

加振試験データを用いた パンタグラフのしゅう動摩擦に対する安定性評価手法

小林 樹幸* 天野 佑基* 山下 義隆*

Stability Analysis of Pantograph Under Sliding Condition Based on Excitation Test

Shigeyuki KOBAYASHI Yuki AMANO Yoshitaka YAMASHITA

When railway vehicles run at low speeds, unstable vibrations may occur on the pantograph due to the high coefficient of friction. In order to reduce the maintenance cost of the contact strips, there is a need for a method to analyze the stability of the pantograph taking the friction coefficient into account. Stability analysis can be performed by constructing an analytical model of the pantograph, but building such a model requires high costs. Therefore, this study proposes a method to analyze the stability using the measurement of the frequency response function (FRF) of the pantograph when the vehicle is stationary. Since this method predicts the FRF in the sliding state, the construction of an analytical model is not required. In this method, the FRF is measured by exciting the contact strips, and the FRF in the sliding state is estimated by assuming a friction coefficient. Modal characteristics are identified using the estimated FRF, and stability analysis is performed using positive or negative damping ratios. The validity of the results of this analysis was verified by comparing them with the results of the low-speed sliding tests of the pantograph.

キーワード：パンタグラフ，電車線，摩擦力，不安定振動，安定性評価，加振試験

1. はじめに

鉄道車両の集電装置であるパンタグラフは、その最上部に取り付けられたすり板がトロリ線と接触することで車両へ電気を導く役割を担う。列車の走行中はすり板とトロリ線がしゅう動接触するため、すり板には耐摩耗性が求められ、金属すり板には潤滑成分を含ませることで潤滑性が付与されている¹⁾。一方で、トロリ線とすり板の試験片を用いた定置試験から、しゅう動速度が低くなるにつれて摩擦係数が増大する傾向が確認されている²⁾。このことに加えて、すり板のしゅう動面が摩耗やアーク放電による溶損等に起因して荒れた状態になると摩擦係数が増加して、駅構内等で低速走行する際に、パンタグラフに離線が生じるような大きな振動（以下、不安定振動）が稀に発生することが知られている³⁾。不安定振動については、トロリ線の摩耗量増加に対する影響が指摘されているため⁴⁾、その対策が望まれる。

これまでに著者らは不安定振動の現象解明を行うため、すり板のピッチングと上下方向振動の連成を表現する2自由度系の簡易モデルの作成および解析的検討⁵⁾や、舟体と枠組の弾性変形を考慮可能なパンタグラフのFMBD（柔軟マルチボディダイナミクス）モデルを用いた解析的検討⁶⁾を行ってきた。これらのモデルに基づく

解析的検討では、任意の摩擦係数に対して不安定振動の発生の有無を評価できるだけではなく、不安定振動を低減するための構造変更の提示が可能など、多くの利点を有する。しかし、モデルに基づいて不安定振動を高精度に予測するためには、実機パンタグラフの加振試験データから、モデルパラメータである質量・剛性・減衰定数をそれぞれ同定する必要がある、多大な労力を必要とする。一方、実機パンタグラフの安定性評価を定置試験に基づいて行うためには、例えば鉄道総研の高速パンタグラフ試験装置⁷⁾を用いた低速でのしゅう動試験を実施する方法が挙げられる。しかし、このようなしゅう動試験では、すり板とトロリ線の摩擦係数を制御することが困難なため、任意の摩擦係数に対する安定性評価を行うことができない。

このように、これまでに提案された安定性評価手法はいずれも利点と課題がある。そこで本報告では、任意の摩擦係数に対して安定性評価を効率的に行う手法として、従来は多大な労力を要していた質量・剛性・減衰定数の同定に代わり、同定が容易なモード減衰比を用いた安定性評価手法を提案する。さらに、提案手法による評価結果とパンタグラフの低速しゅう動試験の結果を比較することで、手法の妥当性を検証する。これにより、鉄道事業者やパンタグラフメーカー等が、しゅう動摩擦に対するパンタグラフの安定性評価をより実用的に行うことが可能となる。

* 鉄道力学研究部 集電力学研究室

2. しゅう動摩擦に起因する不安定振動の概要

提案手法について説明する前に、本章では不安定振動の概要について述べる。2.1節ではパンタグラフの不安定振動の現象を説明する。2.2節では、高速パンタグラフ試験装置を用いた低速でのしゅう動試験で、不安定振動が発生する際の摩擦係数を調査した結果について述べる。

2.1 パンタグラフの不安定振動

本研究の対象とする不安定振動を、図1に示すようにパンタグラフすり板のピッチング方向の自由度に着目した上で、パンタグラフの概念図に基づいて説明する。摩擦力に起因した回転モーメントがすり板に作用すると、すり板にピッチング方向の振動が励起される。このピッチング振動とすり板の上下振動が連成することで不安定振動が発生する⁵⁾。力学モデルに基づいて安定性を評価する場合は、系の複素固有値解析を行うことで得られた固有値の実部の符号に基づいて行うことができる。固有値の実部はモード減衰率の負値に相当するため、これが正の場合はエネルギーが散逸せずに増加することを表す。3章で述べる提案法では、系のモード減衰比に基づいて不安定振動発生の有無を判断する。

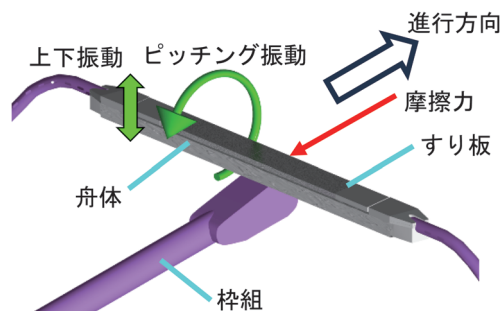


図1 パンタグラフの概念図

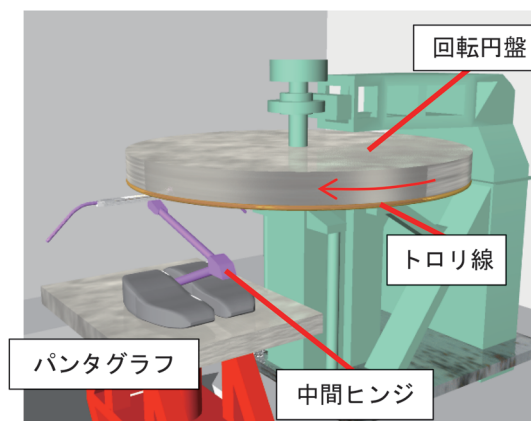


図2 高速パンタグラフ試験装置の概念図

2.2 低速しゅう動試験による現象の再現

実機パンタグラフに不安定振動が発生する条件を示すとともに、4章で述べる提案手法による評価結果の比較対象を得るために、不安定振動の再現試験を摩擦係数を測定しながら行った。本試験は高速パンタグラフ試験装置を用いて行い、図2に示すように底面外周部に実トロリ線を取り付けた回転円盤を回転させることによって、回転円盤下方のすり板とトロリ線をしゅう動させた。本試験で用いたトロリ線はGT110、すり板は鉄系焼結合金すり板（帝国カーボン工業製、T3-2）である。なお、本装置の上方から俯瞰した際に時計周りに回転する円盤に対して、図2のようにパンタグラフの中間ヒンジがパンタグラフとトロリ線の接触点よりも反時計回り側に位置するように設置する条件をなびき条件、時計回り側に位置するように設置する条件を反なびき条件と称する。

摩擦係数の測定は、図3に示すように舟体と舟支えの間に、列車の進行方向及び鉛直方向の直交2軸に測定感度を有するロードセル（東洋測器製、定格250N、型式2D-250N-250N。以下、二分力計）を取り付けて、すり板に作用する接触力と摩擦力を測定することで行った。なお、舟体と舟支えの間で測定した接触力と摩擦力はすり板と舟体の慣性力を含むため、慣性力が支配的になるような高い周波数範囲では測定精度が低いが、1Hz程度までの準静的な現象については十分な精度で測定することができる⁸⁾。

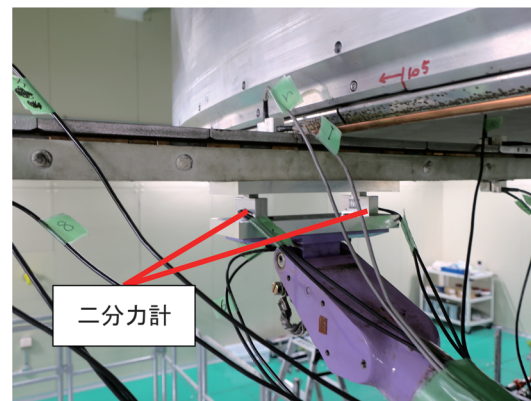


図3 二分力計を用いた摩擦係数測定

はじめに、なびき条件において円盤を周速度5km/hで回転させて、パンタグラフとトロリ線のしゅう動試験（以下、低速試験）を10回実施した。ただし、各試験条件における初期条件を同一とすることを目的として、各試験を実施する前に周速度300km/hで1分間のしゅう動を行った（以下、ならし運転）。低速試験を行った結果、なびき条件では不安定振動は発生しなかった。また、摩擦係数の最大値は、10回の測定での平均値が1.1で標準偏差が0.12であった。

次に、反なびき条件において低速試験を7回実施したところ、すべての試験において不安定振動が発生した。

なお、反なびき条件ではならし運転の開始直後に不安定振動が発生して周速度をそれ以上増加させることができなかつたため、ならし運転を実施しなかつた。反なびき条件では、不安定振動が発生する直前における摩擦係数の値は7回の測定での平均値が0.79で標準偏差が0.17であった。

3. 加振試験データに基づく安定性評価手法

本章では、パンタグラフモデルの質量・剛性・減衰定数の同定が不要な手法として、加振試験データから得られる周波数応答関数（Frequency Response Function。以下、FRF）を用いた安定性評価手法を提案する。

3.1 概要

本研究で提案する安定性評価手法では、はじめに架線との接触点等におけるパンタグラフのFRFを加振試験データから取得し、架線との接触位置と摩擦係数を設定することで、架線・パンタグラフのしゅう動接触状態（以下、全系）におけるFRFを推定する。つぎに、推定されたFRFに基づいてモード特性同定を行うことで全系のモード減衰比を同定し、モード減衰比の正負に基づいて全系の安定性評価を行う。

3.2 しゅう動接触時におけるFRFの推定方法

全系は図4に示すようにすり板の上面に接触ばね・減衰要素から成る接触要素が取り付けられた系とし、y方向に摩擦力が作用する状態を想定する。この全系の点iに関する入出力関係を表すFRFを推定し、この推定結果に基づいて安定性評価を行う。

図4に示すように点iおよび点jの変位と力のつり合いについて考える。すり板上面の点iにおけるz方向変位 Z_i 、接触要素との接触点である点jにおけるz方向変位 Z_j 、y方向変位 Y_j は、FRFと力を用いて次のように表される。

$$Z_i = G_{zi}F_{zi} + G_{zizj}F_{zj} + G_{zizj}F_{yj} \quad (1)$$

$$Z_j = G_{zjzi}F_{zi} + G_{zj}F_{zj} + G_{zjyj}F_{yj} \quad (2)$$

$$Y_j = G_{yjzi}F_{zi} + G_{yjzj}F_{zj} + G_{yjyj}F_{yj} \quad (3)$$

ここで F_{zi} は点iに作用するz方向の力、 G_{zi} は点iにおけるz方向の自己FRF、 G_{zizj} は点iのz方向入力・点jのz方向応答に関する相互FRFを表す。なお、マックスウェルの相反定理が成立する場合は、入力点と応答点を入れ替えても両者の間の入出力関係は等しくなるため $G_{zizj} = G_{zjzi}$ が成立する⁹⁾。

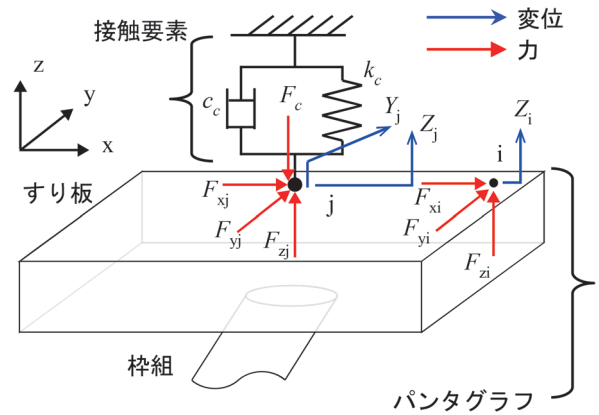


図4 パンタグラフと接触要素から成る全系

全系において点jに作用する接触力 F_c および摩擦力 F_{yj} は次式で表される。

$$F_c = -F_{zj} = (k_c + j\omega c_c)(G_{zjzi}F_{zi} + G_{zj}F_{zj} + G_{zjyj}F_{yj}) \quad (4)$$

$$F_{yj} = -\mu(k_c + j\omega c_c)(G_{zjzi}F_{zi} + G_{zj}F_{zj} + G_{zjyj}F_{yj}) \quad (5)$$

式(1)~(5)をまとめて行列表記すると次式となる。

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{A} \\ \mathbf{0} & \mathbf{B} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} Z_i \\ Z_j \\ Y_j \\ F_{zj} \\ F_{yj} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} G_{zi} \\ G_{zjzi} \\ G_{yjzi} \\ -(k_c + j\omega c_c)G_{zjzi} \\ -\mu(k_c + j\omega c_c)G_{zjzi} \end{Bmatrix} F_{zi} \quad (6)$$

$$\mathbf{A} \equiv \begin{bmatrix} -G_{zizj} & -G_{zizj} \\ -G_{zj} & -G_{zjyj} \\ -G_{yjzi} & -G_{yjyj} \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$\mathbf{B} \equiv \begin{bmatrix} 1 + (k_c + j\omega c_c)G_{zj} & (k_c + j\omega c_c)G_{zjyj} \\ \mu(k_c + j\omega c_c)G_{zj} & \mu(k_c + j\omega c_c)G_{zjyj} + 1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

ここで ω は角振動、 j は虚数単位を表す。式(6)を左辺のベクトルについて解くことで全系のFRFを推定することができる。この方法で全系のFRFを推定するためには、式(6)の係数行列 \mathbf{A} 、 \mathbf{B} および右辺のベクトルに示すようにパンタグラフの各種FRFが必要となる。実機パンタグラフへ本手法を適用する際は、各種FRFを加振試験によって測定して式(6)から全系のFRFを推定する。

3.3 FRFに基づく安定性評価手法

次章では、実機パンタグラフを用いた加振試験を行い、全系の点*i*における*z*方向のFRFである \hat{G}_{zi} を推定する。ここで、 $\hat{\cdot}$ は全系のFRFであることを表す。推定したFRFに基づいてモード特性同定を行い、同定されたモード減衰比の符号に基づいて全系の安定性評価を行う。すなわち、モード減衰比が全て正の場合は安定、一つでも負の場合は不安定と判断する。

4. 加振試験に基づく提案手法の検証

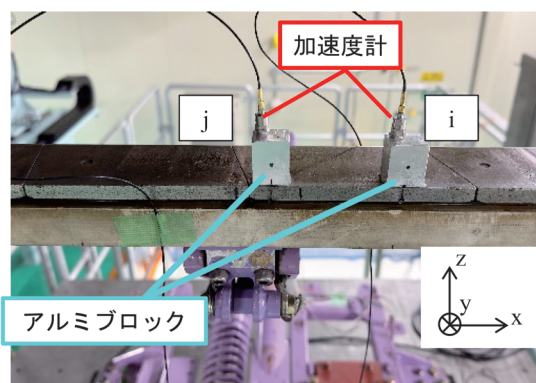
4.1 試験方法

全系のFRFの推定に必要な実機パンタグラフの各種FRFを測定するために、パンタグラフのインパルス加振試験を行った。パンタグラフを定盤上に設置し、静押上力を54Nとした上で、すり板を架線と接触させずに突放状態におけるインパルス加振を行った。加振および加速度計測を行うために、図5に示すようにすり板上面の2箇所 آلミブロック（幅20mm×奥行き20mm×高さ30mm）を接着剤で固定し、このアルミブロック上に加速度計を接着するとともに、アルミブロックの上面および前面をインパルスハンマ（小野測器製、GK-3100）で加振した。アルミブロックを用いて加振および加速度計測を行った理由は、式(6)に示すようにすり板上面での実施が困難な*y*方向の加振および加速度計測が必要なためである。また、測定するFRFの種類に応じて加速度計の設置位置をアルミブロックの上面（図5(a)）または前面（図5(b)）とした。アルミブロックの設置位置は、架線との接触点である点*j*はすり板のまくらぎ方向中心かつレール方向端部とし、FRFの推定対象箇所である点*i*は点*j*から*x*方向に100mm離れた位置とした。本試験の多くの試番ではマックスウェルの相反定理を用いることで、必要に応じて加速度計の取り付け点を加振点として扱い、インパルスハンマによる加振位置を加速度計測点として扱うことで、様々な並進自由度に関するFRFを取得した。

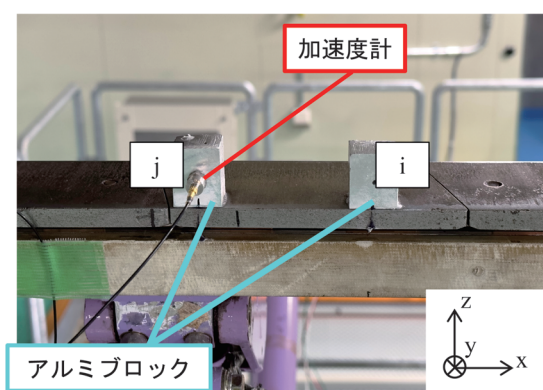
4.2 安定性評価結果

本報告では、接触要素を $k_c=10^7\text{N/m}$ と $c_c=10^3\text{Ns/m}$ として推定したFRFに対して、モード特性同定手法を適用することでモード特性を同定した。モード特性同定手法には、一般粘性減衰系を仮定した周波数領域の同定手法である偏分反復法¹⁰⁾を用いた。FRFの理論値 $G(\omega)$ は式(9)で表される。

$$G(\omega) = \sum_{i=1}^n \left\{ \frac{U_r + jV_r}{j(\omega - \omega_{dr}) + \sigma_r} + \frac{U_r - jV_r}{j(\omega + \omega_{dr}) + \sigma_r} \right\} \quad (9)$$



(a) 加速度計セットアップ1 (z方向FRFを測定)



(b) 加速度計セットアップ2 (y方向FRFを測定)

図5 アルミブロックをすり板上面に取り付けることによる加振および加速度測定

ただし、上式は力を入力として変位を出力とするコンプライアンスの理論式を表し、非線形項の ω_{dr} は減衰固有角振動数、 σ_r はモード減衰率、線形項の U_r と V_r はそれぞれ固有ベクトルの実部と虚部であり、これらのパラメータを同定した。偏分反復法では、モード特性の初期値を与え、FRFを初期値のモード特性のまわりでテーラー展開することによって非線形項を線形化し、モード特性の変更量を求める。本報告では非線形項のうち ω_{dr} の初期値は、FRFのパワーとFRF実部のパワーの比を表すMode Indicator Function¹¹⁾を用いて決定し、 σ_r の初期値はモード減衰比を1%と仮定して求めた。線形項の初期値は、非線形項の初期値を用いて最小二乗法により求めた。偏分反復法では、これらの初期値に基づいて線形項を最小二乗法で同定し、非線形項をFRFの測定値と、式(9)で表される理論値 $G(\omega)$ との誤差が最小となるように繰り返し計算を行うことで同定する。以降は、FRFの測定値と理論値との誤差が最小となるようにモード特性を同定することを曲線適合と称する。なお、文献6では不安定振動が発生する周波数は約15Hzであることが示されていることから、本報告では20Hzまでの周波数範囲を対象として曲線適合を行った。

推定されたFRFと、曲線適合結果との比較を摩擦係数1の場合について図6に示し、同定された固有振動数と対応するモード減衰比のうち、不安定振動の発生が確認された固有モードに関する値を表1にまとめる。表1より、なびき条件では摩擦係数が1であっても系が安定であるのに対して、反なびき条件では摩擦係数が0.89以上では不安定振動が発生し、その周波数は約10.6Hzであることがわかる。図6に示す曲線適合結果では、適合精度が低い周波数も存在するが、不安定振動が発生する10.6Hz付近では比較的良好に曲線適合を行えているため、それ以外の周波数範囲の適合精度は安定性評価結果には影響を与えないものとする。

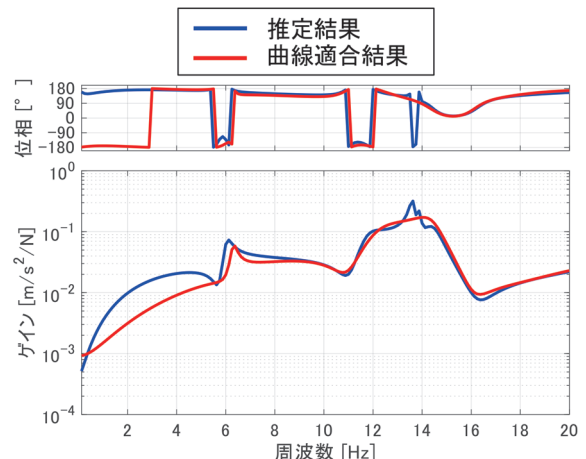
2.2節で述べたように、実機パンタグラフの低速しゅう動試験において、反なびき条件で不安定振動が発生する直前における摩擦係数は平均で0.79であったが、ばらつきが大きく、実際にはこれよりも小さい0.6でも不安定振動の発生を確認している。本手法による安定性評価結果は、低速しゅう動試験結果との間に摩擦係数の平均値で0.1程度の誤差が生じるものの、測定のばらつきを考慮すれば、概ね妥当であると考えられる。一方、本手法ではすり板上面にアルミブロックを取付けて加振と加速度測定を行っており、モーメント入力による影響等が誤差要因として挙げられることから、今後は加振および測定方法の改善により精度向上を図る予定である。

5. まとめ

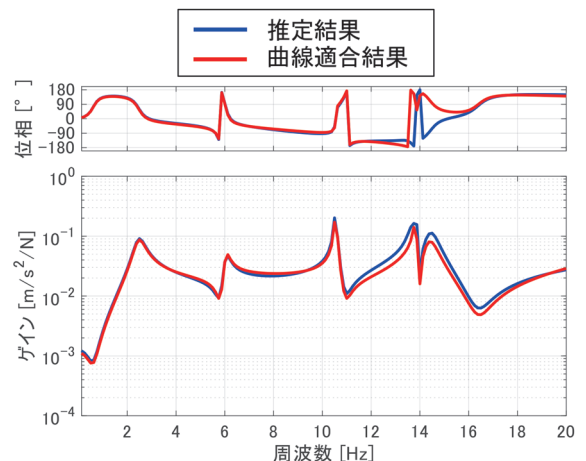
パンタグラフの加振試験データであるFRFを用いてしゅう動状態におけるFRFを推定し、これに基づいて同定されたモード減衰比の符号を用いてしゅう動摩擦に対するパンタグラフの安定性評価方法を提案した。本手法に基づいて実機パンタグラフの安定性評価を行い、反なびき条件では摩擦係数が0.89以上で不安定振動が発生することがわかった。また、なびき条件では摩擦係数が1.0であっても不安定振動が発生しないことがわかった。これらの結果は、高速パンタグラフ試験装置を用いた不安定振動の再現試験結果と概ね一致することから手法の妥当性を示した。今後は、すり板上面の加振方法や加速度測定方法を改善することでさらなる精度向上を図る予定である。

文献

- 1) 日本鉄道車両機械技術協会監修：鉄道電気車両主回路シリーズ4集電装置，日本鉄道機械技術協会，2013
- 2) 根本公紀，久保田喜雄：銅合金トロリ線と鉄系焼結合金すり板の摩擦・摩耗に及ぼすしゅう動速度の影響，第26回鉄道技術連合シンポジウム（J-RAIL2019）講演論文集，



(a) なびき方向



(b) 反なびき方向

図6 FRF推定結果と曲線適合結果との比較（摩擦係数 $m=1$ ）

表1 各摩擦係数に対するモード特性同定結果

	摩擦係数 [-]	固有振動数 [Hz]	モード減衰比 [%]
なびき	0.80	12.07	48.69
	0.90	12.54	36.17
	1.00	11.80	49.00
反なびき	0.80	10.65	0.25
	0.85	10.62	0.09
	0.88	10.61	0.01
	0.89	10.60	-0.005
	0.90	10.60	-0.03
	0.95	10.57	-0.13
	1.00	10.55	-0.27

講演番号 S7-4-2, 2019

- 3) 坂本真彦，加来洋成，鈴木優太：ED76形式パンタグラフのピッチング対策，日本鉄道車両機械技術協会，R&M，

- Vol.20, No.5, pp.55-59, 2012
- 4) 有本弘, 岩瀬勝: 電車線の集電 [Ⅲ], 電気鉄道, Vol.28, No.3, pp.35-38, 1974
 - 5) 天野佑基, 小林樹幸: パンタグラフの不安定振動に対するしゅう動摩擦の影響の解析的検討, 鉄道総研報告, Vol.36, No.7, pp.7-16, 2022
 - 6) 天野佑基, 小林樹幸: しゅう動摩擦が作用するパンタグラフのFMBDを用いたモデリングと安定性解析, D&D2022 講演論文集, 講演番号 123, 2022
 - 7) 小山達弥: 高速パンタグラフ試験装置の開発, 鉄道総研報告, Vol.35, No.9, pp.5-10, 2021
 - 8) 小林樹幸, 天野佑基: 高速パンタグラフ試験装置を用いた架線・パンタグラフ間の摩擦係数測定, J-RAIL2023 講演論文集, No.S7-2-5, 2023
 - 9) 日本機械学会編, 機械工学事典: <https://www.jsme.or.jp/jsme-medwiki/07:1007359> (参照日: 2024年9月25日)
 - 10) 長松昭男: モード解析, 培風館, pp.124-126, 1990
 - 11) M. Rades, "Performance of various mode indicator functions", Shock and Vibration 17, pp.473-482, 2010.