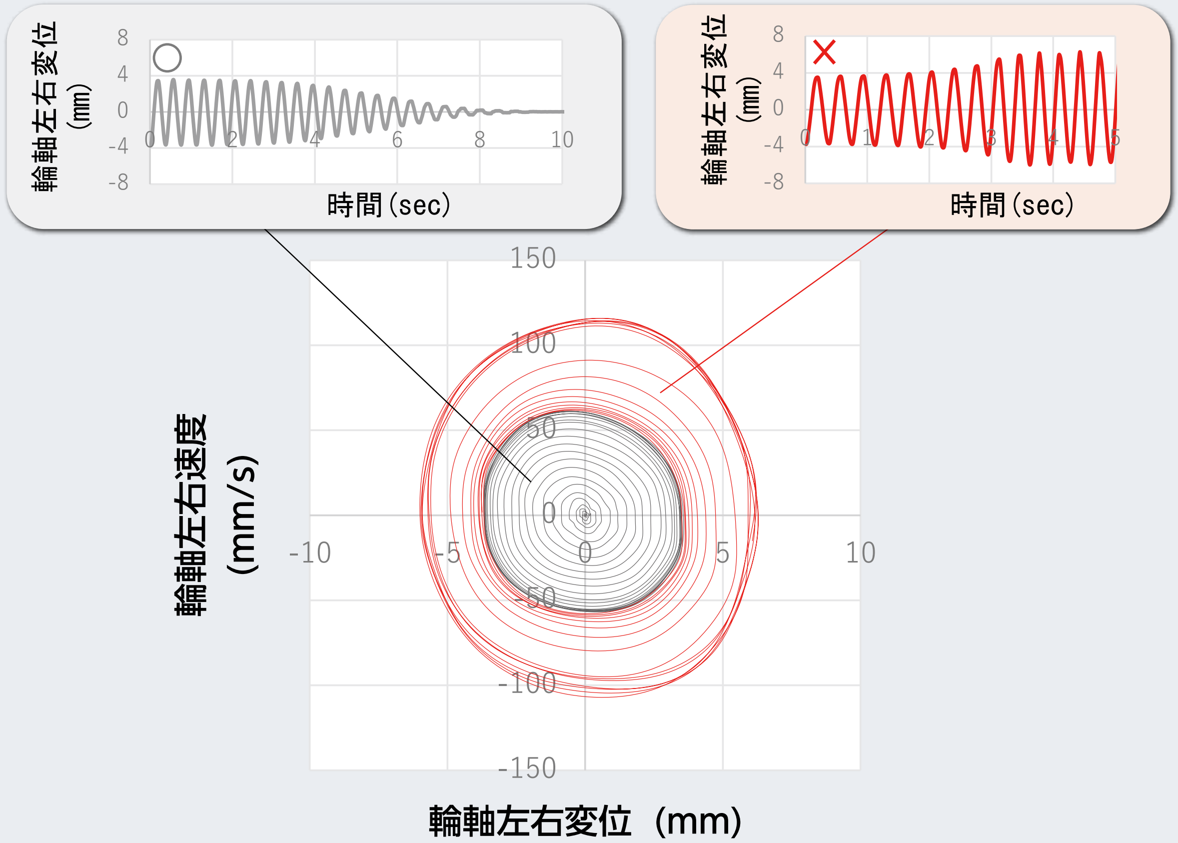


図3　隣り合う○と×から出発した軌跡

を与えることができたら，輪軸はその後どのような動きをするでしょうか。黒いスパイラルのように内側に向かって収束するとも限らなさそうですし，かといって必ず赤いスパイラルのように外側に向かって発散する訳でもなさそうです。直観的に考えると，図4に青色の点線で示すように，収束も発散もしない絶妙なバランスで周回する様子を想像することができるのではないでしょうか。

安定な解と不安定な解

図4の青色の点線で表された仮想的な周回軌道についてさらに考えてみます。同じ軌跡を描きながら周回しているということは，延々と同じ運動を繰り返えす周期的な振動を意味しています。蛇行動の発生有無を分ける振幅境界は青色の周回軌道の横軸の大きさと同じですから，振幅境界を計算によって求めるには，周期振動（周期解）を算出すればよいことになります。

ところが，厄介なことに，今求めようとしている青色の周回軌道は，真の値から少しでもはずれるとたちまち周回軌道から離れてしまいます。このような解を不安定な周期解と言います。蛇行動の振幅境界を計算によって求めることの難しさは，ひとえにこの不安定解を算出しなければならない点にあると言えます。一方で，周回軌道から多少はずれても元の周回軌道に戻ってくるような場合は，安定な周期解と言います。

ここで，安定と不安定という概念を直観的に理解するために，図5を用いて簡単に説明します。今，ボールが静止している状態を求めようとした場合，理屈のうえでは図に示すような2つの状態が解として考えられます。一つは谷の底にボールがあり，もう一つは山の頂上に絶妙のバランスでボールがとどまっている状態です。谷底のボールは，多少ついてもやがて谷底に落ち着きますが，山の頂上のボールはほんの少しでも触れたら谷底に向かって転げ落ちていき

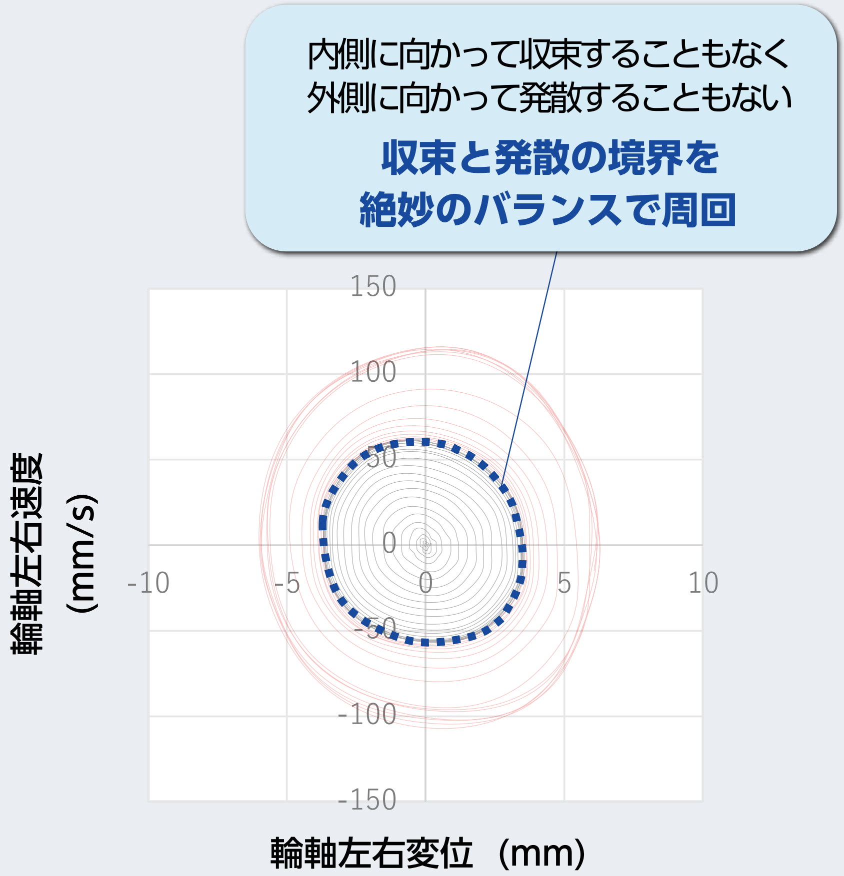
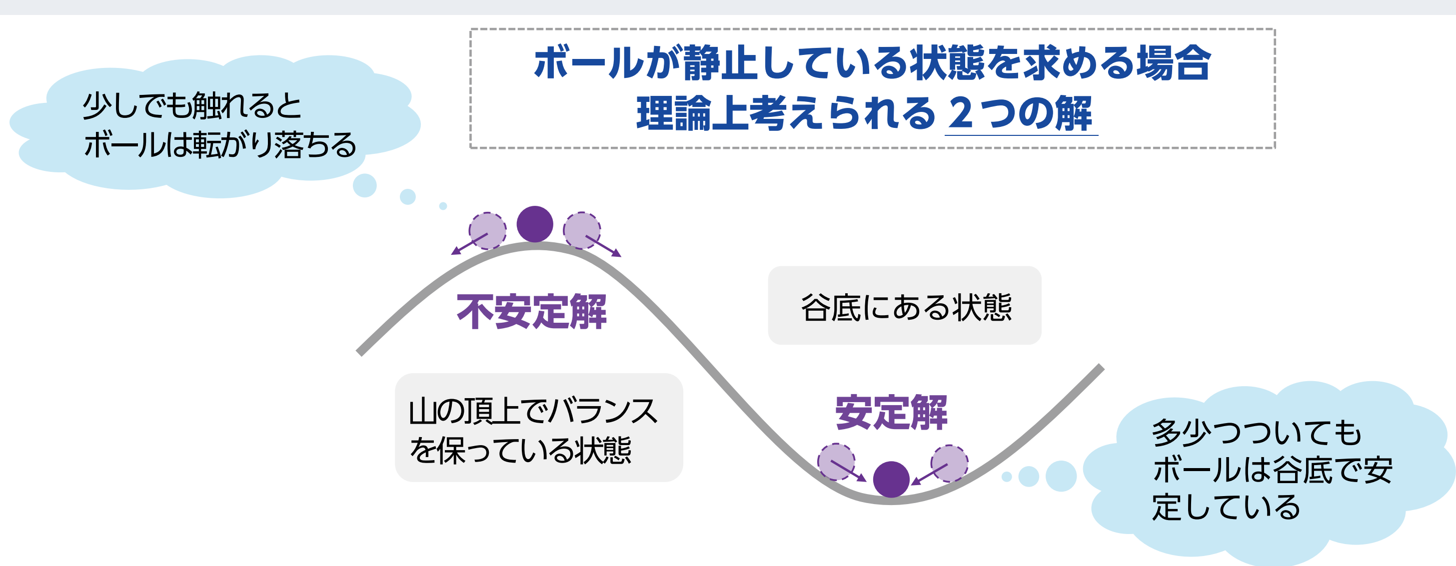


図4　収束も発散もしない周回軌道

ます。前者が安定な解であり後者が不安定な解となります。シミュレーションによって解を求めることを考えた時，谷底にある安定解は，多少谷底からずれたところからシミュレーションを開始しても，計算を続ければやがて谷底に落ち着くので，解を得ることができます。ところが，不安定解である山の頂上は，計算を続けたとしてもやがて落ち着くような場所ではないため，容易には解を見つけられないことが想像できるのではないでしょうか。

図5　安定解と不安定解のイメージ



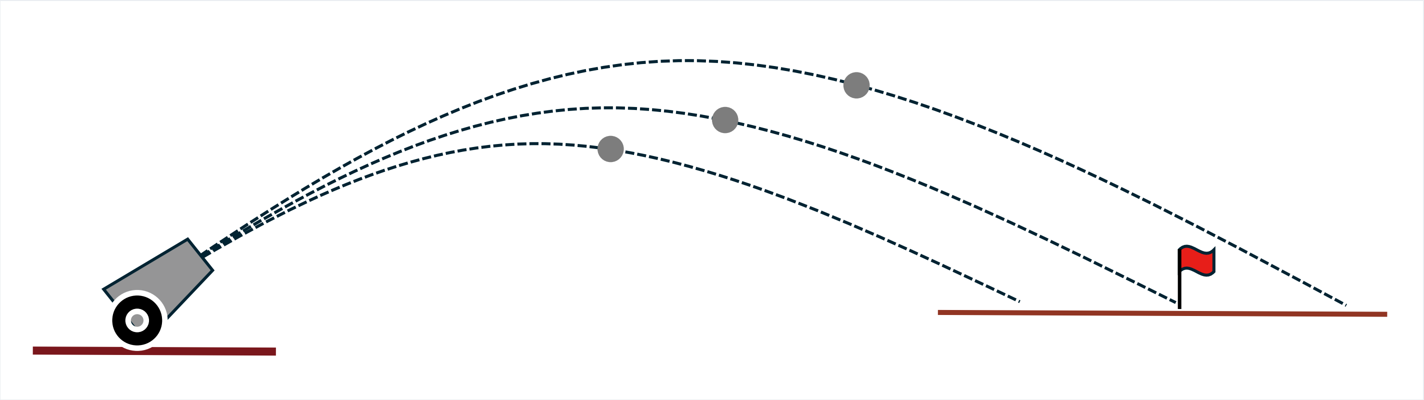


図6　射角や初速を修正しながらターゲット（解）を狙うシューティング法のイメージ

周期解の計算と実測結果との比較

ここでは，周期解を計算する方法について考えます。本研究では，シューティング法（狙い撃ち法）と呼ばれる計算手法を用いました。シューティング法は周期解を数値的に計算する手法の一つで，その名称は，図6に示すように修正を繰り返しながら徐々に着弾地点をターゲットに近づけていく様子に由来しています。

今求めたいのは，不安定な解とはいえ周期的な振動です。周期的な振動であれば，1周期後に同じ状態に戻ってくるはずですので，この性質を利用します。

運動の最初の状態に適当な値（初期値）を与えて，1周期に相当する時間だけ運動方程式を解く☞と，その時の状態が得られます。このとき，初期値と1周期後の状態がぴたりと一致すれば周期解を得られたことになりますが，1回の試行ではそうはいきません。射撃において1発目でターゲットに着弾させることが難しいのと同様で，この場合，射角などを巧みに修正することになります。シューティング法においても，初期値をやみくもに変えるのではなく，工夫しながら微修正します。この微修正を繰り返し，1周期後に同じ状態に戻ってくる初期値を見つけることができれば計算は完了で，周期解が得られたことになります。ただし，実際には

☞ 運動方程式を解く

運動方程式は，物体に作用する力とその結果として生じる加速度の関係を表す微分方程式です。微分方程式は，初期条件が与えられると，オイラー法やルンゲ・クッタ法などの数値積分法を用いて逐次的に解を計算することで，任意の点における解を求めることができます。

鉄道車両の運動モデルでは，輪軸，台車枠，車体などの剛体要素ごとに運動方程式を立て，初期速度と初期変位を条件として与えます。この運動方程式を数値積分することで，任意の時刻における車両の運動状態（速度・変位）を求めることができます。

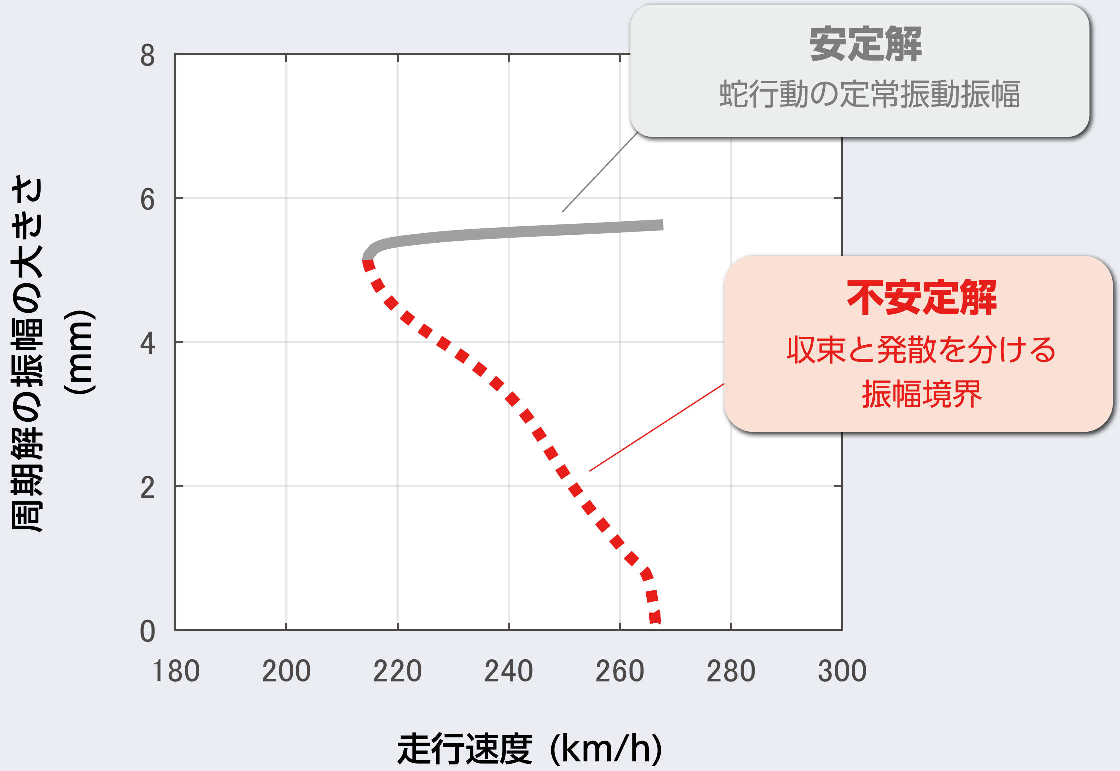


図7　周期解の計算結果の一例

1周期の長さも未知であるため，それを考慮した計算が必要になります。

以上のようにして得られた周期解から輪軸の左右変位の最大値を取り出せば，それが振幅の大きさになります。これを走行速度毎に計算をして連続的につなげた線を図7に示します。点線が不安定解，実線が安定解を表しています。蛇行動と収束を分ける振幅境界である不安定解が振幅の大きさ0から伸びてゆき，途中から安定解につながっていることがわかります。この安定解は，図2の実測結果の灰色の太線で示したのと同様の，蛇行動による周期振動を表しています。軌条輪上で蛇行動を起こしている台車に対して，多少の外乱を与えても蛇行動は持続することを考えれば，安定解に相当することは理解しやすいかと思います。実測結果全体と比較すると，蛇行動有無を分ける振幅境界が低速側に向かって伸びている様子など全体の傾向がおおむね良好に再現できていることから，解析手法が妥当であることがわかりました。

おわりに

蛇行動の発生有無を分ける振幅境界が不安定な周期解に由来することを利用して，シューティング法を用いた計算方法を構築しました。これにより，蛇行動が発生する限界速度という従来の評価軸に加え，ある速度においてこの振幅以下なら蛇行動が発生しない振幅の限界値という新たな観点から評価する方法が考えられます。例えば，実際のレール上を走行した時に輪軸がどれぐらい左右に揺れるのかを具体的に計算できれば，振幅限界値との比較から，蛇行動に対してどの程度余裕があるのか見積もることができます。

これらの成果を活用し，軌道の状態や車輪の摩耗など，実際の走行条件に即した新たな走行安定性評価手法の確立を目指し研究に取り組んでまいります。RRR

文　献

1）山長雄亮，渡辺信行：台車の蛇行動発生条件を解明する，RRR，Vol.76，No.5，pp.16-19，2019