

# 鉄道橋りょう・高架橋の耐震設計に用いる 所要降伏震度スペクトルの実用的な設定方法

坂井 公俊\*

Practical Method for Setting Nonlinear Response Spectrum for Seismic Design of Railway Bridges and Viaducts

Kimitoshi SAKAI

A Non-linear Response Spectrum Method is one of the methods used to calculate the seismic response values of railway bridges and viaducts. In this study, a method for expressing the non-linear response spectrum was proposed using a relatively simple mathematical equation. In addition, a procedure for estimating the parameters to be input into this equation was proposed. The proposed method was applied to seismic records. The result confirmed that the proposed method can automatically represent the overall trend of the spectra of seismic records while significantly reducing the number of parameters used compared to conventional methods.

キーワード：所要降伏震度スペクトル，耐震設計，地震動予測式

## 1. はじめに

鉄道構造物の耐震設計に用いる設計地震動は、弾性加速度応答スペクトル、時刻歴波形によって表示されている<sup>1)</sup>。ただし、一般的な鉄道橋りょう・高架橋のL2地震動に対する地震応答値を算定する際には、非線形応答スペクトルを用いる方法が設計実務において用いられており、これに対応する形で地盤条件、構造物条件毎にそれぞれ「所要降伏震度スペクトル」が用意されている。この所要降伏震度スペクトルを用いることで、エネルギー一定則や変位一定則のような近似的な地震応答値の算定手法と比較して、構造物の非線形応答値を高い精度で算定可能である。さらに、非線形の動的解析が不要であるため、耐震設計時の構造物の応答値算定法として有用な手法の一つである<sup>例えば2)</sup>。

所要降伏震度スペクトルは、入力地震動の時刻歴波形を用いた非線形動的解析を繰り返すことで比較的容易に算定可能であるが、鉄道構造物の耐震設計ではこの計算結果（例えば図1の橙線）をそのまま用いることはせず、図1の青線で示すような複数の直線を組み合わせて表示している。これは、設計地震動や構造物の周期特性の算定精度等の現状を鑑みて、構造物に要求される降伏震度が構造物の固有周期によって極端に変化することを避けるような配慮であるとともに、設計時の取り扱いの容易さも考慮した対応である。

この直線化した所要降伏震度スペクトルを設定する際には、応答塑性率毎に複数の直線を設定する必要があり、図1で示したケースでは応答塑性率 $\mu=1\sim 10$ の範囲で計37個のコントロールポイント（等価固有周期 $T_{eq}$ と

所要降伏震度 $k_{hy}$ の74個の数値)を目視で設定している。このコントロールポイントは、計算結果を概ね再現できるように配慮して設定しているが、定量的な判定基準が存在するわけではないため、設定者による主観や任意性が含まれる可能性がある。また基盤地震動が決定した場合に、地盤条件毎、構造種別毎の所要降伏震度スペクトルが必要であるため、設計で用いる所要降伏震度スペクトル設定には比較的多くの作業を要する。基盤地震動が一つに固定されていれば、この直線化作業は実務設計においてそれほど問題にならないが、近年では基盤位置での設計地震動を地域ごとに個別に評価する事例<sup>例えば3)</sup>も増えてきており、このような目視によるスペクトルの直線化作業を毎回実施することが弊害になりつつある。何かしらの手法によって、ある地震動に対して計算された所要降伏震度スペクトルを自動的に数式等で設定することが出来れば、設計実務の省力化に貢献するとともに、作業による結果のバラツキの抑制にも繋がる。

以上を踏まえて本検討では、設計時の所要降伏震度スペクトルを自動的かつ合理的に設定可能な手法<sup>4)</sup>につい

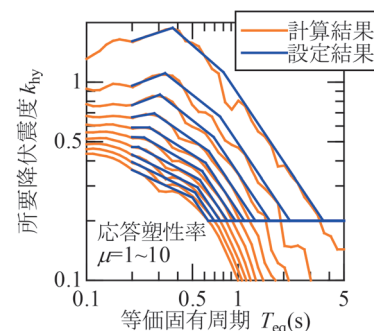


図1 所要降伏震度スペクトルの例<sup>1)</sup>

\* 鉄道地震工学研究センター 地震応答制御研究室

で紹介する。

## 2. 所要降伏震度スペクトルの自動的な設定方法の検討

### 2.1 表示方法の検討

所要降伏震度スペクトルの表示方法とパラメータ推定の手順を整理する。所要降伏震度スペクトルは、図1で示したように等価固有周期  $T_{eq}$  と所要降伏震度  $k_{hy}$  を軸として、同一の応答塑性率  $\mu$  (=最大応答変位  $\delta_{max}$ /降伏変位  $\delta_y$ ) となる構造物の  $T_{eq}$ ,  $k_{hy}$  を繋ぎ合わせることで表示される。所要降伏震度スペクトルは、応答塑性率  $\mu$  が1~10の範囲を1刻みで計算、表示されることが多いため、今回もこの表示方法を踏襲する。

ここで、非減衰の速度応答スペクトルは地震動のフーリエ振幅スペクトルの形状と類似することが確認されている(例えば5)。応答スペクトルは、加速度、速度、変位のそれぞれで固有円振動数  $\omega$  を乗じたり除いたりすることで、簡易かつ概略的に変換可能である。そのため、フーリエ振幅スペクトルの数式表示を活用することが有効であると考えられる。震源、伝播経路、サイト特性の重ね合わせに基づくフーリエ振幅スペクトルの表示方法を使用することで、周期間の関係を有する表示となるため、地震動1波の所要降伏震度スペクトルの簡易な設定が期待される。例えば点震源を仮定した場合の岩盤位置のフーリエ振幅スペクトル  $A(f)$  は、次式で算定できる。

$$A(f) = \frac{R_{\theta\phi} \cdot FS \cdot PRITTN}{4\pi\rho V_s^3} \times M_0 \times \frac{(2\pi f)^2}{1+(f/f_c)^2} \times \frac{\exp(-\pi fR/Q_s V_s)}{R} \quad (1)$$

ここで、 $M_0$ : 地震モーメント,  $R_{\theta\phi}$ : ラディエーションパターン係数,  $FS$ : 自由表面の影響による増幅,  $PRITTN$ : エネルギーの水平2成分への分散を表す係数,  $\rho$ :

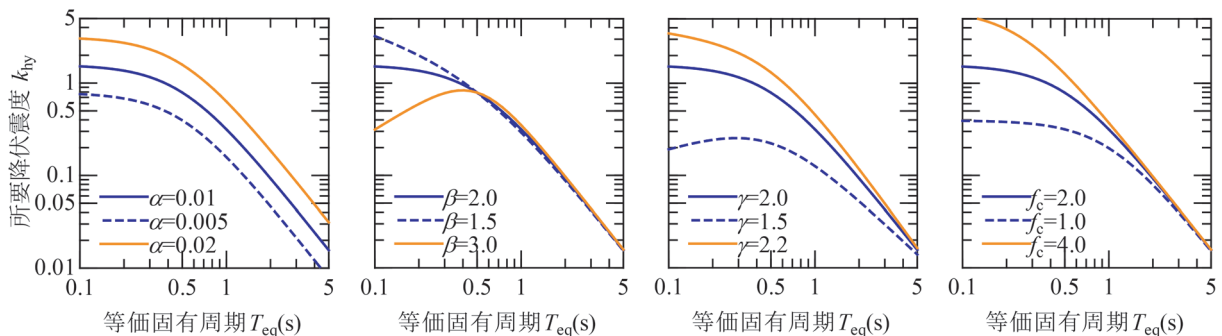
地盤の密度,  $V_s$ : 地盤のせん断弾性波速度,  $f_c$ : コーナ一周波数,  $R$ : 震源からの距離 (km),  $Q_s$ : 伝播経路における  $Q$  値である。このうち、表示形式をより簡便にするため距離減衰に関する項を無視するとともに、 $M_0$  以前の項を定数  $\alpha$  とし、スペクトル長周期、短周期側の勾配を支配する指数部を変数  $\beta, \gamma$  として拡張すると、式(1)は次のように簡略化できる。

$$A(f) = \alpha \cdot \frac{(2\pi f)^\gamma}{1+(f/f_c)^\beta} \quad (2)$$

このようにすることで、地震動の振幅スペクトルが有する物理的な関係性を保持しつつ、パラメータを  $\alpha, \beta, \gamma, f_c$  のみに絞った表示が可能となる。この4つのパラメータを自動的に同定する手順を整理するとともに、式(2)によって当該地点の設計地震動の所要降伏震度スペクトルを適切に再現することができれば、従来よりも少ない作業量、指標で設計スペクトルの表示が可能となり、設計実務における利便性の飛躍的な向上が期待される。

ここで、式(2)で算定される  $A(f)$  に関して、 $\alpha=0.01$ ,  $\beta=2.0$ ,  $\gamma=2.0$ ,  $f_c=2.0$  を基本として、各パラメータを変化させた場合のスペクトル形状の変化を図2に示す。なお基本とした各係数の値は、地震記録から算出される所要降伏震度スペクトルの一般的な形状(例えば図1)を概ね再現できるような値を試行錯誤的に決定したものである。

図2の結果を見ると、まずスペクトルの全体的な形状として図1に示した所要降伏震度スペクトルと類似しているとともに、4つのパラメータを変化させることで、比較的自由度の高いスペクトル表示が可能になることが分かる。ここで式(2)は、式(1)における指数部の2乗を  $\beta, \gamma$  というパラメータで評価することで、各地震動の短周期側、長周期側の勾配を容易に制御可能としている。これによって、様々な周波数特性を有する可能性のある設計地震動波形1波の所要降伏震度スペクトル



(a)  $\alpha$ が変化した場合 (b)  $\beta$ が変化した場合 (c)  $\gamma$ が変化した場合 (d)  $f_c (=1/T_0)$ が変化した場合

図2 パラメータの変化に伴うスペクトル特性の変化 ( $\alpha=0.01$ ,  $\beta=2.0$ ,  $\gamma=2.0$ ,  $f_c=2.0$  を基本)

ルを簡易かつより適切に設定可能となる事も期待される。

そこで以降では、この式(2)を基本としつつ、鉄道構造物の設計者が理解しやすいような記載方法(周波数ではなく周期での表記、構造物の等価固有周期 $T_{eq}$ 、降伏震度 $k_{hy}$ 等での表示)に変更した式(3)によって、地震動を対象とした所要降伏震度スペクトルの表示を試みる。

$$k_{hy}(\mu, T_{eq}) = \alpha \cdot \frac{(2\pi/T_{eq})^\gamma}{1 + (T_c/T_{eq})^\beta} \quad (3)$$

ここで、 $T_{eq}$ : 構造物の等価固有周期 (s),  $T_c$ : コーナー周期 (s),  $k_{hy}(\mu, T_{eq})$ : 対象とする地震動に対して等価固有周期 $T_{eq}$ (s)の構造物が応答塑性率 $\mu$ となる降伏震度(所要降伏震度),  $\alpha, \beta, \gamma, T_c$ : 構造物の応答塑性率 $\mu$ に対して変化する回帰係数である。

## 2.2 パラメータ回帰方法の検討

前節で提案を行った式(3)を用いて所要降伏震度スペクトルを表示するが、本節ではパラメータの回帰手順について整理を行う。ここで地震動、応答塑性率毎に全パラメータを非線形の最小二乗法で同定する方法も考えられるが、その場合には最終的なパラメータの物理的解釈が困難になり、将来的な地震動予測式への拡張に課題が残る可能性も考えられる。そこで図1、図3に示す所要降伏震度スペクトルの一般的な形状を勘案して、以下の手順によって各パラメータの推定を行うこととした。パラメータ推定の手順、イメージも図3に示している。

- [1] 所要降伏震度スペクトルの長周期成分の勾配から係数 $\gamma$ を最小二乗法によって算定する。この $\gamma$ は応答塑性率 $\mu$ によらず全ての $\mu$ で共通した値とする。
- [2] 上記[1]で得られたパラメータ( $\gamma$ )を固定した状況で、所要降伏震度スペクトルの短周期成分の値から、係数 $\alpha$ を最小二乗法によって算定する。この $\alpha$ は、応答塑性率 $\mu$ 毎に算定する( $\mu=1\sim10$ まで10個の値を個別に同定する)。
- [3] 上記[1]、[2]によって算定される2直線の交点からコーナー周波数に相当する係数 $T_c(f_c)$ を算定する。これも応答塑性率 $\mu$ 毎に算定する( $\mu=1\sim10$ まで10個の値を個別に同定する)。
- [4] 上記[1]～[3]で得られたパラメータ( $\gamma, \alpha, T_c$ )を固定した状況で、計算される所要降伏震度スペクトルに最も合致する係数 $\beta$ を最小二乗法によって算定する。この $\beta$ も応答塑性率 $\mu$ 毎に算定する( $\mu=1\sim10$ まで10個の値を個別に同定する)。

ここで上記[1]～[4]の手順について補足を行う。まず[1]、[2]の長周期、短周期成分として設定する範囲は、地震記録毎に網羅的に設定し、最終的に得られる所要降伏震度スペクトルの誤差二乗和が最小になる範

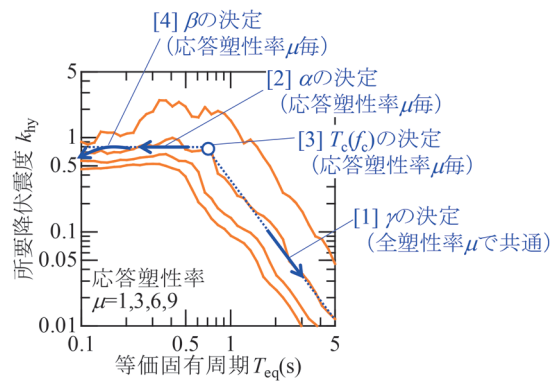


図3 所要降伏震度スペクトルのパラメータ回帰の手順

囲を決定することとした。また、[1]でまず長周期成分の勾配から係数 $\gamma$ を算定しているが、これは図2を見ても分かるように、今回使用する4パラメータのうち長周期成分に大きく寄与するものが $\gamma$ のみであること、これを変化させると短周期側も含めてスペクトル全体の周期に依存した形状変化が生じるためである。次に全体の形状を大きく支配する係数 $\alpha$ を設定し、係数 $T_c(f_c)$ と係数 $\beta$ を順番に設定することで、安定した係数が同定されることを期待している。また短周期成分のスペクトル形状を規定する $\beta$ について、多様な観測記録に対する所要降伏震度スペクトルを俯瞰した場合に、応答塑性率 $\mu$ 毎に変化することを確認しているため、今回は $\mu$ 毎に個別に同定することとした。

以上の手順を経ることで、地震波によって様々な形状を有する所要降伏震度スペクトルに対しても比較的安定したパラメータ同定が期待されるとともに、例えば応答塑性率 $\mu$ を1～10の10タイプとした場合の係数の数が31個( $\gamma$ :1個,  $\alpha, T_c, \beta$ :各10個)と比較的少なく抑えることが出来る。また各パラメータの表示形式を拡張した上で、多様な地震記録に対してパラメータを同定することで、例えば地震規模、距離等に応じた所要降伏震度スペクトルの距離減衰式の実現も期待される。

## 3. 提案手法の有効性の確認

### 3.1 対象とする地震動、計算条件

前章で提案を行った所要降伏震度スペクトルの数式表示、パラメータの回帰方法を実際の地震動に対して適用することで、手法の有効性を確認する。検討を行う地震動波形を図4、弾性加速度応答スペクトルを図5に示すが、ここでは代表的な地震観測記録として1995年兵庫県南部地震のJMA神戸観測記録(NS成分)(以降、JMA神戸)、1993年釧路沖地震動JMA釧路観測記録(NS成分)(以降、JMA釧路)の2波形を対象とするとともに、鉄道構造物の耐震設計で用いられている標準

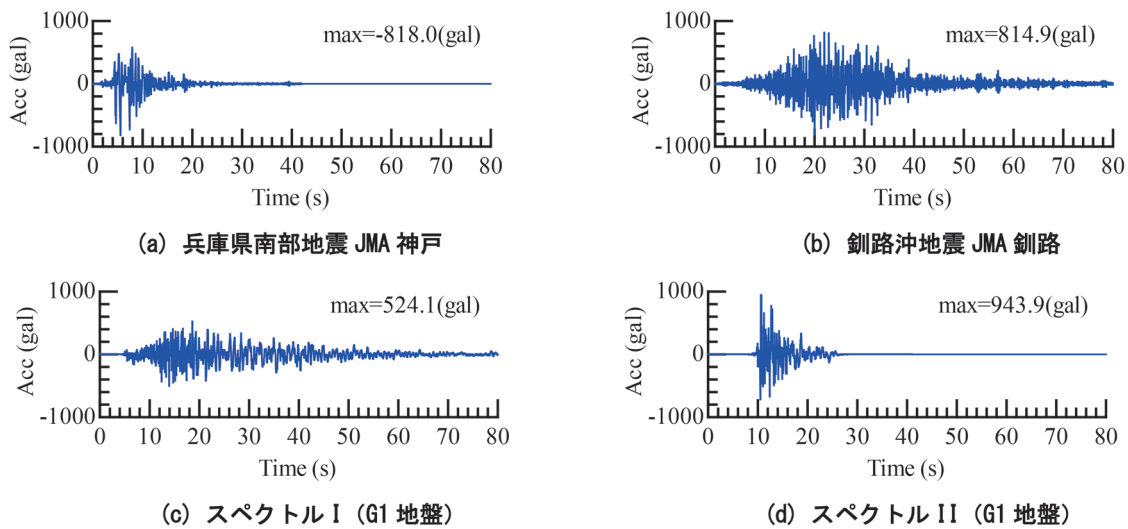


図4 検討に用いる地震動の時刻歴波形

L2地震動スペクトルI, II (G1地盤)の時刻歴波形<sup>1)</sup>も用いた。この標準L2地震動は、既往の観測記録を統計的に処理した弾性加速度応答スペクトルに一致しつつ、構造物の安全性を評価するための設計地震動という観点で所要降伏震度スペクトルが相対的に大きくなるような位相特性を有する時刻歴波形である。

これらの地震動波形に対して所要降伏震度スペクトルを計算する。この時に対象とする構造物条件、計算条件としては、鉄道構造物の耐震設計における鉄筋コンクリート橋りょう・高架橋を対象とした所要降伏震度スペクトルの計算条件と同様とした。具体的には、構造物の非線形特性として骨格をバイリニアモデル、履歴をクラフモデル(第2勾配比0.1, 除荷時剛性低下指数0.2)で設定し、応答塑性率 $\mu=1\sim 10$ (1刻み)となる構造物の降伏震度 $k_{hy}$ を収束計算によって求める。構造物の等価固有周期 $T_{eq}$ は0.1~5秒の範囲で対数軸において等間隔に40個設定した。構造物の減衰定数は固有周期に依存させず $h=0.05$ で一定とした。

以上の条件に基づいて、各地震波形の所要降伏震度スペクトルを計算した結果( $\mu=1, 3, 6, 9$ のみ)を図6に橙線で示す。所要降伏震度スペクトルの大まかな形状としては図3に示したように、応答塑性率 $\mu$ 毎に、ある固有周期で所要降伏震度 $k_{hy}$ が大きくなり、それ以外では徐々に $k_{hy}$ が小さくなる形状であるとともに、長周期側の下り勾配は $\mu$ に依らず概ね類似している。また使用する地震動波形の違いによって所要降伏震度の全体的な大きさ、ピークを示す周期、下り勾配等が異なっている。そのため前章で定義したように、ある程度の自由度を有したスペクトルフィッティングを行う必要があることが分かる。

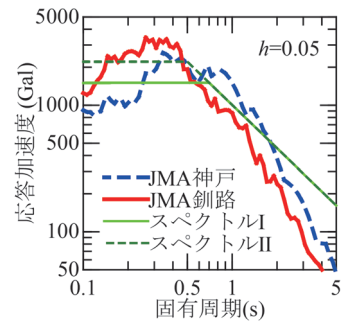


図5 検討に用いる地震動の弾性応答スペクトル

### 3.2 スペクトルフィッティングの結果

前述した4地震動波形の所要降伏震度スペクトル(図6の橙線)に対して、提案手法を適用する。この時には、今回整理した手順に従ってパラメータ $\gamma, \alpha, T_c, \beta$ の同定を行う。パラメータ同定時には、基本的に各パラメータの存在範囲、制約条件等を設けていないが、短周期側のスペクトルの勾配を制御するパラメータ $\beta$ については、最終的な推定結果が地震動毎に大きくばらつく場合があったこと、極端に大きな値や小さな値を設定した場合にも所要降伏震度スペクトルの形状・適合度にはそれほど大きな変化・改善が見られなかったことから、 $1.0 \leq \beta \leq 5.0$ の範囲で制約を設けた。

以上の条件で、地震動毎に所要降伏震度スペクトルのフィッティングを実施した。最終的に得られた所要降伏震度スペクトルを図6に青線で示す。これらの結果より、今回提案した定式化、フィッティング手順によって、いずれの地震動、応答塑性率 $\mu$ を対象とした場合にも所要降伏震度スペクトルの特徴を適切に再現できていることが分かる。また元波形にみられる周期毎のスペクトルの凸凹について、今回の手法で得られるスペクトルはこれを平滑化したような結果となっており、1章で述べた

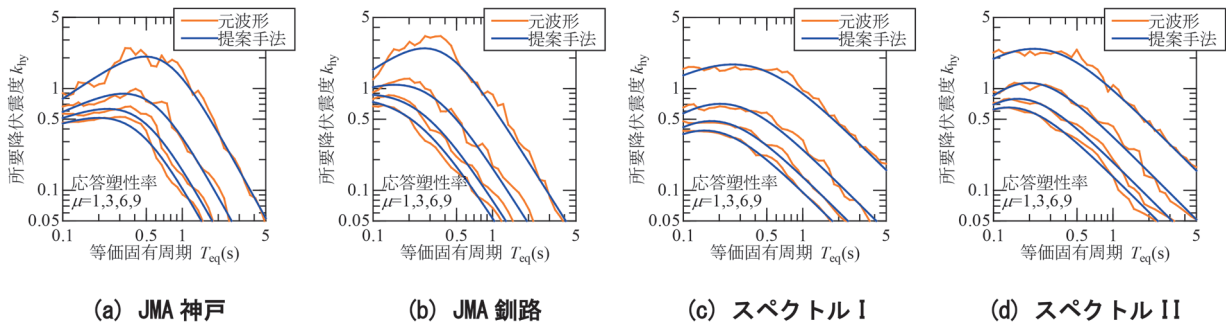


図6 所要降伏震度スペクトルの適合結果

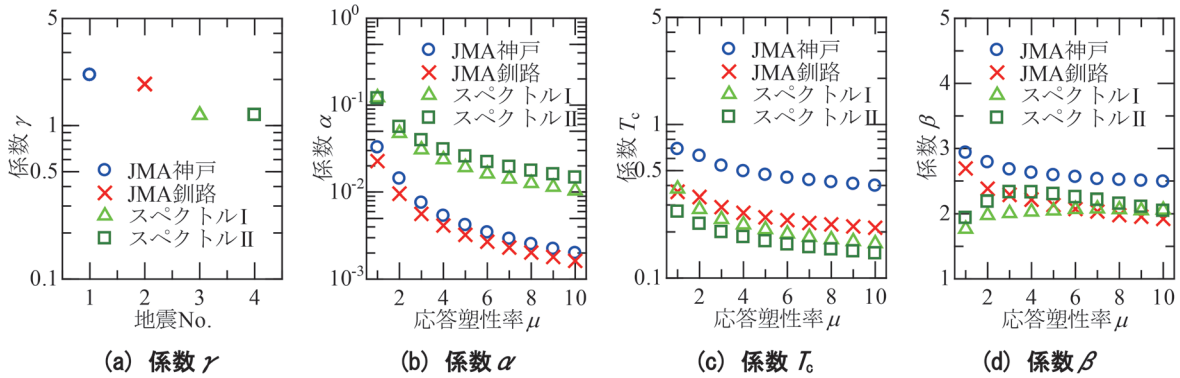


図7 各パラメータの同定結果

耐震設計に用いることを念頭に実施するスペクトル直線化の意図を適切に汲んだ結果が得られている。ただし、今回は幅広い応答塑性率、等価固有周期のスペクトルを平均的に再現するようなパラメータを求めているため、例えば図6 (b) のJMA 釧路、 $T_{eq}=0.4s$ 、 $\mu=1$  などでは元波形の所要降伏震度よりも多少小さな結果となる条件も存在する。これについては、設計時の取り扱いを勘案して元波形の結果を包含する、一定の割合で上回る等の制約条件を設けることで問題を回避可能である。

各地震動に対して算定された回帰係数をまとめて図7に示す。これを見ると、まず長周期側の勾配の程度を表す指標である $\gamma$ は、JMA 神戸、JMA 釧路、標準L2地震動(スペクトルI、スペクトルII)の順に徐々に小さくなっており、スペクトルIとスペクトルIIはほぼ同一の値が得られた。これは、図3に示した弾性加速度応答スペクトルの長周期成分の勾配と同様の傾向を示している。特にスペクトルIとスペクトルIIでは、設計地震動の取り扱いの容易さを考慮して弾性加速度応答スペクトルの長周期成分の勾配を同一としているが、同定された $\gamma$ はこの傾向と合致している。

所要降伏震度スペクトルの最大値を規定するパラメータである $\alpha$ は、各地震で応答塑性率 $\mu=1$ の時に最大値を示すとともに、 $\mu$ が大きくなるに従って徐々に $\alpha$ が小さくなっている。 $\mu=1$ 時の $\alpha$ は弾性時の構造物応答の大小を示しているとともに、 $\mu$ の変化に伴う $\alpha$ の変化程

度は構造物の塑性化時の所要降伏震度の変化割合の大小を示している。このような観点で観測記録(JMA 神戸、JMA 釧路)と設計地震動(スペクトルI、スペクトルII)を比較すると、設計地震動の方が $\mu=1$ 時 $\alpha$ が大きいたとも、 $\mu$ の変化に伴う $\alpha$ の変化程度も鈍い。スペクトルI、スペクトルIIは、構造物の非線形挙動の影響にも配慮して、同一の弾性加速度応答となる時刻歴波形の中で非線形化しやすい位相特性を設定しており、 $\alpha$ の変化程度が観測記録よりも小さくなっているという今回の結果は、設計地震動の位相設定の有効性を示すものである。

所要降伏震度スペクトルのピーク周期に影響を与える $T_c$ は、応答塑性率 $\mu$ の増大に伴って小さくなるとともに、JMA 神戸を対象とした結果のみ全体的な値が大きくなっている。これは図5や図6の結果からも分かる通り、構造物の塑性化程度が増大(振動中の卓越周期の長周期化)に伴ってピーク周期が徐々に短周期側に移行しているとともに、応答のピーク周期はJMA 神戸においてより長周期側に存在することを表したものである。

短周期側のスペクトル低減程度を支配する係数 $\beta$ は、対象とする地震動によって増加、低減の傾向が異なるが、観測記録を対象とした場合には応答塑性率 $\mu$ が大きくなるにしたがって $\beta$ が徐々に小さくなっている。これには対象とする周期帯(今回は $T_{eq}=0.1\sim 5s$ を対象)の影響も含まれるが、塑性化が大きくなるに従い構造物の履歴減衰が増大する結果、周期毎の所要降伏震度の変化が小

さくなる効果を表したものであると捉えることもできる。

以上のように、提案した式(3)とパラメータの推定手順に従って所要降伏震度スペクトル設定を行うことで、実地震動に基づくスペクトルの全体的な傾向を適切に再現可能であるとともに、スペクトル形状の自動設定が可能となる。そのため、従来の目視による直線化作業と比較して大幅な省力化、パラメータ数の低減( $\mu=1\sim 10$ の範囲で従来:74個, 今回:31個)を実現している。

### 3.3 パラメータの低減, 任意の応答塑性率への拡張

前節の検討により、式(3)によって各応答塑性率 $\mu$  ( $\mu=1\sim 10$ の範囲で1刻み)の所要降伏震度スペクトルを良好に設定できることを確認した。ただし、設計を考えると各構造物の応答塑性率 $\mu$ , 応答変位をより細かい分解能で把握する必要がある、任意の応答塑性率 $\mu$ における等価固有周期 $T_{eq}$ と降伏震度 $k_{hy}$ の組み合わせが必要になる。そこで、パラメータ $\alpha$ ,  $T_c$ ,  $\beta$ をそれぞれ次式によって回帰することで、あらゆる応答塑性率 $\mu$ においても所要降伏震度スペクトルを容易に表示可能な形に拡張する。

$$\log \alpha(\mu) = \sum_{n=0}^3 k_{\alpha,n} \cdot \mu^n \quad (4)$$

$$T_c(\mu) = \sum_{n=0}^3 k_{T_c,n} \cdot \mu^n \quad (5)$$

$$\beta(\mu) = \sum_{n=0}^3 k_{\beta,n} \cdot \mu^n \quad (6)$$

ここで、 $k_{x,n}$ :各パラメータ $x$ を算定するための係数( $n=0, 1, 2, 3$ ),  $\mu$ :応答塑性率( $1 \leq \mu \leq 10$ )である。今回対象とした地震動のうちJMA神戸に対して $k_{x,n}$ を最小二乗法によって算定した結果を表1に、これによって計算される所要降伏震度スペクトルを図8に示すが、この方法で各応答塑性率のスペクトルを適切に再現していることが分かる。また今回は省略するが、他の3地震動に対しても同様に適切な所要降伏震度スペクトルを評価可能であることを確認しており、式(3)~式(6)を用いることで、使用するパラメータ数をさらに低減(計13個)した上で、任意の応答塑性率 $\mu$ の所要降伏震度スペクトルを設定可能となる。そのため、この設定方法により、設計実務における有用性がさらに向上すると言える。

## 4. まとめ

構造物設計時の地震時非線形挙動を簡易に算定するための地震作用の表示方法の一つである所要降伏震度スペ

表1  $\gamma$ ,  $k_{x,n}$ の評価結果 (JMA神戸の場合)

$n$	$\gamma$	$k_{\alpha,n}$	$k_{T_c,n}$	$k_{\beta,n}$
0	2.143	-1.049	$8.072 \times 10^{-1}$	3.111
1		$-5.061 \times 10^{-1}$	$-1.238 \times 10^{-1}$	$-2.053 \times 10^{-1}$
2		$6.071 \times 10^{-2}$	$1.412 \times 10^{-2}$	$2.538 \times 10^{-2}$
3		$-2.673 \times 10^{-3}$	$-5.827 \times 10^{-4}$	$-1.109 \times 10^{-3}$

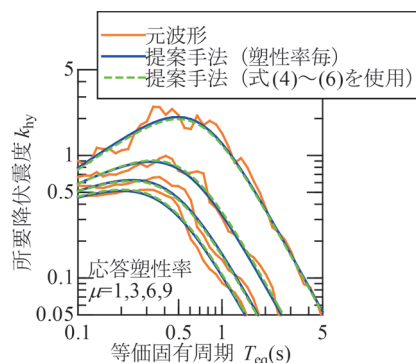


図8 所要降伏震度スペクトルの適合結果(式(4)~(6), 表1による設定)

クトルを自動的に設定可能な手法構築を目的とした検討を行った。その結果、提案手法によって自動的にスペクトルの全体的な傾向を適切に再現可能であることを確認した。提案手法を用いることで、従来の目視による直線化作業と比較して大幅な省力化と、パラメータ数の低減を実現している。これにより、地域性を考慮した設計地震動を設定した場合にも、標準L2地震動をそのまま用いた場合と概ね同程度の作業量による構造物の設計が実現可能となり、地域特性をより反映させた合理的な構造物の実現も期待される。

また今回は紙面の都合上省略したが、提案手法を多様な地震観測記録に適用した結果、手法の幅広い適用性を確認するとともに、地震記録の特性変化に伴って各係数が一定の傾向で変化することも確認している<sup>4)</sup>。

なお本検討では、元波形の平均的な傾向を再現するために最小二乗法によってパラメータ推定を行ったが、状況によっては例えば周期毎のスペクトルの変動を安全側に設定する等の配慮が要求される場合もある。この時には全結果を包絡する、ある一定割合で上回る等の制約条件を付加することで適切なパラメータ推定も可能であるため、今回提案した定式化、パラメータ推定手法は、耐震設計における所要降伏震度スペクトルの設定、提示手法として有効である。

## 文献

1) (公財) 鉄道総合技術研究所: 鉄道構造物等設計標準・同

- 解説（耐震設計），丸善出版，2012
- 2) 家村浩和，三上卓：目標耐震性能に必要な降伏強度と塑性率のスペクトル，土木学会論文集，No.689/I-57，pp.333-342，2001
  - 3) 朝長光，西恭彦，青柳広樹，神澤拓，坂井公俊：常時微動観測に基づくサイト増幅特性評価とこれを考慮した設計地震動評価，鉄道工学シンポジウム論文集，Vol.23，pp.155-162，2019
  - 4) 坂井公俊：鉄道橋りょう・高架橋の耐震設計に用いる非線形応答スペクトルの表現方法に関する一考察，構造工学論文集，Vol.70A，2024
  - 5) 大崎順彦：新・地震動のスペクトル解析入門，鹿島出版会，1994