電車線の線路並行方向変位を表現する解析モデルおよび平衡点計算法

山下　義隆*　　佐藤　宏紀**

Modeling for Longitudinal Displacement of OCL and Method for Calculating Its Equilibrium Points

Yoshitaka YAMASHITA　　Koki SATO

Overhead contact lines (OCLs) are subject to longitudinal displacement due to factors such as temperature changes and external forces. Excessive longitudinal displacement may prevent the tensioning devices from performing their proper tension adjustment function. It is therefore important to develop a method for calculating the longitudinal displacement of OCLs and to be able to predict the longitudinal displacement in response to changes in temperature and external forces. This paper presents a model to represent the longitudinal displacement of OCLs on a curved track installing tensioning devices and hinged cantilevers at each support point and proposes a method for calculating the equilibrium points of the longitudinal displacement of the OCL. Furthermore, the proposed calculation method was verified by scale model tests.

キーワード：可動ブラケット，張力調整装置，電車線，平衡点

1．はじめに

電気鉄道の電車線は 1500～1600m 以下の長さで引き留めることが標準[1] とされている。電車線の張力をできるだけ均一に保つための設備として，引留区間の両端または片側に設置される自動張力調整装置，引留区間内で電車線を支持するために電柱に設置される可動ブラケットがある（図 1）。外気温等の変化に伴う電車線の熱伸縮により生じる電車線の線路並行方向変位に対して，自動張力調整装置が働くことに加え，可動ブラケットが電車線の支持点を剛に固定するのではなく，ある程度の線路並行方向変位を許容する構造となっていることにより，引留区間内にわたって張力が均一となるように保たれている。自動張力調整装置の可動部と可動ブラケットが電車線の熱伸縮に追従して動くため，外気温等の変化に伴い電車線の線路並行方向変位が観測される。

ところが，電車線の熱伸縮以外の要因でも電車線の線路並行方向の変位が観測されることがある。具体的には，「パンタグラフのしゅう動摩擦や風圧荷重といった一時的な外力の作用によるもの」，「勾配による電車線の自重の線路並行方向分力や滑車式自動張力調整装置の重錘の不均衡といった継続的な外力の作用によるもの」などがある。このような要因による電車線の線路並行方向の変位のうち，引留区間内の電車線の全体が，片側の張力調整装置に偏るものがある。このうち，上記の勾配によるものや重錘の不均衡によるものについては，発生メカニズムは自明である。しかしながら，文献 1 には，これら以外の発生状況として，「曲線路」や「可動ブラケットの配置（後述する I 型あるいは O 型の種類がまとまり連続する場合）」が挙げられており，これらの状況において電車線の線路並行方向変位が偏るメカニズムについては解明されていない。また，筆者らの過去の研究により[2]，両端のばね式自動張力調整装置の特性（ばね定数や摩擦力）に差がある場合には，環境温度の変化に伴う電車線の熱伸縮が生じた際に引留区間内の電車線全体が線路並行方向に偏り得ることが分かっている。電車線の線路並行方向変位に偏りが生じ，その変位量が大きい場合，自動張力調整装置の可動域限界に達することで，正常な張力調整の機能を発揮することができなくなる。このように，電車線の線路並行方向変位が偏る現象の解明は重要な課題であるにもかかわらず，前述のように電車線の線路並行方向変位が偏る要因との因果関係が明確になっていないものがある。本論文では，電車線の線路並行方向変位が偏る現象の解明に資することを最終的な目

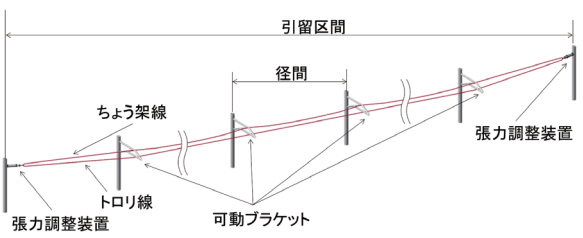


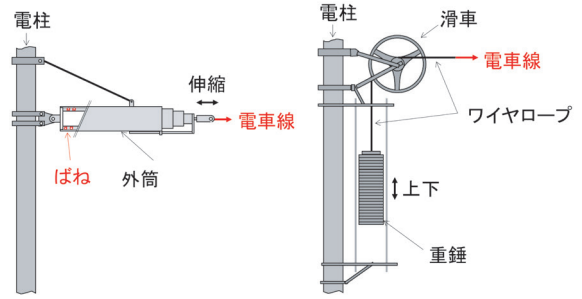
図 1　引留区間内の電車線概略図

＊　　鉄道力学研究部　集電力学研究室
＊＊　電力技術研究部　電車線構造研究室

的として，電車線の線路並行方向変位の計算方法について述べる。特に，文献 1 に記載されている電車線の線路並行方向変位が偏る要因のうち，電車線の線路並行方向変位の偏りとの因果関係が明確ではない要因を対象とすることも考慮して，線路並行方向変位を表現する解析モデルを提案し，これに対し可動ブラケットを含む曲線路に対応可能な電車線の線路並行方向変位の平衡点を求めるための計算方法を提案する。ここで，本論文における平衡点とは，引留区間内の電車線における温度変化や外力の作用などに対して電車線が静的釣合い状態となるときの電車線各部の位置（座標）と定義する。平衡点を求めることで，両端の自動張力調整装置のストロークおよび引留区間内全ての可動ブラケットの回転角度を求めることができるため，温度や外力などの変化に対する自動張力調整装置のストロークや可動ブラケットの回転角度の増減を予測することなどに活用することができる。

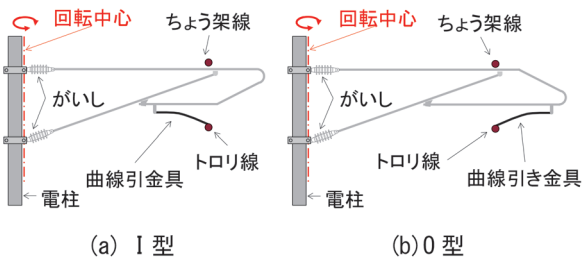
2. 自動張力調整装置と可動ブラケット

自動張力調整装置には，主にばね式と滑車式の 2 種類がある（図 2）。ばね式自動張力調整装置は，複数の円筒部材の組合せと，円筒内部のばねの剛性を利用して電車線に張力を付与するものである。滑車式自動張力調整装置は，電車線と重錘をワイヤロープと滑車を介して接続し，重錘の重量により電車線に張力を付与するものである。重錘と接続される滑車の径と架線と接続される滑車の径の比が重錘の上下変位に応じて変化し，重錘の移動量に比例した反力が発生する。滑車式およびばね式の自動張力調整装置はともに，温度変化による電車線の伸縮などに伴いストローク（重錘の上下変位やばねの伸縮）が生じ，これにより電車線の張力には標準使用張力に対して数 % から十数 % の変動が生じる。



(a) ばね式　(b) 滑車式

図 2　張力調整装置の一例



(a) Ⅰ型　(b) O 型

図 3　可動ブラケット

可動ブラケットは，電柱側のブラケット固定箇所をヒンジ支持としてブラケットに水平回転自由度を与えたものである。可動ブラケットは，電車線の温度変化などによる伸縮により回転し，電車線の張力調整を円滑に行っている。可動ブラケットには，I 型および O 型があり（図 3），前者は電車線を線路に直交する方向の電柱側に引っ張り，後者は電車線を電柱の反対側に引っ張る。このとき，線条と電柱間に位置する可動ブラケット本体の主要な部材には，I 型と O 型の場合でそれぞれ引張方向の力および圧縮方向の力が作用している。海外では，基準とされる温度において，可動ブラケットの水平回転角度を線路に直交する角度となるように正確に調整しているとされている[3]。

3. 解析モデル

3.1 概要

本論文では，複数の線条をヨークを介して両端でそれぞれ一つの自動張力調整装置で引き留めている場合を対象とする。図 4 に示すように，ヨークはちょう架線（図 1 の上部線条）とトロリ線（図 1 の下部線条）など 2 本の線条を一括して引き留めるための金具である。自動張力調整装置への取り付け点からちょう架線およびトロリ線の取り付け点までの距離を調整することで，ちょう架線およびトロリ線それぞれへの張力分配を調整することが可能である。単純化のため，本論文では曲線区間における電車線を以下に概説する方針でモデル化する（図 5）。

① ヨークを介して一括で引き留められるちょう架線と

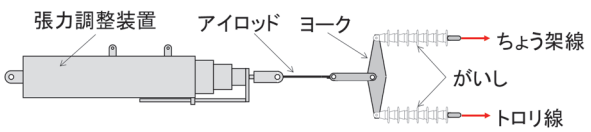


図 4　ヨークを介した電車線の引き留め

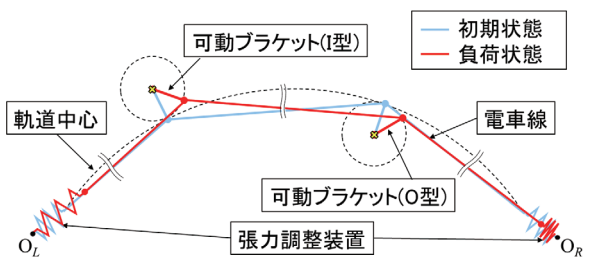


図 5　モデルの概略図

トロリ線を 1 条の線条で表現する。

② 1 条の線条で表現した電車線は，軸方向の温度伸縮および弾性変形のみを考慮した棒要素とする。

③ 電車線は，自動張力調整装置および可動ブラケットとの接続点を節点として要素を分割し，これら節点で電車線要素同士および電車線と自動張力調整装置および可動ブラケットとをピン結合する。

④ 自動張力調整装置を線形ばねで表現する。

⑤ 可動ブラケットを剛体棒要素で表現する。

⑥ 可動ブラケットの棒要素の回転中心を曲線路外側に配置することで I 型，内側に配置することで O 型を表現する。

図 5 を元に引留区間内において N 点で可動ブラケットに支持されている電車線を考える。このモデルでは，N 点の可動ブラケットの種別（I 型と O 型）は任意の組み合わせとすることができる。また，半径 R の曲線路（図 5 中の点線で示す円弧）を表現する円弧の中心を O とする。可動ブラケットは，図中左側から順番に番号を付し，i 番目の可動ブラケットが取り付けられている電柱における回転中心位置を O_i，可動ブラケット長さ（ゲージ長）を G_i，回転角度を θ_i とする。i 番目の可動ブラケットと電車線の接続点に対応する節点を P_i と記し，特に $\theta_i=0$ に対する P_i を $P_i^{(0)}$ とする。すなわち点 P_i は回転中心 O_i，回転半径 G_i の円軌道にその運動を拘束される。なお，回転角度 θ_i は，曲線路を表現する円弧とブラケットの回転軌跡を表現する円が接する点に節点が位置する条件（可動ブラケットが半径 R の円軌道に対して直角方向に位置する条件）を零とし，零点において電車線全体が左から右へ変位する方向を正とする。図中左側および右側の自動張力調整装置はそれぞればね定数 k_L および k_R を有するものとし，電車線全体が左から右へ変位する方向の伸縮量を正として，それぞれのばねの伸縮量を δ_L および δ_R とする。自動張力調整装置と電車線との接続点に相当する節点を左側および右側に対してそれぞれ P_0 および P_{N+1} と記す。特にすべての可動ブラケットに対して $\theta_i=0$ を満足する際の δ_L および δ_R を $\delta_L=0$ および $\delta_R=0$ と定義し，そのときの P_0 および P_{N+1} を $P_0^{(0)}$ および $P_{N+1}^{(0)}$ とする。本モデルにおいて，P_0 および P_{N+1} はそれぞればねの固定点を O_L および O_R とする直線 O_LP_1 および直線 P_NO_R にその運動を拘束されるものとする。

節点数は $N+2$ 個（$i=0, 1, 2, \ldots, N, N+1$）であり，線分 $P_{i-1}P_i$ は i 番目の径間の電車線長さであり，これを L_i とすると，弾性変形と温度伸縮を表現して次式で表現できる。

$$L_i = L_i^{(0)}(1+\alpha\Delta t)\left(1+\frac{T_i}{EA}\right) \tag{1}$$

ここで，$L_i^{(0)}$ は線分 $P_{i-1}^{(0)}P_i^{(0)}$ の長さである。また E，A および a は電車線の縦弾性係数，断面積および線膨張係数であり，Δt および T_i は基準温度からの温度変化量および i 番目の電車線要素における基準張力 T_0 からの張力変化量である。

3.2 幾何学的拘束条件

O_i，$P_i(0)$，P_i，O_L および O_R の座標をそれぞれ $(\bar{x}_i, \bar{y}_i)$，$(x_i^{(0)}, y_i^{(0)})$，(x_i, y_i)，(x_L, y_L) および (x_R, y_R)，とおく。節点 P_0 および P_{N+1} の座標値 x_0，y_0，x_{N+1} および y_{N+1} の関係は，P_0 および P_{N+1} の直線上への拘束条件より次式で表される。

$$\begin{cases} y_0 = \dfrac{y_L-y_1}{x_L-x_1}x_0 - \dfrac{x_1y_L-x_Ly_1}{x_L-x_1} \\ y_{N+1} = \dfrac{y_N-y_R}{x_N-x_R}x_0 - \dfrac{x_Ry_N-x_Ny_R}{x_N-x_R} \end{cases} \tag{2}$$

i 番目の節点は回転中心 O_i，回転半径 G_i の円軌道に運動を拘束され，なおかつ $i-1$ 番目の節点を回転中心とした半径 L_i の円軌道上にも運動を拘束される。これらの幾何学的拘束条件は次式で表される。

$$\begin{aligned} &(x_i-\bar{x}_i)^2+(y_i-\bar{y}_i)^2 = G_i^2 \\ &(i=1,2,\cdots,N) \end{aligned} \tag{3}$$

$$\begin{aligned} &(x_i-x_{i-1})^2+(y_i-y_{i-1})^2 = L_i^2 \\ &(i=1,2,\cdots,N,N+1) \end{aligned} \tag{4}$$

なお，式 (4) の L_i は式 (1) に示すように未知数である i 番目の電車線要素の張力変化量 T_i の関数である。

3.3 力の釣合い条件

次に，節点における力の釣合いについて考える。自動張力調整装置に対応する節点の力の釣合いより，次式を得る。

$$\begin{cases} T_1 = -k_L\delta_L \\ T_{N+1} = k_R\delta_R \end{cases} \tag{5}$$

なお，δ_R および δ_L は未知数である x_0，y_0 および x_{N+1}，y_{N+1} の関数であり，P_0 および P_{N+1} の拘束条件（式 (2)）より次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \delta_L &= \sqrt{(x_0-x_R)^2+(y_0-y_R)^2} \\ &\quad -\sqrt{\left(x_0^{(0)}-x_R\right)^2+\left(y_0^{(0)}-y_R\right)^2} \\ \delta_R &= \sqrt{(x_{N+1}-x_L)^2+(y_{N+1}-y_L)^2} \\ &\quad -\sqrt{\left(x_{N+1}^{(0)}-x_L\right)^2+\left(y_{N+1}^{(0)}-y_L\right)^2} \end{aligned} \tag{6}$$

続いての i 番目の節点 P_i の回転中心 O_i，回転半径 G_i の円の接線方向の力の釣合いを考える（図 6）。i 番目の節点 P_i における接線と i 番目の電車線要素とのなす角を Ψ_i^L，i 番目の節点 P_i における接線と $i+1$ 番目の電車線要素とのなす角を Ψ_i^R とすると，i 番目の節点における力の釣合い条件は次式で表現できる。

$$(T_i + T_0)\cos\psi_i^L = (T_{i+1} + T_0)\cos\psi_i^R \quad (i = 1,2,\cdots,N) \tag{7}$$

なお，Ψ_i^L は x_{i-1}，y_{i-1}，x_i および y_i の関数，Ψ_i^R は x_i，y_i，x_{i+1} および y_{i+1} の関数であり，次式で表される。

$$\begin{aligned}
\cos\psi_i^L &= \frac{x_{i-1,i}\tilde{y}_i - \tilde{x}_i y_{i-1,i}}{\sqrt{x_{i-1,i}^2 + y_{i-1,i}^2}\sqrt{\tilde{x}_i^2 + \tilde{y}_i^2}} \\
\cos\psi_i^R &= \frac{-x_{i-1,i}\tilde{y}_i + \tilde{x}_i y_{i-1,i}}{\sqrt{x_{i-1,i}^2 + y_{i-1,i}^2}\sqrt{\tilde{x}_i^2 + \tilde{y}_i^2}} \\
x_{i-1,i} &= x_i - \bar{x}_i, y_{i-1,i} = y_i - y_i, \\
\tilde{x}_i &= x_i - \bar{x}_i, \tilde{y}_i = y_i - \bar{y}_i
\end{aligned} \tag{8}$$

ただし，x_{i-1}，y_{i-1}，x_i，y_i，x_{i+1} および y_{i+1} は未知数である。

4. 平衡点の計算方法

前章に示したとおり，未知数の数は，各節点の x 座標と y 座標を合わせた $2N+4$ 個と各電車線要素の張力変化量 T_i の $N+1$ 個の合計 $3N+5$ 個であり，式 (2)～(5) および式 (7) の $3N+5$ 個の式から全ての未知数を求めることができる。式 (2)～(5) および式 (7) より，関数 $\mathbf{H}$ および未知数ベクトル ξ を次のように定義する。

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix}
a_R x_0 + b_R - y_0 \\
a_L x_{N+1} + b_L - y_{N+1} \\
(x_1 - x_0)^2 + (y_1 - y_0)^2 - L_1^2 \\
\vdots \\
(x_i - x_{i-1})^2 + (y_i - y_{i-1})^2 - L_i^2 \\
\vdots \\
(x_{N+1} - x_N)^2 + (y_{N+1} - y_N)^2 - L_{N+1}^2 \\
(x_1 - \bar{x}_1)^2 + (y_1 - \bar{y}_1)^2 - G_1^2 \\
\vdots \\
(x_j - \bar{x}_j)^2 + (y_j - \bar{y}_j)^2 - G_j^2 \\
\vdots \\
(x_N - \bar{x}_N)^2 + (y_N - \bar{y}_N)^2 - G_N^2 \\
T_1 - k_R\delta_R \\
T_{N+1} + k_L\delta_L \\
(T_0 + T_2)\cos\psi_1^L - (T_0 + T_1)\cos\psi_1^R \\
\vdots \\
(T_0 + T_{l+1})\cos\psi_l^L - (T_0 + T_l)\cos\psi_l^R \\
\vdots \\
(T_0 + T_{N+1})\cos\psi_N^L - (T_0 + T_N)\cos\psi_N^R
\end{bmatrix}, \quad \xi = \begin{bmatrix}
x_0 \\ \vdots \\ x_{N+1} \\ y_0 \\ \vdots \\ y_{N+1} \\ T_1 \\ \vdots \\ T_{N+1}
\end{bmatrix} \tag{9}$$

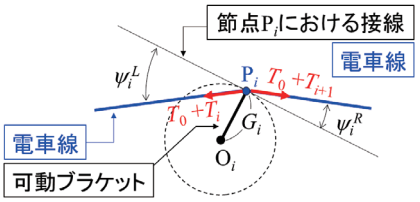


図 6　節点 P_i まわりの力の釣合い

本モデルにおける平衡点を求める問題は，次式を満足する ξ を求めることと等価である。

$$\mathbf{H}(\boldsymbol{\xi}) = 0 \tag{10}$$

式 (10) は非線形連立方程式であり，本論文ではこれを Newton 法による反復計算により解く。まず適当な $\xi^{(1)}$ を反復計算の初期値として与え，式 (11) により解の修正を行い式 (12) で定義する誤差が十分小さくなるまで反復計算を実施する。

$$\boldsymbol{\xi}^{(k)} = \boldsymbol{\xi}^{(k-1)} - \left(\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial \boldsymbol{\xi}}\right)^{-1} \mathbf{H}\left(\boldsymbol{\xi}^{(k-1)}\right) \tag{11}$$

$$e_1 = \frac{1}{3N+5}\left\|\frac{\boldsymbol{\xi}^{(k)} - \boldsymbol{\xi}^{(k-1)}}{\boldsymbol{\xi}^{(k-1)}}\right\| \tag{12}$$

ここで，上付き括弧内の文字（例えば，(k)）は反復回数を表し，$\|\bullet\|$ は 2 乗ノルムである。反復計算の過程で誤差が増減を繰り返し収束しない場合には，文献 4 などによる減速ニュートン法を参考にして，式 (11) を次のように変更して修正量を減少させ，次ステップの反復計算を実施した。

$$\boldsymbol{\xi}^{(k)} = \boldsymbol{\xi}^{(k-1)} - \mu\left(\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial \boldsymbol{\xi}}\right)^{-1} \mathbf{H}\left(\boldsymbol{\xi}^{(k-1)}\right) \quad (\mu < 1) \tag{13}$$

また，式 (11) および式 (13) における関数 $\mathbf{H}$ の導関数は，数値微分により求めた。なお，得られた解は，安定な平衡点および不安定な平衡点のいずれにも収束する可能性がある。求められた解が安定な平衡点か不安定な平衡点かを判別するためには，文献 5 に示す動的シミュレーションによる計算方法を併用することにより判別できる。

5. 模型試験

5.1　模型概要

本章では，模型試験により第 4 章の計算方法の妥当性を検証する。模型試験では，引留区間内に一つのみの可動ブラケットで支持されている電車線を模擬して，図 7

のように模型を構成する。電車線に相当する線条はφ2mmのステンレスワイヤロープとし，可動ブラケットに相当する部材として両端にベアリングが内蔵されたリンクを用いた。ワイヤロープに張力を付与する自動張力調整装置に相当する要素としてコイルばねを用いた。リンクは，回転中心となる一端を支柱で固定した。支柱のy軸方向位置y_Oを変更することにより，I型およびO型の可動ブラケットに対応させることができる。座標系は図7に示すように，ワイヤロープの線路並行方向にx軸，水平面内でx軸に直交する方向にy軸，鉛直方向にz軸をとる。また，模型試験に関するパラメータGをリンクの回転中心からワイヤロープ取付位置までの距離（可動ブラケット長さに相当，本試験では100mm），θをリンクの回転角度，k_Lおよびk_Rを左右両端の自動張力調整装置のばね定数，L_Sを$\theta=0$(°）におけるコイルばねの全長（本試験では236mm），Sをコイルばね固定点からリンク回転中心までのx軸方向距離（本試験では2150mm），φ_Lおよびφ_Rをリンクの回転角度θにおけるリンクの左右のワイヤロープとx軸のなす角，φをリンクの回転角度$\theta=0$におけるワイヤロープとx軸のなす角，Rを曲率半径とする。

リンクの回転中心側の反対側には，ワイヤロープを固定する円柱状の部材を取り付けている。リンクの両端における支柱および円柱状の部材はベアリングを介してリンクに取り付けられているため，滑らかな回転運動が可能である。ワイヤロープの両端をコイルばねを介して引き留める際に，コイルばねに予引張力を与えることにより，ワイヤロープに張力を付与した。本試験に対しては，付与した張力はリンクの回転角度$\theta=0$(°）において75Nであった。模型試験の各パラメータより，相当する曲率半径を次式で求めることができる。

$$R=\frac{(G+y_O-L_S\sin\varphi)^2+(S-L_S\cos\varphi)^2}{2(G+y_O-L_S\sin\varphi)} \tag{14}$$

両端のばね固定点直上に設置した巻込型変位計およびワイヤロープの線路並行方向に対して直角方向側（y軸側）に設置した巻込型変位計（いずれも図7中からは省略）によりリンクの先端の変位を測定し，その測定値からリンクの回転角度を求めることができる。

5.2　試験概要および試験結果

前節で示した模型を用いて，表1の条件により試験を実施する。$k_L=k_R=0$なる条件は，ばね定数が非常に小さい状況を模擬するために，反力が生じない要素として，コイルばねの代わりに滑車を介した重錘で張力を付与した条件である。

各条件に対して，リンクに外力を加えて回転させた状態から除荷した際に生じるリンクの回転角度の収束値を測定した結果と第4章の計算方法で求めた平衡点の結果の比較を表2に示す。なお，反復計算を行うための未知数の初期条件ξ[(1)]は次のように与えた。

- 自動張力調整装置のストロークδ_Lを与え，δ_Lの値と線条の伸縮を無視した場合に幾何学的拘束条件により一意に決まるx_0，x_1，x_2，y_0，y_1およびy_2を初期条件とした。
- 張力変化量に関連する値（T_1，T_2）は全て零とした。
- 複数の平衡点が存在する可能性を考慮し，δ_Lの初期値として0mm，50mm，100mmの3種類に対して計算を実施し，同じ解に収束する場合には重複を避けて結果を記録した。

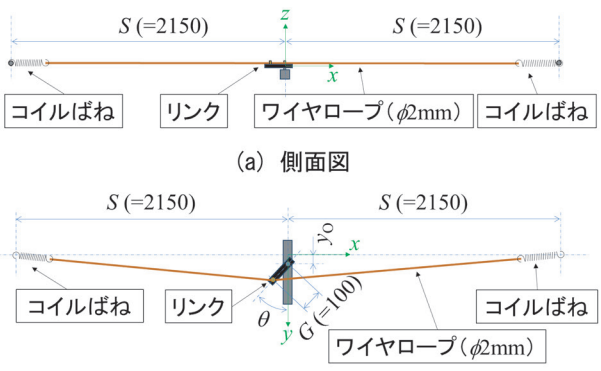
計算の結果，条件1，条件2および条件4の平衡点に対するリンクの回転角度は0°であり，条件3の平衡点については0°および120°が得られた。模型の対称性から，平衡点に対するリンクの回転角度が0°以外に存在する場合には，初期条件を調整することで絶対値が同じ

表1　試験条件

	張力調整装置 (N/m)	可動ブラケット	曲線半径 (m)
条件1	$k_L=k_R=500$	O型	$R=41.17$
条件2	$k_L=k_R=500$	I型	$R=41.17$
条件3	$k_L=k_R=0$	O型	$R=15.48$
条件4	$k_L=k_R=0$	I型	$R=23.16$

表2　試験結果

	計算結果	実験結果
条件1	0.0°	-2.8°
条件2	0.0°	4.9°
条件3	0.0° 119.8°	 124.0°
条件4	0.0°	-5.3°



(a) 側面図

(b) 上面図

図7　模型概要図

で符号が異なる計算結果が得られるが，本論文では模型試験の条件に合わせて正の角度に収束する結果のみを求めるように初期条件を設定している。これらの計算結果を模型試験の結果と比較すると，模型試験の結果と 5° 程度の誤差があるもののよく一致しており，第 4 章の手法により平衡点を正確に求めることができるといえる。誤差の要因は，模型各部の摩擦の影響や模型寸法の計測誤差などが挙げられる。条件 3 については，模型試験では平衡点として 0° 付近に収束する結果は得られなかったが，0° 付近でリンクを静止させることが可能であることを確認している。ただし，0° 付近で静止させたのちにわずかな力を加えるとおおよそ 120° までリンクが回転することを確認している。文献 5 で示すように，条件 3 の 0° の平衡点は不安定な平衡点であり，表 2 のその他全ての平衡点は安定な平衡点である。不安定な平衡点である条件 3 の 0° でリンクを静止させることは，本来困難であるが，モデルと異なり，摩擦の影響が無視できないため静止させることができる。

6. 計算例

第 4 章で提案する計算法を用いて，引留区間内に複数の可動ブラケットが含まれる場合に温度変化によって生じる両端の張力調整装置のストロークの変化に関する計算を行う。はじめに，直線または曲線半径 4000m の曲線路内にある引留区間内の電車線（径間数 20，径間長全て 50m，電車線張力 39200N，ブラケット長さ全て 4m）に対して，I 型および O 型の可動ブラケットの配置が 20℃ の気温増加時に自動張力調整装置のストロークに与える影響を計算した結果を図 8 に示す。なお，電車線の線膨張係数および縦弾性係数と断面積の積は，$a=1.7\times10^{-6}$ および $EA=3.1\times10^{7}$ とし，自動張力調整装置としての線形ばねのばね定数は $k_L=k_R=6000$（N/m）とした。計算条件は，次の 6 条件とした。

条件⓪：直線，I 型と O 型の可動ブラケットを交互配置
条件①：曲線，I 型と O 型の可動ブラケットを交互配置
条件②：曲線，全て O 型の可動ブラケットを配置
条件③：曲線，全て I 型の可動ブラケットを配置
条件④：曲線，起点側半分に O 型・終点側半分に I 型の可動ブラケットを配置
条件⑤：曲線，起点側半分に I 型・終点側半分に O 型の可動ブラケットを配置

I 型と O 型を交互に配置した条件①では両側のストローク差は認められず，それぞれストローク量は直線区間のものとほぼ同等である。条件②～⑤は文献 1 で挙げられている電車線の線路並行方向変位の偏りの発生要件に合致するものの，全て O 型あるいは I 型を配置した②と③のケースでは，両側のストローク差，すなわち電車線線路並行方向変位の偏りは認められない。引留区間の半分に I 型あるいは O 型のいずれかの可動ブラケットを連続して配置した条件④と⑤については，両側のストローク差が大きくなっており，O 型可動ブラケットが集中する側のストローク量が大きい様子が分かる。

次に，上記の条件①～条件③について，引留区間の途中で曲線の曲率半径が異なる場合を想定した。具体的には，引留区間の起点側半分の曲率半径を 10000m とし，終点側半分の曲率半径を 2000m～18000m の範囲で変化させた。計算結果を図 9 に示す。図 9 より，可動ブラケットの I 型と O 型を交互に配置した場合以外は，起点側半分と終点側半分の曲率半径の差が大きいほど両端の自動張力調整装置のストロークの差が大きくなること，曲率半径が小さいほど両端の自動張力調整装置のストロークの差が大きくなることがわかる。

図 8 および図 9 の計算結果から，引留区間内における「可動ブラケットの種類（I 型・O 型）の配置」や「線路条件（曲線半径）」が起点側半分と終点側半分で異なる場合に，自動張力調整装置のストロークの差に影響を与えていることが示唆される。

図 10 に示すように，支持点における可動ブラケットの回転に対する電車線の線路並行方向変位 x とこれにより生じる電車線への線路並行方向の力 F の関係は次式で与えられる[1)]。

$$F=\pm\frac{T_0L}{RG}x \quad (+:\text{I 型},\ -:\text{O 型}) \tag{15}$$

ここで，L は対象とする可動ブラケット両側の径間長（この式では両側が等しいと仮定），R は曲線半径，G は対象とする可動ブラケットの回転半径である。式 (15) より，I 型の可動ブラケットの場合には電車線の線路並行方向の変位に対して可動ブラケットを元に戻そうとする力が作用し，O 型の可動ブラケットの場合には可動ブラケットをさらに回転させる方向に力が作用することが分かる。式 (15) は「力＝係数×変位」の形をしており，変位 x の係数はばね定数とみなすことができる。すなわち，I 型および O 型の可動ブラケットはそれぞれ，電車

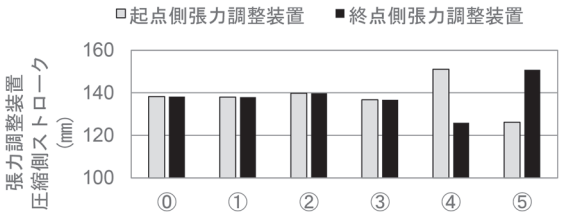
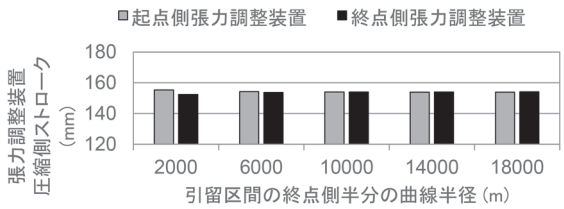
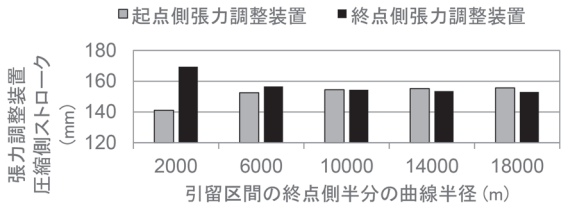


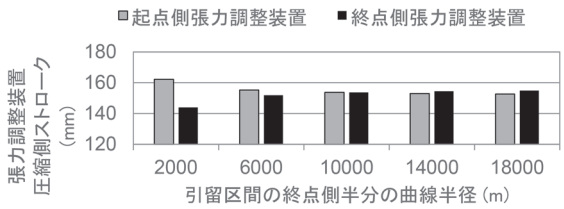
図 8　基準温度から 20℃ 上昇した際の張力調整装置のストローク変化量の計算例
（可動ブラケットの配置の影響）



(a) Ⅰ型と 0 型の可動ブラケットを交互配置



(b) 引留区間内全て 0 型の可動ブラケットを配置



(c) 引留区間内全てⅠ型の可動ブラケットを配置

図 9　基準温度から 20℃上昇した際の張力調整装置のストローク変化量の計算例
（引留区間内の軌道曲率半径の非対称性の影響）
※引留区間の起点側半分の曲率半径は 10000m

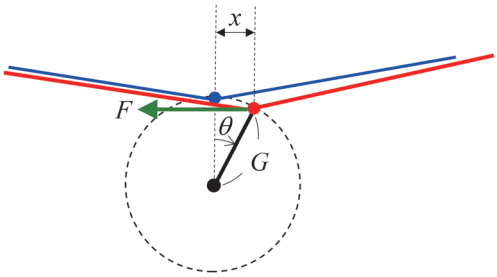


図 10　可動ブラケット回転時の電車線線路並行方向変位と復元力

線の線路並行方向変位に対する正および負のばね定数をもつばねとして作用することが分かる。さらに，ばね定数の絶対値の大きさは，径間長，曲線半径，可動ブラケットの回転半径および張力によって決まることがわかる。したがって，引留区間内には，両端の自動張力調整装置に加えて，各支持点にばね要素が分布していると考えることができることがわかる。図 8 と図 9 の結果と式 (15) から，両端の自動張力調整装置のストロークに差が生じる条件は，引留区間内におけるばね要素のばね定数の分布が引留区間の中央に対して非対称となる条件と言い換えることができると示唆される。

図 8 と図 9 の計算例では，電車線線路並行方向変位の偏りの量はそれほど大きなものではないが，可動ブラケットのⅠ型と O 型の配置に加えて，曲率半径，可動ブラケットの回転半径，径間長で決まる引留区間内のばね要素のばね定数の分布が，引留区間中央に対して非対称である場合や両端の自動張力調整装置の個体差が大きい場合[2] などの複数の要因により，両側の自動張力調整装置のストロークに差が生じ，いずれかの自動張力調整装置がストローク限界に達する場合も考えられる。第 3 章で示したモデル化および第 4 章で示した計算方法により，設計時において可動ブラケットの配置を検討する場合や電車線の線路並行方向変位の偏りの対策が必要と判断された場合に，温度変化に伴う電車線線路並行方向変位の偏りを抑制する意味で最も効果的な可動ブラケットの配置や流止装置の設置位置を検討する場合などに役立つ知見であると考えられる。また，可動ブラケット交換の際に温度伸縮を考慮して可動ブラケットを適正な角度で取り付ける際に本計算方法を活用できると考えられる。

7. まとめ

本論文では，自動張力調整装置，可動ブラケットを含む曲線路における電車線の線路並行方向変位を表現する解析モデルを構築し，これに対して電車線の線路並行方向変位の平衡点を求めるための計算方法を提案した。

模型試験により得られた可動ブラケットに相当するリンクの回転角度の収束値と提案した計算方法により得られた可動ブラケットの回転角度の収束値を比較すると，両者はよく一致し，提案した計算手法により可動ブラケットの回転角度および両端の自動張力調整装置のストロークに対する平衡点を正確に求められることがわかった。

今後は，本計算手法を電車線の線路並行方向変位の偏りの現象解明などに活用する。なお，自動張力調整装置および可動ブラケットは，引留区間内の電車線の張力をできるだけ均一に保ち，集電性能を維持するための設備であるため，温度変化が電車線の線路並行方向の変位に与える影響だけではなく，引留区間内の電車線の張力分布に与える影響ならびに集電性能への影響を調査することが最も重要であり，今後の重要な課題である。また，電車線を構成する複数の線条をそれぞれ別の自動張力調整装置で引き留める構造や自動張力調整装置の摩擦等を含む個体差も電車線の線路並行方向変位や張力分布に影響を与えると考えられるため，このような要因を考慮に入れたモデル・計算法の改善も今後の課題である。

文　献

1）日本鉄道電気技術協会：鉄道技術者のための電気概論 電

車線路シリーズ 3 電車線装置，pp.109-112，2003
2）佐藤宏紀，山下義隆，諏訪和徳，川本海：電車線の流れおよび中性点の移動に対する検討，電気学会 交通・電気鉄道／リニアドライブ合同研究会，pp.41-46，2022
3）Andreas Geim，Φestpunkt-Symmetrie trotz Zugkraftänderungen durch Rückstellkräfte, Elektrische Bahnen, Vol.119, No.9, pp.358-369，2021.
4）杉原正顯，室田一雄：数値計算法の数理，岩波書店，pp.75-76，1994
5）山下義隆，佐藤宏紀：電車線の長手方向変位に対する平衡点計算法，日本機械学会論文集，第 90 巻，第 932 号，2024