

# 雨天時を模擬した車両運動解析における 車輪／レール接線力モデル

山本 大輔\*

Wheel/Rail Tangential Contact Force Model for Analyzing Vehicle Dynamics under Running in Rainy Conditions

Daisuke YAMAMOTO

This paper describes a wheel/rail tangential contact force model for analyzing vehicle dynamics under running in rainy conditions. So far, vehicle dynamics analyses have been conducted under only dry conditions. In this study, the authors investigated and proposed a wheel/rail tangential contact force model for analyzing vehicle dynamics under running in rainy conditions. The proposed model combines Kalker's linear rolling contact theory with the relationship between adhesive coefficient and velocity measured in running experiments. The validity and generality of the proposed model was confirmed by the measurement experiment of tangential contact force using a twin-disc rolling machine.

キーワード：車輪／レール，粘着係数－速度の関係式，接線力特性，雨天走行時の評価，車両運動解析

## 1. はじめに

近年，営業線で走行実験を繰り返し行うことによる車両性能評価に代わるDX（Digital transformation）の一例として，マルチボディダイナミクス理論に基づく車両運動解析を効果的に車両開発に導入する動きが加速している。その一方で，従来の車両運動解析では，車輪／レール間を乾燥状態として検討することが一般的となっている。その一因を，車両運動解析の流れ（図1）から説明する。

まず，車輪踏面形状とレール断面形状の組合せを項目①で決め，車輪とレールを剛体と仮定して，両者の接触位置を幾何学的に求める接触幾何解析により，輪軸の左右変位量ごとの車輪回転半径と接触角を項目②で算出する。項目③ではHertz理論に基づき車輪／レール間の接触楕円を算出し，その縦横比からKalkerの転がり接触理論によりクリープ係数を選定する。そして，車輪／レール間の接線力係数とすべり率の関係（以下，接線力特性と記す。）を項目④で定義し，最後に，項目⑤で車両モデルを用いた逐次計算により車両の動的挙動を計算する。

このとき，項目①～項目③の諸値は対象車両を選定する段階で一義的に決めることができる。しかし，項目④の車輪／レール間の接線力特性は，摩擦現象と深い関係にありその解明が待たれる状況のため，実態に即した特性を決めることが難しい。具体的には，乾燥条件の場合には，車輪／レール間の摩擦係数を0.3とすれば，経験的に妥当と考えられる一定の解は得られる。しかし，雨天走行時のように車輪／レール間が水潤滑状態となる場

合には，車輪／レール間に介在する水により摩擦係数が小さくなることは直感的に理解できるが，これを信頼のある数値として示すことは難しい。これが理由の一つと推察する。

そこで，雨天走行時の車輪／レール接線力特性を明確にすることができれば，従来の乾燥条件での評価に加え，雨天走行時の車両の走行安定性や走行安全性を実態に即した条件で評価することが可能となるだけでなく，車輪／レール間の接線力特性に速度依存性が生じる加速・減速時の車両の走行性能も定量的に評価可能となる。さらに，一般の技術者や研究者が開発してきた車両運動解析コードを大規模に改修する必要のないモデルとすることで，車両運動解析の多様化が実現できる。

これを実現するため，水潤滑条件での車輪／レール間の接線力特性に関する研究を俯瞰すると，二つの方向性が認められる。1つは，車輪／レール接線力特性のメカニズムを解明しモデル化を図るもので，実現象を模擬した実験と理論検討により有益な知見<sup>1)2)</sup>が得られている。しかし，これらの知見は，営業線で計測された雨天走行時の車輪／レール間の接線力特性の評価で有効に活用さ

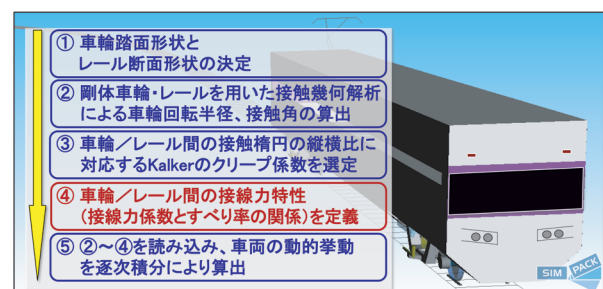


図1 車両運動解析の一般的な流れ

\* 鉄道力学研究部 計算力学研究室

れているが、任意の時間・場所の車輪／レール間の接線力特性を推定するまでには至っていない。

もう一つは、実用性を重視して実験的に同定した接線力特性を車両運動解析に効果的に反映するための手法の開発で、本稿とも関連する。先行研究<sup>3) 4)</sup>では、車輪／レール間の接線力特性に対して、走行実験で車上から計測した車輪／レール間の接線力係数とすべり率の関係を曲線適合により定式化する方法が提案され、走行実験に基づく車輪／レール接線力モデルの一例が示されている。しかし、車両上から計測した車輪／レール間の接線力特性を同定しているため、車輪／レール間の摩擦係数が計測区間で一定でない場合など、クーロン摩擦の原理と整合しないことが指摘されている。このため、走行距離の比較的長い条件で評価する車両運動解析にこれをそのまま適用することは検討の余地がある<sup>5)</sup>。このように、雨天走行時を模擬した車両運動解析に適用できる実態に即した車輪／レール間の接線力特性は明確ではなかった。

本稿では、雨天走行時の実態に即した車両運動解析が実行できる数値解析環境を構築するため、営業線での走行実験の結果に基づく「粘着係数と速度の関係式」に着目し、マルチボディダイナミクス理論に基づく一般的な車両運動解析に実装可能な車輪／レール接線力モデルを提案する。

## 2. 車輪／レール接線力モデルの提案

### 2.1 車輪／レール接線力モデルの構築

2円筒試験装置を用いた接線力測定実験の結果によると、接触面に対して繰り返しすべり状態を発生させるとその表面性状が活性化し接線力が増加傾向を示すこと、そして、試験輪間の接触面の大きさに関係なく、その接線力はKalkerの理論式と整合した値となることを確認している<sup>6)</sup>。このような傾向は、接触面が水潤滑状態の場合でも、接線力の大きさは異なるが同様に認められた。

本研究では、汚れや固形物が介在しない車輪／レール間の接触面に対して定常的に水が流入する場合を対象とし、上述の知見を踏まえ、Kalkerの線形転がり接触理論を基本とした車輪／レール接線力モデルを構築する。

### 2.2 車輪／レール接線力モデルの提案

Kalkerの線形転がり接触理論の詳細については、紙面の都合により文献7と文献8に譲ることとし、本節では本接線力モデルの構成に重きを置いて説明する。

車輪とレールの接触状態を模式図で図2に示す。車輪とレールの断面形状はそれぞれ複数の円弧の組合せで構成されているため、車輪に輪重相当の垂直荷重 $P$ が加わると、接触面近傍で両者が弾性変形するため面接触の状態となる。このとき、両者の断面形状が設計形状のよ

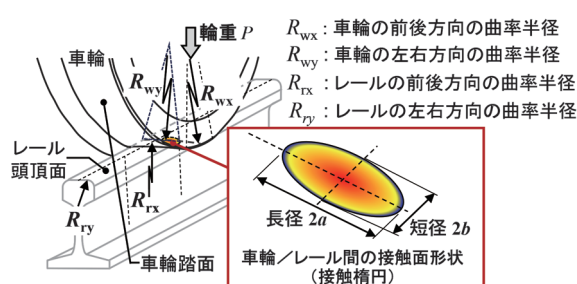


図2 車輪とレールの接触状態

うに平滑な場合、Hertz理論により車輪／レール間の接触面は楕円形状となる（これを接触楕円と呼ぶ）。そして、接触楕円の縦横比 $(a/b, b/a)$ を介して、Kalkerの線形転がり接触理論により、その接線方向の力の換算値を意味するKalkerの無次元クリープ係数をパラメータテーブルから選定する。前後、左右、スピンの無次元クリープ係数をそれぞれ $c_{11}$ 、 $c_{22}$ 、 $c_{23}$ とし、剛性率を $G$ とすると、前後と左右方向の接線力 $(T_x$ と $T_y)$ は、式(1)と式(2)から求まる。このとき、車輪とレール間の接触面で作用する接線力がその間の摩擦力より大きくならない物理的な制約により、数値解析ではあらかじめ摩擦係数の飽和値を定めておく。そして、接線力が摩擦力の飽和値に漸近するよう、式(3)に示す補正係数 $\varepsilon$ を求め、それぞれ式(1)と式(2)に乗じて補正を行う。なお、式(3)はLevi-Chartetの式と呼ばれ、国内では車両運動解析で飽和指数 $\beta$ を1.5とすることが一般的となっている。この値は実車の1/5模型を用いて行われた接線力測定実験<sup>11)</sup>において統計的に求められた値である。

$$T_x = -ab(c_{11})Gs_x \quad (1)$$

$$T_y = -ab(c_{22})Gs_y - (ab)^{3/2}(c_{23})G\omega_3 \quad (2)$$

$$\varepsilon = 1 / \left\{ 1 + \left( \sqrt{T_x^2 + T_y^2} / \mu P \right)^\beta \right\}^{1/\beta} \quad (3)$$

ここで、 $s_x$ 、 $s_y$ 、 $\omega_3$ は車輪／レール間の前後・左右・スピンのすべりを表し、 $ab(c_{11})G$ と $ab(c_{22})G$ がそれぞれ前後方向と左右方向のクリープ係数を意味する。また、 $\mu$ は車輪とレール間の摩擦係数、 $P$ は輪重である。

そして、Kalkerの理論式を実態に即した接線力モデルとするため、本研究では、図3のように、走行実験の計測値に基づき定式化した「粘着係数と速度の関係式」に着目する。図3中に示した式は、新幹線電車の粘着係数計画式であるが、在来線の電車、気動車、機関車を対象とした関係式も同様に提案<sup>10)</sup>されており、雨天走行時の実態に即した接線力特性の一例として揃っている。

本研究では、この「粘着係数と速度の関係式」を式(3)

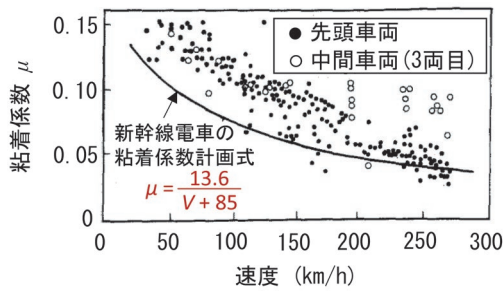


図3 走行実験の結果と粘着係数と速度の関係式<sup>9)</sup>

の $\mu$ に代入することで、車輪／レール接線力モデルを構築する。これにより、すべり率の情報を持たない「粘着係数と速度の関係式」でも、車両運動解析を実行する上で必須となる「車輪／レール間の接線力係数とすべり率の関係式」として求めることができる。

### 3. 二円筒試験装置を用いた車輪／レール接線力モデルの妥当性の検証

#### 3.1 実施概要

車輪／レール接線力モデルの妥当性を検証するため、車輪とレールの接触を一對の大型円筒試験輪の接触で模擬した接線力測定実験を行った。同一試験装置を用いた実験結果から、散水流量が18mL/分以上の条件では車輪／レール間の接線力特性は大きく変化しないことが分かっているため<sup>1)</sup>、接線力係数のばらつきを十分低減することを考え、散水流量は600mL/分の一条件とした。そして、同一試験輪をさまざまな実験条件で繰り返し使用することに対して、接触面の摩耗に起因する実験誤差の偏在を低減することを考え、実験順序は荷重やすべり率をランダムに設定する方法を採った。

本接線力モデルの妥当性の検証は以下の手順で行った。まず、すべり率0.8%以上の条件で計測した接線力係数を摩擦係数と定義する。そして、これらの計測値から「摩擦係数と周速度の関係式」として同定し、式(3)に代入したものと式(1)から「接線力係数とすべり率の関係」を推定する。最後に、車輪／レール接線力モデルの構築には使用していない、すべり率0.8%未満の条件を含む全ての接線力係数と推定式の比較により妥当性を検証する。

なお、前後方向の接線力の増減に応じて左右方向の接線力が変化することは、摩擦円の原理から理解できるため、本稿では前後方向の接線力に限定して評価を行う。

#### 3.2 実験装置と実験条件

鉄道総研が所有する大型2円筒試験装置の一つである「車輪・レール高速接触疲労試験装置」(図4)を用いて実験を行った。本試験装置は、直径500mmの車輪

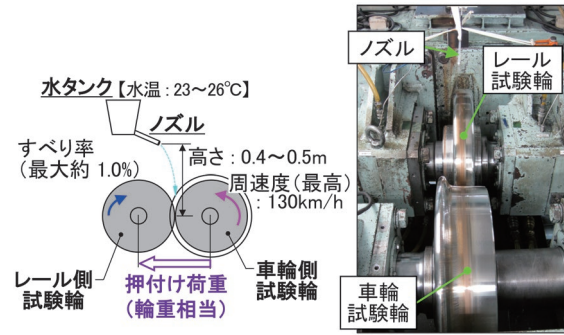


図4 接線力モデルの妥当性検証に用いた実験装置

表1 主要な実験条件

垂直荷重 (kN)	1	5	15
最大接触面圧 (MPa)	367.9	629	907.2
Hertz理論に基づく	長径の半値		
接触楕円の大きさ (mm)	0.74	1.26	1.82
周速度 (km/h)	10, 20, 30, 40, 60, 90, 130		
すべり率 (%)	約1.0(最大)		
散水流量 (mL/分)	約600		
水温 (°C)	23~26		

試験輪(修正円弧踏面形状)とレール試験輪(JIS50kgNレール形状)の組合せで構成しており、実車輪／レール間に作用する輪重を模擬するため、油圧アクチュエータにより車輪試験輪をレール試験輪に最大50kNで押付ける。実際のレールの下部には1/40の勾配を有するタイププレートが敷設されているのでレールは軌道中心方向に内傾した状態で車輪と接触している。本試験装置では実際の配置とは逆となるが、車輪試験輪を約1.4deg外傾させて両者の接触状態を相対的に一致させている。車輪とレールの接触位置は、在来線のスラックのない軌間寸法を考え、輪軸はその中立位置に載る条件から求めた。

雨天時を想定した実験では、試験輪間の接触面を水潤滑状態とするため、試験輪の接触位置上部0.4~0.5m位置に取り付けた簡易な水タンクから試験輪間の接触面に向け自由放水した。試験輪の周速度は、在来線を想定して最高130km/hとし、試験輪の接触面の損傷防止の観点から、すべり率の設定値は最大1.0%程度に制限した。散水流量は約600mL/分とし、実験中に計測された水温は23~26°Cであった。主要な実験条件を表1に示す。

#### 3.3 「摩擦係数と速度の関係式」の同定

実験条件ごとに連続する30秒間以上の接線力係数の平均値を1つの点として纏め、この中からすべり率0.8%以上の条件の接線力係数のみを対象に同定した「摩擦係数と周速度の関係」を図5に×印で示す。さらに、後述する式(4)と式(5)を用いて最小二乗法により計測値を同定した結果を、実験結果と同じ色の実線で重ねて示す。

「摩擦係数と速度の関係式」の同定に用いる基準式は、

鉄道での使用実績<sup>9) 10)</sup>を考慮し、以下の2式を選定した。それぞれ $P_0$ から $P_4$ は同定により求まるパラメータ、 $V$ は速度で単位はkm/hとする。

$$\mu = P_0\{(1 + P_1V)/(1 + P_2V)\} \quad (4)$$

$$\mu = P_3/(V + P_4) \quad (5)$$

図5の実験結果から、実物車輪とレール間と同等の接触面圧の条件となる、荷重5kN（接触面圧629MPa）以上の条件では、試験輪の周速度の向上とともに、自動車のゴムタイヤと路面間のドロプレーニング現象と同様のメカニズムにより、接触面に浸入する水量が次第に増加するので摩擦係数が減少傾向を示している。この傾向は、従来の知見とも整合する。しかし、荷重が1kN（接触面圧367.9MPa）と小さい条件では、周速度40km/h以上となると摩擦係数は0.17程度で一定となり、接線力係数の速度依存性は認められない。これは荷重が1kNと小さいものの、車輪とレールがその接触面に浸入した水により分離するには至らない程度の大きさの接触面圧のため、接触面の表面粗さに起因する微小な隙間（容積）に浸入した水がその上限値に達して完全に水潤滑状態となり接線力係数が一定値に飽和したと考えられる。このように接触面が水潤滑状態となるときに接触形態を考えると、他の荷重条件においても、周速度が130km/hを超える高速条件となると摩擦係数は一定値に飽和する傾向を示すと推察される。

次に、式(4)、式(5)により「摩擦係数と速度の関係式」として同定したパラメータを表2に示す。表2から、同定に用いた式の特徴の違いにより、荷重1kNの条件

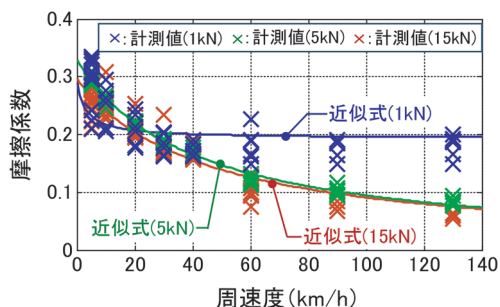


図5 すべり率0.8%以上の条件で計測した摩擦係数と周速度の関係

表2 計測値に対する近似式のパラメータ

垂直荷重 (kN)	最大面圧【計測値】(MPa)	同定したパラメータ			適用した基準式
1	367.9	$P_0=0.29$	$P_1=0.2$	$P_2=0.3$	式(4)
5	629	$P_3=13.3$	$P_4=40.5$		式(5)
15	907.2	$P_3=13.1$	$P_4=44.2$		式(5)

では式(4)、荷重5kN以上の条件では式(5)が、それぞれ計測値の特徴を良好に表現している。なお、同一条件での計測値のばらつきは、繰り返しの実験により、接触面に生じた摩耗や塑性変形による僅かな凹凸により接触形態が変化したためと考える。

その一方で、荷重5kNと15kNの近似式を比較すると、両式で計算される摩擦係数の差は平均5.7%と小さいことが分かる。ここで、実験結果を接触面圧を指標に実車換算評価すると、車輪とレールをそれぞれ修正円弧踏面形状とJIS50kgNレールの組合せとした場合、荷重5kNの条件が輪重20kN、荷重15kNの条件が輪重100kNに相当し、これらは一般的な鉄道車両の荷重条件をほぼ全て網羅することが分かる。

このように、接触面が水潤滑状態のときの接線力特性は、接触面圧が実車と同等の場合、試験輪の周速度が速くなると接線力係数が小さくなる速度依存性が生じること、そして、一般的な鉄道車両を想定した荷重条件の範囲では、近似式で計算される摩擦係数の差は平均5.7%と小さいことが分かった。特に、後者の知見は、輪重が極端に小さい状態が定常的に継続する場合を除く一般的な雨天走行時の車両運動解析では、輪重変動に応じて「粘着係数と速度の関係式」を読み替えなくても計算結果に大きな誤差が生じないため、車両運動解析をコード化する際の簡略化に役立つと考えられる。

### 3.4 車輪／レール接線力モデルの妥当性の評価

本接線力モデルの妥当性を検証するため、3.3節で述べた車輪／レール間の接線力特性の同定には使用していないすべり率0.8%未満の小さい条件のときに計測した接線力係数を含む全ての計測値と本接線力モデルの推定式を比較する。荷重1kN、5kN、そして15kNの場合について、周速度10km/hから130km/hの5条件で比較した結果を図6に示す。各プロット(×印)は実験条件ごとに連続する30秒間の接線力係数の平均値を表し、実線は推定式を表す。両者とも色は共通であり、青色、緑色、赤色はそれぞれ荷重1kN、5kN、15kNを表す。

図6(a)の周速度10km/hの場合、車輪／レール間が水潤滑状態となる条件では、すべり率が0%から0.3%に増加する過程で接線力係数(×印)は次第に大きくなり、すべり率が0.3%以上となると接線力係数は0.2~0.25と一定値に飽和する傾向を示す。この傾向は全ての荷重条件で共通して認められる。その一方で、周速度が増加すると、荷重5kNと15kNの条件では接線力係数の飽和値は次第に減少するが、荷重1kNの条件では、周速度が60km/h以上(図6(c)~図6(e))となると、すべり率0.8%未満の条件においても、ばらつきはあるが接線力係数(×印)の平均値は0.17程度で飽和する傾向が認められる。このように、すべり率の増加

とともに接線力係数が一定値に飽和する傾向は、これまでの実験<sup>2)</sup>でも同様に認められているため、これらの傾向は妥当と考えられる。

次に、計測値と推定式の関係性を評価する。図6から、本接線力モデルにより求めた推定式は、周速度および荷重の条件に関係なく同様の形態を示しており、計測値に対する推定値の平均誤差は最大22%程度(図7)と良好な精度で推定できていることが分かる。

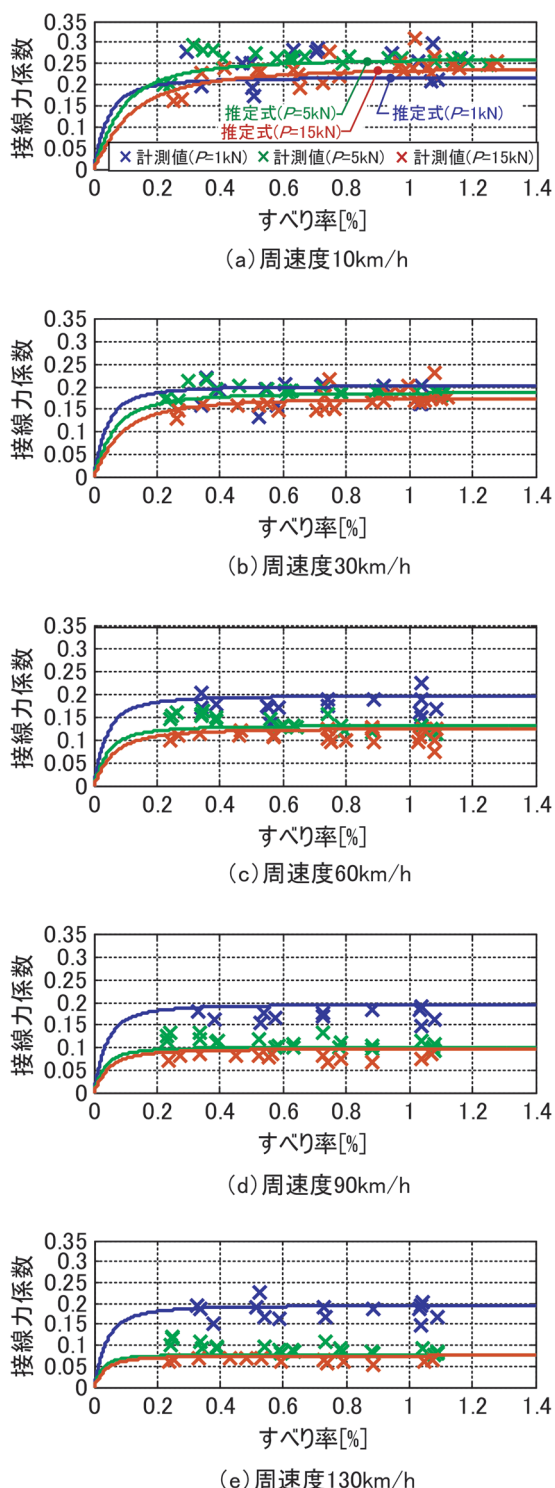


図6 接線力モデルと計測値の比較

これらの平均誤差は、図5に示す「摩擦係数と周速度の関係」で近似式と計測値の差異に起因するものなので必然的に生じたものと考えられる。すなわち、これらの結果は、ばらつきを有する計測値に対してその近似式の精度を高めることがより実態に即した条件で車両運動解析を実行する上で重要となることを意味している。

このように本研究で提案する車輪/レール接線力モデルは、すべり率の小さい範囲から大きい範囲まで、実験で計測した接線力係数と周速度の関係性を最大22%程度の平均誤差で推定できていることが分かった。なお、本稿では紙面の都合により記載はしないが、その他の周速度の条件でも推定値と計測値は同様の精度で一致することが確認でき、散水流量の異なる実験を対象とした場合でも、接触面が定常的に水潤滑状態となる条件の場合には同様の精度で一致することを確認した。

これらの実験結果から、車輪/レール間の摩擦係数と周速度の関係性の把握により、車両運動解析の実行に必須となる「車輪/レール間の接線力係数とすべり率の関係」を良好な精度で推定できていることが分かり、本接線力モデルが妥当であることが実証できた。そして、車輪/レール間の摩擦係数は、営業線での走行実験で計測される粘着係数と同意のため、走行実験の計測値に基づく「粘着係数と速度の関係式」を本接線力モデルに適用することで、雨天走行時の実態に即した条件の下で車両運動解析が実行できることが分かった。

これに加えて、Levi-Chartetの式を用いる場合、摩擦力に漸近する度合いを決定する飽和指数 $\beta$ を1.5とすることが一般的となっていることを前述したが、車輪/レール間が水潤滑状態となる場合においても飽和指数 $\beta$ を1.5とすることが適切であることが確認できた。

#### 4. 本接線力モデルの一般性に関する検証

最後に、本接線力モデルの一般性を検証するため、他の研究者が行った水潤滑条件における接線力測定実験の結果との比較により検討する。ここでは過去の知見<sup>1)</sup>に

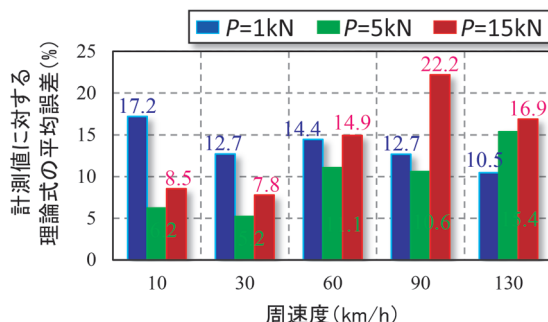


図7 計測値に対する推定値の平均誤差

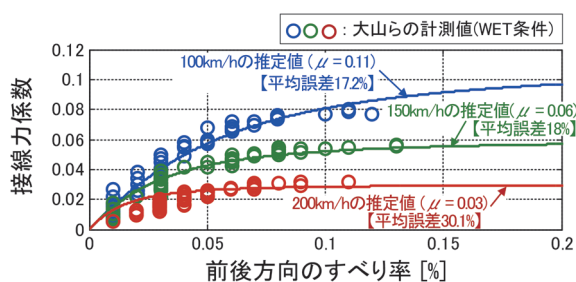


図8 文献12の計測値と本接線力モデルの比較

に基づき、主要な学術誌に掲載された論文のうち、試験輪の接触面の形状変化に留意した実験が行われていることが伺われる実験結果を対象とした。

図8の実験結果<sup>12)</sup>は、直径660mmと550mmの試験輪の組合せで行った接線力測定実験で、接触面に毎分 $3.0 \times 10^{-4} \text{m}^3$ の水を供給しながら接線力係数とすべり率の関係を評価したものである。試験輪の接触面は平坦で一方の接触面は「とつ型」となっている。最大接触面圧は785MPaで、周速度の条件は100, 150, 200km/hの3通りを検討している。これに対して、試験輪の断面形状など、実験と同じ条件を想定して本接線力モデルで求めた推定値は、計測値に対して最大30.1%の平均誤差となり、図7と同様に周速度の条件によらず計測値と概ね一致することが分かった。特に、図6では、すべり率0.2%以下の条件での比較が十分ではなかったが、図8ではすべり率0.15%程度以下の範囲でも推定値と計測値が良好に一致することが分かった。このような結果は、他の文献に掲載された別の実験結果に対しても同様に確認することができた<sup>8)</sup>。

このように、本接線力モデルによる推定値は、他の研究者が実施した実験結果に対しても同様に一致すること、そして、すべり率の範囲が図6とは異なる場合でも同様に一致することがそれぞれ確認できた。このことから、本接線力モデルは車輪／レール間が定常的に水潤滑状態となるときに接線力特性を推定するための数値解析モデルとして一般性を有すると考えられる。

## 5. まとめ

雨天走行時を模擬した実態に即した車両運動解析を実行できる数値解析環境を構築するため、車輪／レール接線力モデル（摩擦特性モデル）を提案した。そして、様々な条件下での実験結果と比較した結果、以下の知見を得ることができた。

- (1) 営業線での走行実験で同定された雨天時の「粘着係数と速度の関係式」とKalkerの線形転がり接触理論を組み合わせることにより、雨天走行時を模擬した車輪／レール間の接線力係数とすべり

率の関係を推定する手法を提案した。

- (2) 雨天時の「粘着係数と速度の関係式」は、実車の輪重条件の範囲では大きな差異が生じないことを実験的に示すと同時に、車両運動解析をコード化する際の簡略化に役立つ知見として示した。
- (3) 本接線力モデルの妥当性を検証するため、2円筒試験装置を用いた接線力測定実験を実施した。その結果、水潤滑条件でも飽和指数 $\beta$ を1.5としたLevi-Chartetの式は妥当であることを確認すると同時に、本接線力モデルによる推定値は、今回対象とした実験の計測値に対しては最大30%程度の平均誤差で推定できることを示した。

最後に、本車輪／レール接線力モデルは、雨の降り始めや雨あがりのように車輪／レール間に水滴が点在する場合を除いて、定常的に水潤滑状態となる時の車両運動解析に活用することができる。具体的には、雨天走行時の車両の走行安定性や走行安全性を実態に即した条件で評価できるだけでなく、車輪／レール間の接線力特性に速度依存性が生じる車両が加速・減速するときの走行性能も定量的に評価することができる。特に、一般の技術者や研究者がこれまで開発してきた車両運動解析コードを大規模に改修することなく、車両運動解析の多様化に活用できることに有用性があると考えられる。

## 文献

- 1) 山本大輔：車輪滑走を誘発する雨天時の車輪／レール接線力の実験的評価, JREA, Vol.66, No.10, pp.47338-47341, 2023
- 2) 山本大輔：2円筒試験装置を用いた実験による散水流量と車輪／レール接線力の関係評価, 鉄道総研報告, Vol.37, No.4, pp.1-7, 2023
- 3) Polach, O., Creep forces in simulations of traction vehicles running on adhesion limit, Wear 258, pp.992-1000, 2005.
- 4) Vollebregt, E.A.H., Numerical modeling of measured railway creep versus creep-force curves with CONTACT, Wear 314, pp.87-95, 2014.
- 5) 山本大輔：三次元マルチボディダイナミクスモデルを用いた走行実験と室内実験における車輪／レール接線力特性の差異に関する一考察, 日本機械学会 機械力学・計測制御部門, Dynamics and Design Conference 2023, No.23-18, 605, 2023
- 6) 山本大輔：2円筒試験機を用いた実験による実車輪／レール間の接線力の推定, 鉄道総研報告, Vol.35, No.9, pp.29-34, 2021
- 7) Kalker, J.J., Three-dimensional elastic bodies in rolling contact, KLUWER ACADEMIC PUBLISHERS, 1990.
- 8) 山本大輔：Levi-Chartetの式と粘着係数－速度の関係式を

- 組み合わせた車両運動解析のための実用的な車輪／レール  
接線力モデル, 日本機械学会論文集, Vol.89, No.922,  
2023
- 9) 渡邊朝紀: 空転・滑走検知, 再粘着制御研究の内外の歴史  
と最近の動向, 電気学会誌, Vol.122, No.9, pp.613-  
617, 2002
- 10) 電気鉄道ハンドブック編集委員会: 電気鉄道ハンドブック,  
コロナ社, p.389, 2007
- 11) Matsudaira, T., On the method of preventing the hunting of  
railway vehicles, particularly of two-axle cars, ORE Question  
C9, C9/RP.2E(1960), Utrecht, pp.99-171.
- 12) 大山忠夫, 丸山弘志: 高速ころがり接触下のすべりと摩擦  
(水潤滑状態における表面あらさの影響), 日本機械学会  
論文集 C 編, Vol.48, No.431, pp.1005-1013, 1982