破断確率を考慮したトロリ線の許容ひずみ値

小原　拓也*　　山下　主税*

Allowable Strain Value for Contact Wires Taking into Account the Probability of Failure

Takuya OHARA　　Chikara YAMASHITA

The allowable strain value for all types of contact wire, including the high strength contact wires, has been set to 500×10^{-6} based on the fatigue characteristics of a basic hard-drawn copper. However, as train speeds increase, the strain value of contact wires may increase to more than 500×10^{-6} in the future. Therefore, in this paper, the authors propose a method for setting allowable strain values for each contact wire taking into account the probability of failure. This probability is consistent with the margins of the conventional allowable strain value of 500×10^{-6}. In addition, using this method, we propose allowable strain values for four types of high strength contact wires.

キーワード：トロリ線，許容ひずみ，疲労試験，S-N 曲線，破断確率，平均引張応力

1. はじめに

パンタグラフがトロリ線をしゅう動しながら通過するたびに，トロリ線には曲げひずみが発生する。この曲げひずみは列車速度が高速になるほど増大する傾向があり，ひずみの大きさによってはトロリ線が疲労破断に至るおそれがある。そのため，トロリ線には許容されるひずみの目安として 500×10^{-6} という値が設定されており，現場ではトロリ線のひずみが許容値以下となることを確認している。

上記の許容ひずみ値は，無張力条件における硬銅線材の疲労特性に，ある程度の余裕度を見込んで設定された値である[1)]。これまで，全ての種類の硬銅および銅合金トロリ線に対してこの許容ひずみ値が適用されてきた。しかし，今後さらなる列車の高速化によってトロリ線ひずみが増大する場合，電車線路設備に対策を講じたとしてもトロリ線ひずみが許容値以下に抑えられなくなる可能性がある。

ここで，一般的に金属材料は静的機械強度と耐疲労性との間に概ね正の相関があることが知られている[2)]。したがって，高速シンプル架線[3)] で用いられるような高強度の銅合金トロリ線については，許容ひずみ値を 500×10^{-6} から緩和できる可能性があると考えられる。ただし，後述するように，従来の許容ひずみ値の設定に用いられた手法では，余裕度を定量化していないことなどの課題がある。よって，トロリ線の種類ごとに異なる許容ひずみ値を設定するためには，余裕度の根拠を定量的に明らかにする必要がある。

そこで本研究では，従来の許容ひずみ値における余裕度に相当する統計的な破断確率を明らかにすることで，他のトロリ線にも適用可能な疲労特性評価方法を提案した。また，提案する方法に基づいて，4 種類の高強度トロリ線の許容ひずみ値を提案した。さらに，平均引張応力が異なる場合におけるトロリ線許容ひずみ値の計算方法について検討した。

2. 従来の許容ひずみ値の設定方法

初めに，従来の許容ひずみ値の設定方法[1) 4)] を述べる。まず硬銅トロリ線と同素材の直径 2mm の線材を用いて，無張力下における曲げ疲労試験により S-N 曲線（図 1）を求める。S-N 曲線は，縦軸に負荷応力振幅，横軸に破断までの繰り返し数をとった，材料の疲労特性を表すグラフである。ここで，硬銅線材の S-N 曲線の 10^7 回における曲げ応力振幅値 120N/mm^2（＝120MPa）を，疲労限度とみなす。これは，曲げ応力の繰り返し数 10^7 回をパンタグラフの通過回数と見ると，摩耗によるトロリ線張替の方が早く訪れると考えられたためである。

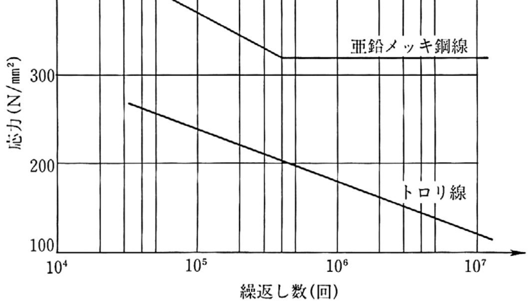


図 1　無張力下における電車線路用材の S-N 曲線[1)]

＊　電力技術研究部　集電管理研究室

続いて，実設備のトロリ線には張力による平均引張応力が生じて疲労限度が低下するので，Smith 線図[5] と呼ばれる疲労限度線図の考え方を用いて，無張力下の疲労限度を張力下の疲労限度へ補正する。図 2 に，硬銅線材の Smith 線図を示す。金属材料に引張強さ（硬銅の場合，350MPa）と同じ応力が加わると，繰り返し応力が作用するまでもなく破断するため，このときの疲労限度は 0 である（図 2 の点 A）。疲労限度は平均引張応力の増大に伴って直線的に低減するという経験的法則[2] があり，先述のとおり平均引張応力が 0（無張力）の場合の硬銅の疲労限度は 120MPa であるから，この法則を硬銅に適用すると，平均引張応力に応じた疲労限度は図 2 の三角形 ABC の上下幅で示される。ここで安全側の許容ひずみ値を求めるために，トロリ線の実用上最小の疲労限度，すなわち摩耗限度まで断面積が減少したトロリ線の平均引張応力における疲労限度を求める。張力 9.8kN に対して摩耗限度（当時は残存直径 7.5mm）に至った硬銅トロリ線 GT110 の平均引張応力は 145MPa であるので，図 2 の横軸 145MPa の位置に垂直の線を引くと，実用上最小の疲労限度は 70MPa と求まる。ここからさらに不確定要素（文献 1 によると，経年による電車線高さ等の変形やトロリ線の表面劣化など）に対する余裕を見込んで 60MPa とし，これを硬銅のヤング率 120GPa を用いてひずみに換算した値が，従来の許容ひずみ値 500×10^{-6} という値である。

以上に示した許容ひずみ値の設定方法には 2 つの課題があると考えられる。1 つ目の課題は，疲労限度を 70MPa から 60MPa にする際の余裕度に定量的な根拠が示されていないことである。これまでの実績から，現場においてトロリ線ひずみを従来許容値 500×10^{-6} 以下に保つことで疲労破断を防止できることは事実であり，上記の余裕度は安全上十分な大きさであると考えられるが，その一方で過剰である可能性もある。

もう 1 つの課題は，無張力下かつ硬銅線材の疲労試験結果により求めた S-N 曲線を基に設定されていることである。S-N 曲線は線径や繰り返し曲げ応力をできるだけ使用状態に一致させて求めることが必要である[4] ので，張力下における実トロリ線の疲労試験結果から求めた S-N 曲線を基に許容ひずみ値を設定することが望ましい。

上記の課題を考慮した許容ひずみ値の設定方法を検討する必要があるが，先に述べたとおり，従来の許容ひずみ値設定における余裕度（不確定要素）には経年劣化の影響が含まれている。ただし，これはトロリ線の定量的な経年劣化を反映した余裕ではなく，新品のトロリ線の疲労特性に，経年劣化を補うのに十分と予想される余裕を持たせたものと考えられる。そこで，従来の許容ひずみ値の余裕度が新品時のトロリ線においてどれだけの安全を見込んだものかを定量化するため，本研究では統計学における破断確率で評価することとした。

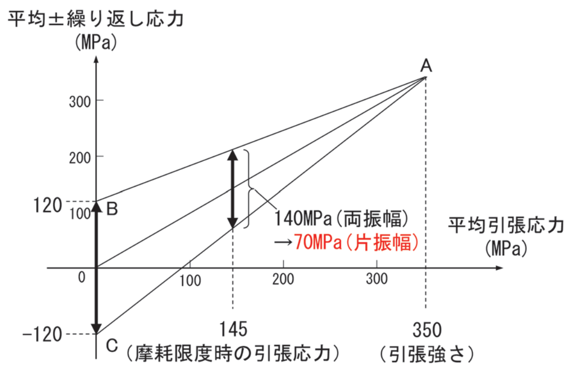
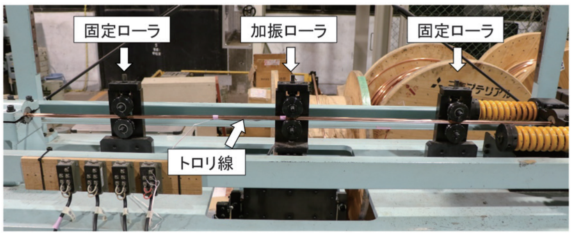
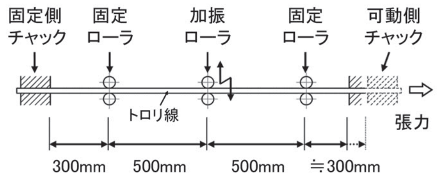


図 2　硬銅線材の Smith 線図



(a)　外観



(b)　概略図

図 3　線条・金具振動試験機

3. 従来の許容ひずみ値における余裕度

3.1　試験方法

本章では，張力下における実物の硬銅トロリ線の疲労試験を実施し，疲労試験結果から P-S-N 曲線（P% の破断確率に対する S-N 曲線）を求め，余裕度を含む従来の許容ひずみ値 500×10^{-6} がどの程度の破断確率に相当するかを明らかにする。なお以下では，S-N 曲線の縦軸（応力振幅）を，ひずみ振幅としたグラフも S-N 曲線と呼ぶこととする。

試験には，図 3 の線条・金具振動試験機を用いた。本試験機は，実トロリ線に張力を加えることが可能であり，中央の加振部を上下に加振して所定の曲げひずみを繰り返し発生させる機構をもつ。疲労試験はトロリ線が破断するまで行い，破断時の回数を計測した。加振振幅は，トロリ線の加振部に貼り付けたひずみゲージの出力に基づいて調整した。加振波形は正弦波，加振周波数は 5Hz

とし，試験張力は敷設時の標準張力である 9.8kN とした。

試験に用いるトロリ線は，硬銅トロリ線 GT110 とした。GT110 の許容応力（引張強度を安全率 2.2 で除した値）と残存直径を変化させた場合の平均引張応力を表 1 に示す。硬銅トロリ線は，張力 9.8kN において摩耗限度に相当する平均引張応力条件（156.2MPa）となるように，切削加工により残存直径を 7.1mm とした。

ここで，第 2 章で述べたとおり，従来の許容ひずみ値設定時の摩耗限度を模擬した平均引張応力は 145MPa（残存直径 7.5mm）であるが，これは許容値設定当時の残存直径の最小刻み幅が 0.5mm であったためである。現在は残存直径 0.1mm 刻みでトロリ線の切削加工が可能であり，また現場においても 0.1mm 刻みで摩耗限度を設定する場合が想定されることから，本研究における摩耗限度相当の平均引張応力は，残存直径を 0.1mm 刻みで小さくした場合に許容応力を超過しない限界の値とした。図 4 に，切削加工後の硬銅トロリ線の断面図を示す。

疲労限度は，従来の許容値の設定方法と同様，10^7 回に対応するひずみ振幅とした。その他の試験順序および S-N 曲線の導出は，文献 6 の 14S-N 試験法に従った。

3.2　試験結果

疲労試験の結果を表 2 に示す。また，試験結果から作成した GT110 の S-N 曲線を図 5 に示す。表 2 の傾斜部データから，図 5 の S-N 曲線の傾斜部分の回帰直線（破断確率 50% に相当する近似線）を求めた。さらに，傾斜部データからひずみ振幅の標準偏差の推定値 $\hat{\sigma}$ を算出すると 93×10^{-6} であった。

疲労限度である 10^7 回に対応するひずみ振幅の推定にはステアケース法[6)]を用いた。ステアケース法による試験結果を表 2 の水平部データに示す。さらに，水平部データから破断確率 50% に相当するひずみ振幅の平均値 $\hat{S}_{10^7}$ を算出すると 762×10^{-6} であった。

上記で求めた $\hat{\sigma}$ と $\hat{S}_{10^7}$ から，任意のひずみ振幅 S に対する破断確率係数 k を次式で算出できる。

$$k = \frac{\hat{S}_{10^7} - S}{\hat{\sigma}} \qquad (1)$$

従来の許容ひずみ値 500×10^{-6} を式 (1) の S に代入すると k は 2.81 となる。この値は，文献 6 によると破断確率約 0.3% に相当する。つまり，従来の許容ひずみ値である 500×10^{-6} において見込まれていた余裕度は，1×10^7 回の疲労寿命における破断確率が約 0.3% のひずみ振幅に相当することがわかった。

この余裕度の大きさは，データのばらつきに関する一般的な指標である 3σ 区間（ある測定データの分布が正規分布に従うとき，99.7% の確率でデータが含まれる区間）と概ね一致する。このことから，上記の余裕度は，一般的な統計指標に基づく最小ひずみを考慮していたことに相当し，妥当な大きさであったと考えられる。

3.3　余裕度の考え方

トロリ線の許容ひずみ値で見込むべき余裕度の考え方は 2 つあると考えられる。1 つ目は，硬銅トロリ線の余裕度をそのまま適用する考え方である。硬銅トロリ線の

表 1　硬銅トロリ線（GT110）の平均引張応力

残存直径 (mm)	断面積 (mm^2)	許容応力 (MPa)	試験張力 (kN)	平均引張応力 (MPa)
12.34	111.1			88.2
7.3	65.2			150.4
7.2	64.0			153.2
7.1	62.7	156.4	9.8	156.2
7.0	61.5			159.3
6.9	60.3			162.6

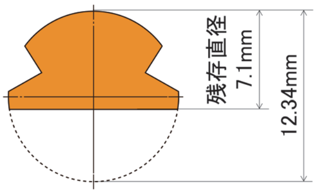


図 4　硬銅トロリ線（GT110）の断面図

表 2　硬銅トロリ線（GT110）の試験結果

傾斜部データ			水平部データ		
番号	ひずみ振幅	繰り返し数	番号	ひずみ振幅	繰り返し数
1	1930×10^{-6}	2.11×10^5	1	530×10^{-6}	$>1.00 \times 10^7$
2	1910×10^{-6}	1.86×10^5	2	630×10^{-6}	$>1.00 \times 10^7$
3	1580×10^{-6}	5.79×10^5	3	730×10^{-6}	$>1.00 \times 10^7$
4	1580×10^{-6}	5.50×10^5	4	800×10^{-6}	$>1.00 \times 10^7$
5	1240×10^{-6}	8.95×10^5	5	900×10^{-6}	9.00×10^6
6	1230×10^{-6}	1.51×10^6	6	810×10^{-6}	8.84×10^6
7	880×10^{-6}	5.37×10^6			
8	880×10^{-6}	7.53×10^6			

（>は未破断を表す。）

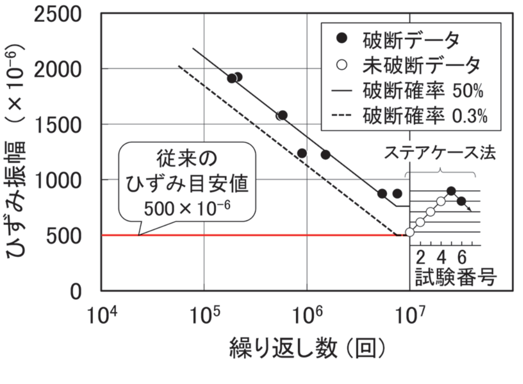


図 5　硬銅トロリ線（GT110）の S-N 曲線

余裕度の大きさは，（破断確率 50% のひずみ振幅）－（破断確率 0.3% のひずみ振幅）＝（762－500）$\times 10^{-6}$＝262$\times 10^{-6}$ である。この考え方は，対象トロリ線の S-N 曲線の破断確率 50% のひずみ振幅から 262$\times 10^{-6}$ を減じた値を許容ひずみ値とするものである。2つめの考え方は，対象トロリ線の S-N 曲線の破断確率 0.3% のひずみ振幅を許容ひずみ値とするものである。

ここで，疲労特性のばらつきは，トロリ線の材質や加工の工程で異なると考えられるため，硬銅トロリ線の余裕度の大きさをそのまま適用すると，場合によっては危険側の評価となるおそれがある。そのため，トロリ線の疲労特性のばらつきを評価することができる2つ目の考え方がより適当と考える。

以上より，本稿ではトロリ線疲労特性評価方法を次のように提案する。「摩耗限度に相当する平均引張応力条件におけるトロリ線の S-N 曲線を取得し，10^7 回の繰り返し数における破断確率 0.3% のひずみ振幅を評価する。」

4. 高強度トロリ線の許容ひずみ値

本章では，前章で提案した方法により，高速シンプル架線等に用いられる4種類の高強度トロリ線の許容ひずみ値を求めた結果を述べる。今回対象とした高強度トロリ線は，インジウム入り硬銅トロリ線 SNN170（断面積 170mm^2），析出強化型銅合金トロリ線 PHC110（断面積 110mm^2）と PHC130（断面積 130mm^2），コバルト・リン系銅合金トロリ線 CPS130（断面積 130mm^2）である。

まずはこれらのトロリ線に対して疲労試験を実施し，S-N 曲線を作成した。表3に，各トロリ線の許容応力，試験張力，平均引張応力，および残存直径条件を示す。試験張力は各トロリ線を高速シンプル架線に用いる場合の張力とした。残存直径条件は，前述の硬銅トロリ線と同様に，平均引張応力が摩耗限度相当となるように定めた。その他の試験方法は前章と同様とした。

疲労試験結果を基に作成した各トロリ線の S-N 曲線を図6～9に示す。また，各 S-N 曲線から求めた標準偏差，破断確率 50% および 0.3% に相当するひずみ振幅を表4に示す。表4より，今回提案する手法を用いる

表３　高強度トロリ線の許容応力と試験条件

トロリ線種類	許容応力 (MPa)	試験条件		
		試験張力 (kN)	残存直径 (mm)	平均引張応力 (MPa)
SNN170	196.5	22.54	10.4	194
PHC110	241.4	19.60	8.7	240
PHC130	241.4	24.50	10.2	240
CPS130	241.4	22.54	9.5	240

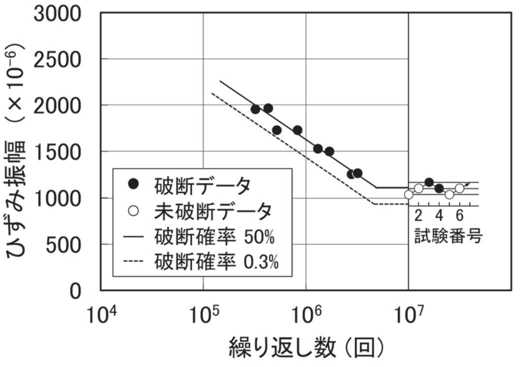


図６　SNN170 の S-N 曲線

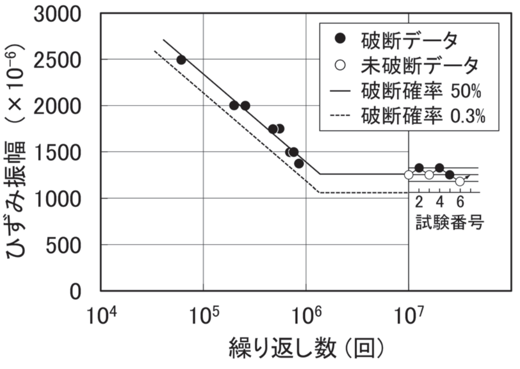


図７　PHC110 の S-N 曲線

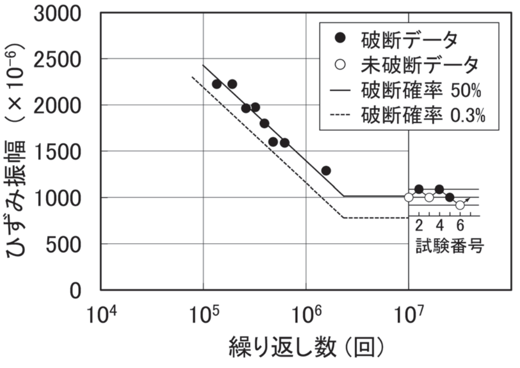


図８　PHC130 の S-N 曲線

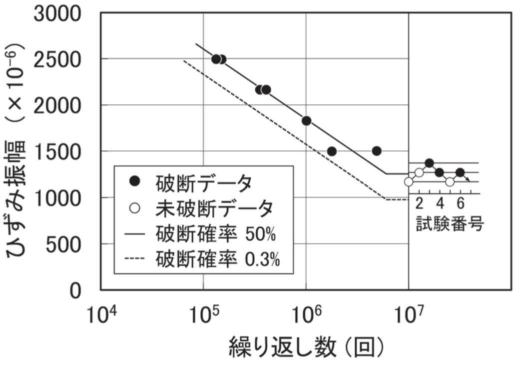


図９　CPS130 の S-N 曲線

表４　S-N 曲線の標準偏差および破断確率 50%，0.3% に相当するひずみ振幅

トロリ線種類	平均引張応力※(MPa)	標準偏差$\hat{\sigma}$ ($\times 10^{-6}$)	破断確率 50%に相当するひずみ振幅$\hat{S}_N$ ($\times 10^{-6}$)	破断確率 0.3%に相当するひずみ振幅 ($\times 10^{-6}$) ($\hat{S}_N - 2.75\hat{\sigma}$) (＝ 許容ひずみ値)
SNN170	194	63	1107	932
PHC110	240	74	1263	1061
PHC130	240	85	1016	781
CPS130	240	99	1247	975

※いずれも摩耗限度条件

場合，いずれの高強度トロリ線の許容ひずみ値も従来許容値の 500×10^{-6} 以上となることを確認した。

5. 平均引張応力が異なる場合の許容ひずみ

5. 1　平均引張応力が異なる場合の許容ひずみ計算方法

前章までは，トロリ線の平均引張応力条件を摩耗限度相当とすることで実使用上最小となるひずみ許容値を求める方法を示した。しかしながら，実際にはトロリ線を摩耗限度まで使用することは安全上あまり見られず，ある程度摩耗限度から余裕をもった摩耗状態（残存直径）で張り替えを行うことが多い。残存直径が大きくなると平均引張応力は小さくなるので，許容されるひずみも大きくなるはずである。そこで本章では，平均引張応力条件が異なる場合のトロリ線の許容ひずみの計算方法について検討する。

文献 7 では，平均応力が異なる疲労試験結果を，疲労過程における（最大応力×応力振幅）$^{1/2}$ で整理すると一本のばらつき帯に入ることが示されている。また，硬銅トロリ線においても，文献 7 で提案された関係式が適用可能であることが報告されている[8)]。そこで，前述した高強度トロリ線の疲労試験結果におけるひずみ振幅を，上記の関係式を用いて平均引張応力が異なる場合のひずみ振幅に変換する。以下，平均引張応力を σ_m，ひずみ振幅を ε_a，応力振幅を σ_a，トロリ線のヤング率を E，張力を P，トロリ線の断面積を A，（最大応力×応力振幅）$^{1/2}$，すなわち $\{(\sigma_m+\sigma_a)\sigma_a\}^{1/2}$ を σ_e と表記し，平均引張応力を変更した後の記号に´（ダッシュ）を付けることとすると，下式が成立する。

$$\{(\sigma_m+\sigma_a)\sigma_a\}^{1/2} = \sigma_e = \{(\sigma_m{}'+\sigma_a{}')\sigma_a{}'\}^{1/2} \quad (2)$$

$$\therefore\ \sigma_a{}' = \frac{-\sigma_m{}' + \sqrt{\sigma_m{}'^2 + 4\sigma_e{}^2}}{2} \quad (3)$$

$$\sigma_m{}' = P'/A' \quad (4)$$

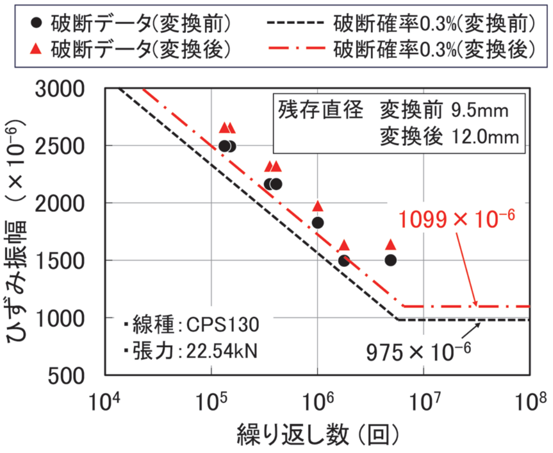


図 10　残存直径変換前後の比較

よって，$\sigma_m{}'$ を式 (4) で定めることにより，式 (2)，(3) から平均引張応力変換後のひずみ振幅 $\varepsilon_a{}' = \sigma_a{}'/E$ を求めることができる。なお，以降の検討ではトロリ線のヤング率を $E = 117.6$GPa とした。

5. 2　残存直径が異なる場合

まず，トロリ線の張力 P が等しく，残存直径（つまり A）が異なる場合について検討する。ここでは例として図 9 の CPS130 の試験結果を用い，平均引張応力変換前の残存直径を 9.5mm（摩耗限度），変換後の残存直径を 12.0mm とした。図 10 に，変換前後の S-N 曲線の比較を示す。煩雑になるのを避けるため，図 10 の打点は傾斜部データのみとした。同図より，残存直径を大きくした方が同じ繰り返し数に対するひずみ振幅が大きくなることが確認できる。また，S-N 曲線の水平部のひずみ振幅を比較すると，変換前が 975×10^{-6}，変換後が 1099×10^{-6} となり，120×10^{-6} 程度上昇することがわかる。図 11 に，張り替え基準となる残存直径を 9.5mm から 13.38mm（新線）まで変化させたときの破断確率 0.3% に相当するひずみ振幅（すなわち許容ひずみ値）を示す。図 11 を用いることにより，張替基準となる残存直径に合わせた許容ひずみ値を定めることができると考えられる。

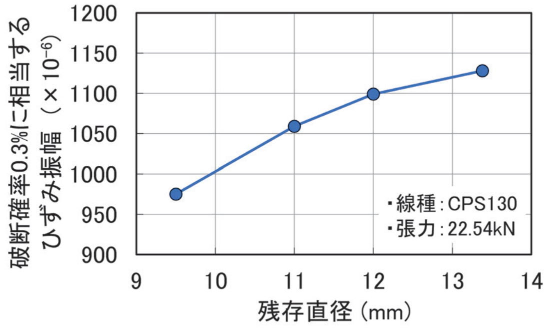


図 11　張り替え基準となる残存直径と破断確率 0.3% のひずみ振幅の関係

5.3　張力が異なる場合

続いて，トロリ線の残存直径が等しく，張力 P が異なる場合について検討する。ここでは前節と同様に CPS130 の試験結果を用い，平均引張応力変換前の張力を 22.54kN，変換後の張力を 14.7kN とした。図 12 に，変換前後の S-N 曲線の比較を示す。同図より，張力を小さくした方が同じ繰り返し数に対するひずみ振幅が大きくなり，その変化幅は 200×10^{-6} 程度だと確認できる。図 13 に，張力を 9.8kN から 22.54kN まで変化させたときの許容ひずみ値を示す。図 13 を用いることにより，トロリ線の張力に合わせた許容ひずみ値を定めることができると考えられる。

前章までのトロリ線の許容ひずみ値（表 4）は平均引張応力条件として摩耗限度を想定しているため，最小かつ最も安全で，どのようなトロリ線の使用条件においても適用可能である。一方，本章で述べたように，残存直径や張力といった平均引張応力を変化させる要素を考慮することで，トロリ線の使用条件に合わせた許容ひずみ値を個別に設定することも可能と考える。

6. まとめ

従来のトロリ線許容ひずみ値 500×10^{-6} で考慮されている余裕度を破断確率の考え方を用いて定量化し，それと整合する新たなトロリ線疲労特性評価法を提案した。また，提案手法に基づき 4 種類の高強度トロリ線の許容ひずみ値を提案した。さらに，平均引張応力が異なる場合におけるトロリ線許容ひずみ値の計算方法について検討した。主な結果は以下のとおりである。

（1）従来のトロリ線許容ひずみ値 500×10^{-6} で見込まれた余裕度は，張力下における GT110 トロリ線の疲労試験の結果，10^7 回の繰り返し数における破断確率約 0.3% のひずみ振幅に相当することがわかった。

（2）摩耗限度相当の平均引張応力下の実トロリ線の P-S-N 曲線において，10^7 回の繰り返し数における破断確率 0.3% のひずみ振幅を，トロリ線の許容ひずみ値とすることを提案した。

（3）高速シンプル架線で使用される高強度トロリ線 4 種類について，（2）の手法による許容ひずみ値を提案した（表 4）。ただし，いずれも摩耗限度相当の平均引張応力条件における値である。

（4）平均引張応力が異なる疲労試験結果を（最大応力×応力振幅）$^{1/2}$ で統一的に整理する手法を用いて，任意の平均引張応力におけるトロリ線許容ひずみ値の計算方法を示した。

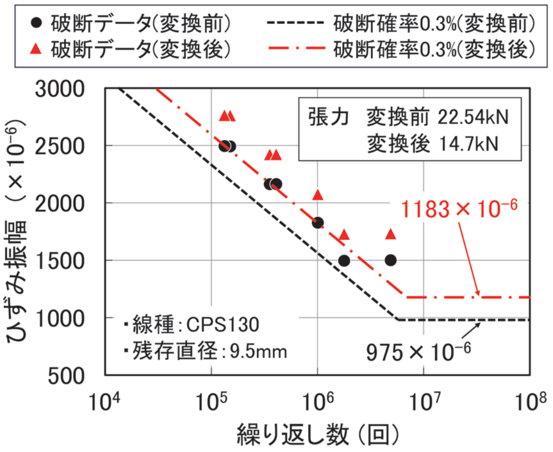


図 12　張力変換前後の比較

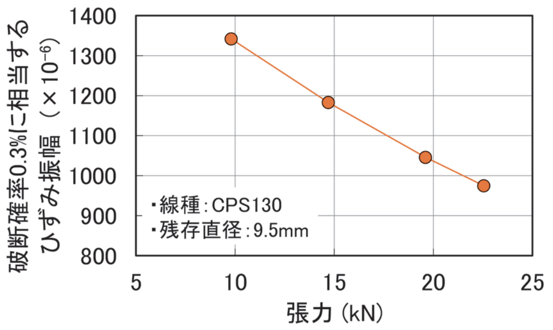


図 13　張力と破断確率 0.3% のひずみ振幅の関係

文　献

1）鉄道総合技術研究所：在来鉄道運転速度向上試験マニュアル・解説，研友社，pp.203-209，1993
2）日本材料学会 編：疲労設計便覧，養賢堂，1995
3）常本瑞樹，清水政利，入倉佳祐，森本大観，山下主税，池田国夫：速度 300km/h 超に対応した高速シンプル架線の開発，鉄道総研報告，Vol.33，No.6，pp.17-22，2019
4）織田修 監修：よくわかる電車線とパンタグラフ，研友社，pp.35-36，1986
5）Mirko Klesnil，Petr Lukas（訳 荒木透，堀部進）：金属疲労の力学と組織学，養賢堂，1984

6）日本機械学会：統計的疲労試験方法（改訂版），日本機械学会，1994
7）K.N. Smith, P. Watson, T.H. Topper: A Stress-Strain Function for the Fatigue of Metals, Journal of Materials, Vol.5, No 4, 1970.
8）菅原淳，山下主税：硬銅トロリ線の疲労寿命に及ぼす諸要因の影響評価，鉄道総研報告，Vol. 20，No.9，pp.17-22，2006