

通り変位データを用いたロングレールの座屈発生温度の簡易な推定方法

山岡 大樹* 玉川 新悟* 西宮 裕騎*

Simple Estimation Method of Buckling Temperature of Continuous Welded Rail Considering Lateral Track Irregularities

Daiki YAMAOKA Shingo TAMAGAWA Yuki NISHINOMIYA

The control index for buckling of continuous welded rails in Japan is set based on the lowest rail temperature increase that buckling can occur theoretically. However, there is a considerable difference between the index temperature and the buckling temperature at which the actual rail buckling occurs. Therefore, the current buckling control index may have an excessive safety margin for buckling. In order to improve the accuracy of control index, it is necessary to estimate buckling temperature affected by lateral track irregularities. In this study, we have proposed a method for easily estimating the buckling temperature of continuous welded rails considering lateral track irregularities measured by a track inspection car.

キーワード：通り変位データ，軌道検測車，ロングレール，座屈発生温度，FEM

1. はじめに

バラスト軌道のロングレールでは，温度変化に伴う伸縮がレール締結装置とまくらぎを介して道床により拘束されるため，レール軸力が生じる。特に，夏季高温時になると，圧縮方向のレール軸力が生じ，これが許容限度に達すると，軌きょうはレール横方向に道床を押し出しながら張り出す座屈を生じる恐れがあるため，ロングレール区間では座屈に対する適切な管理が必要となる。

レールへの温度荷重と軌道の内力の釣り合い状態として，図1にレール横移動量と中立温度（レール軸力が0となる温度）からのレール温度上昇量の関係を示す。レール温度上昇量が大きくなり，同図の極大点Aに到達すると，釣り合い状態が不安定な経路ACを介することなく点Bへと飛び移り，レール横移動量が一気に増加する。これが軌道でみられる座屈の挙動を表している。なお，レール横移動量が微小な経路OAのうち，点Cにおけるレール温度上昇量 T_c までの経路では，任意のレール温度上昇量における釣り合い点がひとつしかなく飛び移り座屈が生じないことから， T_c は座屈が理論上生じ得るレール温度上昇量の下限値となる。ここで，点Aにおけるレール温度上昇量 T_a （以下，座屈発生温度）は，通り変位の増大等により低下することが指摘されている¹⁾²⁾。日本の現行の座屈管理では，通り変位が座屈強度に及ぼす影響を包含する形で， T_c をもとに座屈に対する安全余裕度を評価している³⁾。

しかしながら，座屈発生温度 T_a と T_c の間には少な

らず温度差があることから，現行の座屈管理は安全余裕度を必要以上に確保している可能性があり，保守コストの観点から合理的でない場合もあると考えられる。一方で，安全余裕度の緩和に向けては，通り変位の影響を受ける座屈発生温度を精度よく評価する必要がある。これまでに，座屈発生温度と T_c の温度差を考慮して安全余裕度を緩和しようとする検討⁴⁾が行われているが，この検討は実際の軌道でみられる複雑な通り変位を十分に考慮したものではない。

そこで，実軌道の座屈発生温度を精度よく評価することを目的に，軌道検測車で取得された通り変位データを，レール横方向のゆがみ形状（以下，レール形状）として考慮した軌道のFEMによる座屈解析を多数実施した。その結果を踏まえて，多大な計算コストを要するFEM解析を介することなく，複雑な通り変位の状態を考慮したロングレールの座屈発生温度を簡易に推定する方法⁵⁾を提案した。

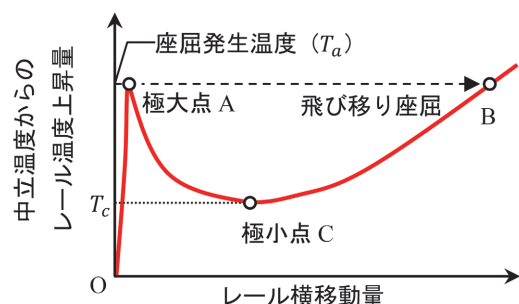


図1 レール横移動量とレール温度上昇量の関係

* 軌道技術研究部 軌道構造研究室

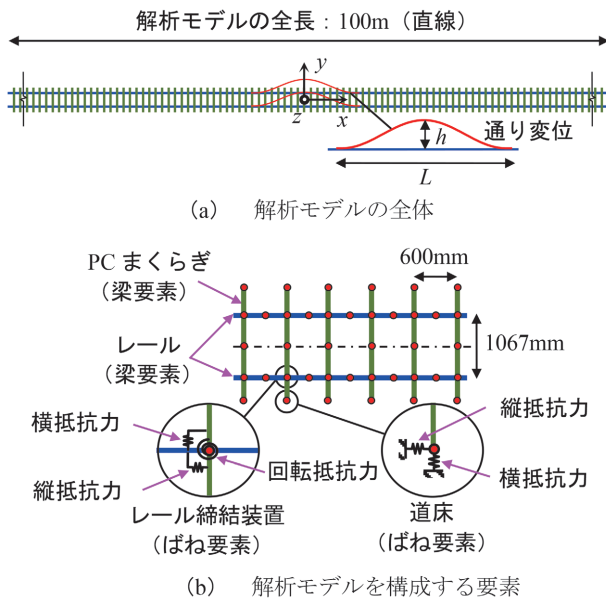


図2 座屈解析モデルの概要

2. FEM 座屈解析による基礎的検討

2.1 解析ツールおよび解析モデルの概要

軌道のFEM座屈解析では、著者らの一部が過去に開発した非線形静的座屈解析ツール⁶⁾を用いることとした。なお、本解析ツールは、実物大軌道を用いた座屈試験の結果と良好な一致を得ており、その妥当性を確認しているものである⁶⁾。

図2に本稿で用いた座屈解析モデルの概要を示す。本モデルは全長100mの直線軌道モデルで、温度変化に伴うロングレールの自由伸縮が生じない不動区間を想定して、両端のレール長手方向(x軸並進方向)の変位を拘束した。レールとまくらぎについてはEuler梁要素で模擬した。また、レール締結装置については縦方向(x軸並進方向)・横方向(y軸並進方向)・回転方向(z軸周り回転方向)の抵抗力の特性をレール上の節点とまくらぎ上の節点を接続するばね要素で、道床縦抵抗力および道床横抵抗力の特性をまくらぎ端の節点と不動点を接続するばね要素で定義した。なお、各ばね要素は非線形特性を付与することができる。

本解析は有限変位理論に基づき、釣り合い経路の解法として荷重増分法と弧長増分法⁷⁾を併用している。

2.2 解析モデルの諸元

表1に解析モデルの諸元を示す。レールとまくらぎはそれぞれ50kgNレールと3号PCまくらぎを対象として、各材料特性を付与した。レール締結装置の各抵抗力は実際のバラスト軌道用のレール締結装置で標準的に使用される値⁸⁾⁹⁾とした。道床縦抵抗力および道床横抵抗力は非線形特性⁴⁾とし、道床横抵抗力の最終値(以下、

表1 解析モデルの諸元(標準値)

項目	値	
50kgN レール	ヤング率	$2.058 \times 10^5 \text{ N/mm}^2$
	ポアソン比	0.3
	線膨張係数	$1.14 \times 10^{-5} / ^\circ\text{C}$
	断面積	$6.42 \times 10^3 \text{ mm}^2$
	断面2次モーメント (z軸回り)	$3.22 \times 10^6 \text{ mm}^4$
3号PC まくらぎ	ヤング率	$2.2 \times 10^4 \text{ N/mm}^2$
	ポアソン比	0.2
	断面積	$2.84 \times 10^4 \text{ mm}^2$
	断面2次モーメント (z軸回り)	$1.14 \times 10^8 \text{ mm}^4$
	長さ	2000 mm
レール 締結装置	回転抵抗力のばね定数	27.6 kNm/rad
	縦抵抗力のばね定数	12 kN/mm
	横抵抗力のばね定数	43 kN/mm
道床 横抵抗力	最終値 g_0	4 kN/m/レール
	算定式 g	$g = g_0 \times v / (v + 1.0)$ v: y 方向変位 (mm)
道床 縦抵抗力	最終値 k_0	6 kN/m/レール
	算定式 k	$k = k_0 \times u / (u + 1.0)$ u: x 方向変位 (mm)
通り変位	波長 L	10 m
	波高 h	13 mm

最終道床横抵抗力)は、急曲線を除く区間で一般的に確保される値¹⁰⁾とし、道床縦抵抗力の最終値は最終道床横抵抗力の1.5倍とした。

また、次節の2.3.1項の検討に際して、式(1)による仮想的な通り変位を図2(a)および表1に示す通り与えた。

$$y_0 = \frac{h}{2} \left(1 + \cos \frac{2\pi}{L} x \right), \quad -\frac{L}{2} \leq x \leq \frac{L}{2} \quad (1)$$

ここに、 y_0 : 通り変位、 h : 通り変位の波高、 L : 通り変位の波長である。

なお、本稿では初期の通り変位に伴うレールの曲げモーメントや道床抵抗力の変化等は考慮していない。

2.3 FEM 座屈解析による基礎的検討

2.3.1 各パラメータと座屈発生温度の関係

本項では解析モデルのパラメータである、レール締結装置の各抵抗力、道床縦抵抗力、道床横抵抗力、通り変位の波高に関して、各パラメータを変化させた座屈解析を実施し、各パラメータと座屈発生温度との関係を整理した。なお、任意のパラメータを変化させる際には、その他のパラメータ値は表1に示す値(標準値)でそれぞれ固定した。

図3に各パラメータと座屈発生温度の関係を示す。まず、図3(a)～(c)によると、レール締結装置の各抵

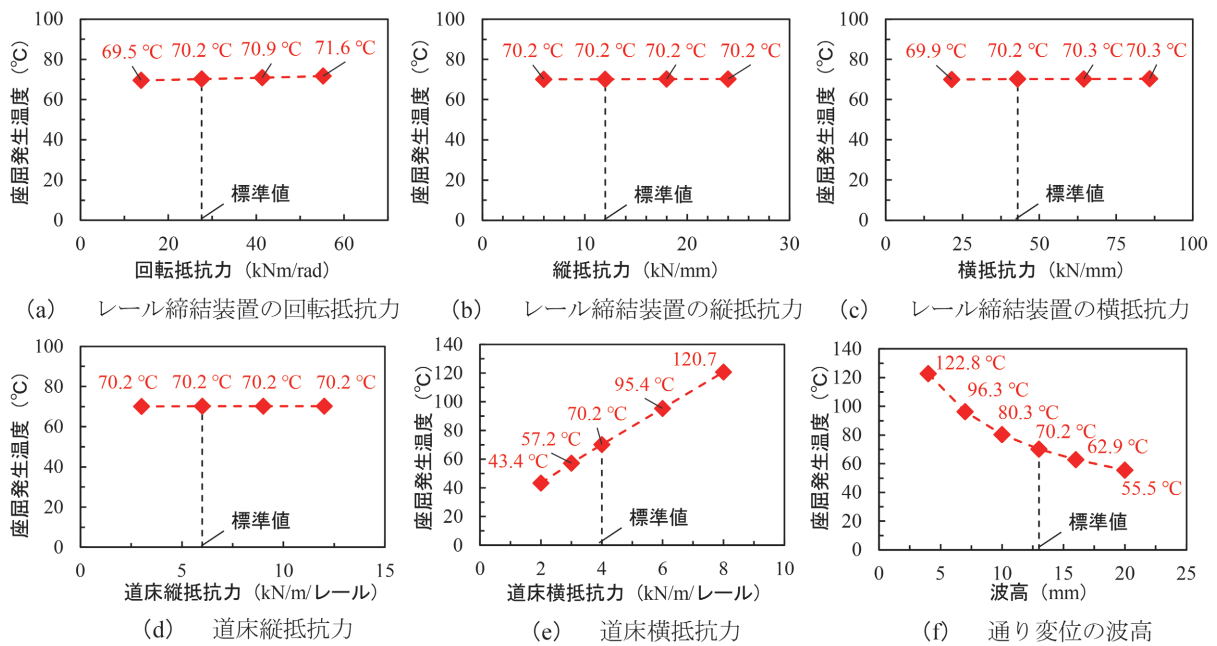


図3 各パラメータと座屈発生温度の関係

抵抗力をそれぞれ標準値の0.5倍～2.0倍で変化させた場合の座屈発生温度は、最大値で71.6℃、最小値で69.5℃であり、標準値の場合の座屈発生温度70.2℃と比較しても顕著な差は認められなかった。

次に、図3(d)によると、道床縦抵抗力については、標準値の0.5倍～2.0倍で変化させた場合の座屈発生温度が標準値の場合と一致した。一方、図3(e)によると、道床横抵抗力については、その増加に対して座屈発生温度は13℃/(kN/m/レール)程度の変化が認められた。

最後に図3(f)によると、通り変位の波高の増加に対して座屈発生温度は非線形に低下し、波高を4mmから20mmに増加させると67℃程度の低下が認められた。

2.3.2 通り変位に関するパラメータが座屈発生温度に及ぼす影響

軌道検測車で測定した通り変位波形をもとに座屈発生温度を推定するためには、波形を特徴づけるパラメータのうち、座屈発生温度に影響する支配因子を特定することが重要である。そこで本項では、軌道検測車で取得される複雑な通り変位を用いた検討に先立ち、通り変位波形の種類やその波高および波長を変化させた座屈解析を行い、通り変位に関するパラメータと座屈発生温度の関係を整理した。

本項では、軌道の座屈強度に関する理論解析¹⁾に従来用いられてきた、図4に示すような4種類の波形を通り変位波形として、その波長および波高に関するパラメータ解析を実施した。なお、各波形を表す数式についてはここでは省略する。解析モデルは図2と同様とし、解析諸元は表1に示す値とした。

各波形の波長 L を10m～20m、波高 h を4mm～20mm

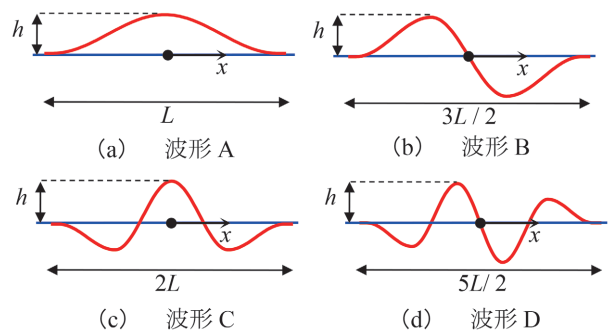


図4 設定した通り変位波形

で変化させてFEMによる座屈解析を行った。上記の波長 L の範囲は、在来線の乗り心地向上の観点から、軌道変位の抑制が効果的となり、軌道管理上で重要となる値である¹¹⁾。また、波高 h の最大値20mmは、JRの在来線で用いられている軌道整備基準値¹²⁾のうち、走行速度120km/h以上の線区における通り変位の基準値相当の値である。

図5(a)に、波高10mmで一定とした場合における波長と座屈発生温度の関係を示す。同図より、各波形について、波長の増加に伴い座屈発生温度が増加する傾向を示している。ただし、同じ波長で比較した場合、波形により座屈発生温度が異なることが分かる。

図5(b)に、波長10mで一定とした場合における波高と座屈発生温度の関係を示す。同図より、各波形について、波高の増加に伴い座屈発生温度が低下する傾向を示している。ただし、同じ波高で比較した場合、波形により座屈発生温度が異なることが分かる。

以上の結果と、図4に示した波形よりも複雑な波形を

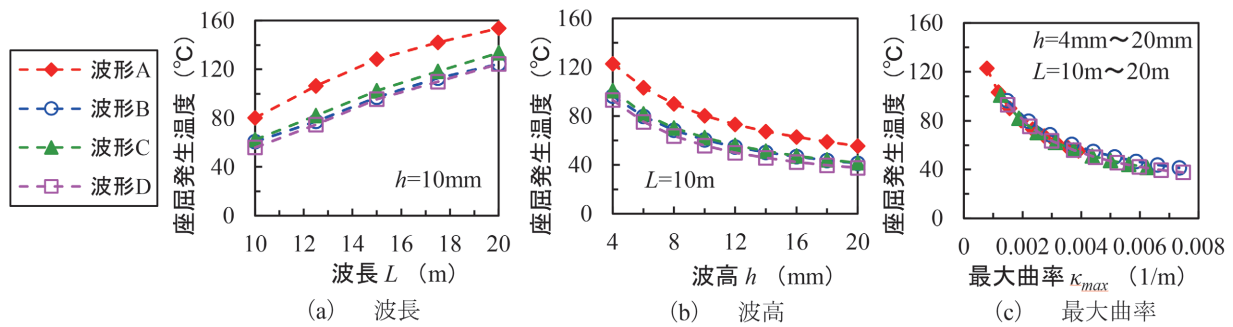


図5 通り変位に関する各パラメータと座屈発生温度の関係

有する実軌道の通り変位では、波長や波高を定義することが困難であることから、波長もしくは波高のパラメータのみで実軌道の座屈発生温度を推定するのは困難であると考えられる。一方で、波長の増加と波高の減少に伴い座屈発生温度が増加する傾向を踏まえると、波形の曲率と座屈発生温度の間には関係性があることが推測される。そこで、曲率と座屈発生温度に着目した整理を行った。

図5(c)に波長が10m~20m、波高が4mm~20mの場合における波形の曲率の最大値（以下、最大曲率、 κ_{max} ）と座屈発生温度の関係を示す。なお、波形の曲率は、次章に示す軌道検測車データにも適用できるように、曲率の算定式を離散化した式(2)~式(4)により計算している。

$$\kappa = \frac{|y''|}{(1+y'^2)^{\frac{3}{2}}} \quad (2)$$

$$y'' = \frac{1}{2} \left(\frac{y_0 - y_1}{x_0 - x_1} + \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} - \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} - \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0} \right) / (x_1 - x_{-1}) \quad (3)$$

$$y' = \frac{1}{2} \left(\frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0} + \frac{y_0 - y_1}{x_0 - x_1} - \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} \right) \quad (4)$$

ここに、 $x_i, y_i (i = -2 \sim 2)$ は連続する5点のレール節点の通り変位を含むx軸、y軸の座標値である。

図5(c)より、座屈発生温度は、各波形について、最大曲率の増加に伴い低下する傾向を示している。また、同じ最大曲率において、各波形における座屈発生温度は概ね一致している。よって、波形の最大曲率により、複雑な通り変位を有する実軌道の座屈発生温度を推定できると考えられる。

3. 通り変位データを用いた軌道の座屈解析

本章では、2章の基礎的検討の結果を踏まえて、軌道検測車で測定した通り変位データを用いた座屈解析を行

表2 解析ケースの内訳

基本線形 (曲線半径R)	ケース数	実際の測定区間の 基本線形
直線	144	直線
R800m	28	R > 800m
R600m	61	400m < R ≤ 800m
R400m	60	R ≤ 400m

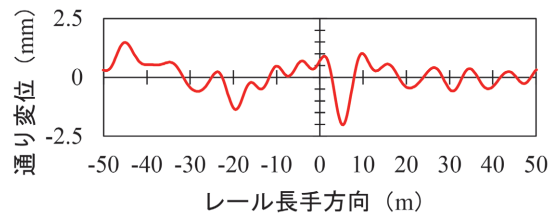


図6 生成した通り変位の復元波形の一例

い、解析結果と通り変位波形の最大曲率との関係を整理することで、軌道検測車データから座屈発生温度を簡易に推定する方法について検討した。なお、本稿では通り変位波形が座屈解析結果に及ぼす影響に着目するため、高低変位や水準変位、平面性変位などの他の軌道検測データは考慮していない。

3.1 解析モデルの概要

解析モデルに反映する通り変位データは、2台車方式の軌道検測車により2.1m-14.4m 偏心矢法¹³⁾で測定されたものを用いた。なお、測定した通り変位データはデジタル逆フィルタ¹⁴⁾にかけて復元波形¹⁴⁾に変換し、これを解析モデルのレール形状に付加した。曲線軌道の場合は円曲線状のレール形状に復元波形を付加した。ここで、復元波形を生成する際の波長帯域は、正矢方式で測定される検測車データへの適用および正矢量に対する基本線形の影響を除去することを踏まえて6m~45mとした。なお、直線および曲線軌道(曲線半径 R400m・600m・800mの3パターン)の解析ケースを表2に示すように計293ケース生成した。図6に生成した通り変位の復元波形の一例

(直線軌道)を示す。解析モデルの寸法および通り変位以外のパラメータは図2および表1と同じである。

3.2 制御節点の設定

解析を実施するにあたり、弧長増分法では、解析モデル中で他の節点の自由度よりも変位が相対的に大きくなると考えられる節点の自由度をあらかじめ選定し、その節点の自由度における釣り合い経路を収束計算により逐次追跡する必要がある。本解析では、釣り合い経路を追跡する節点を「制御節点」とし、座屈発生方向に該当するy軸並進方向において解析モデル中で相対的に大きな変位が生じると想定して、制御節点のy軸並進方向の釣り合い経路を追跡することとした。なお、それ以外の節点の自由度における収束計算ステップごとの各変位は、制御節点のy軸並進方向の変位に従属させる形で求めることができる。

一方で、通り変位は図6のように複雑な形状を有しており、座屈が発生する位置(以下、座屈発生位置)をあらかじめ特定できない。ここで、2章の検討では、最大曲率が座屈発生温度に対して関連性があることを示した。そこで本解析では、最大曲率が座屈発生温度や座屈発生位置に影響を及ぼすと予想し、最大曲率となる位置(以下、最大曲率位置)に該当するレール節点を制御節点として座屈解析を実施した。ただし、最大曲率位置で座屈が生じない場合には、座屈発生位置を特定できるまで制御節点を逐次変更して解析を行った。なお、表2に示す解析ケースはすべて、解析結果が解析モデル両端の拘束条件の影響を受けないよう、事前検討により座屈発生位置が解析モデルの両端から15mの範囲内に入るケースは含んでいない。

3.3 解析結果

3.1節に示した293の解析ケースについて、座屈解析を実施した。図7に、図6の通り変位を付与した解析ケースにおける座屈後のレール形状を一例として示す。同図より、最大曲率に該当する位置の近傍において、座屈が生じていることが分かる。その一方で、最大曲率位置と座屈発生位置が乖離するケースも確認された。ただし、このようなケースでは、図8に示すように座屈発生位置における曲率が最大曲率と近い値となっていた。本研究では、離散データであるレール形状の曲率を式(2)~式(4)の通り計算しているが、離散データの曲率の計算方法は他にも様々な方法があり、計算方法によって曲率の値が異なることが示唆されている¹⁵⁾。すなわち、本研究において最大曲率位置と座屈発生位置が乖離したケースについて、本研究で示した曲率の計算方法以外の方法で曲率を計算すると、最大曲率位置と座屈発生位置が一致する可能性も考えられる。ただし、本研究では、

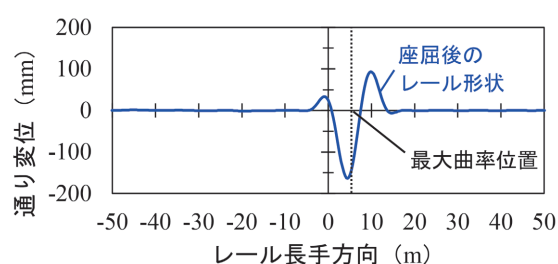


図7 座屈後のレール形状

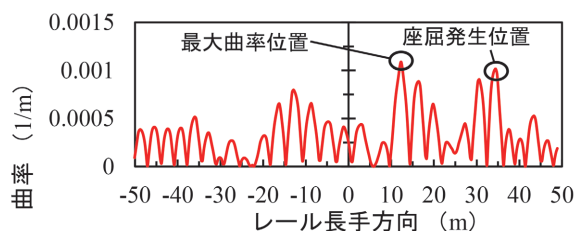


図8 最大曲率位置と座屈発生位置が乖離した解析ケースの曲率分布

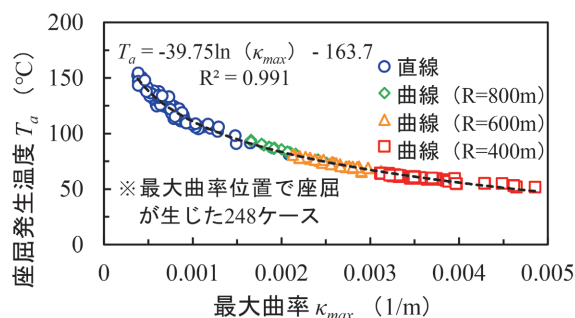


図9 最大曲率と座屈発生温度の関係

曲率の計算方法の違いによって、最大曲率位置と座屈発生位置がどの程度一致するかについて、精度の比較検証を実施していないため、今後の検討課題としたい。なお、本研究で検討した範囲内では、最大曲率位置で座屈したケースは293ケース中248ケースであり、80%以上の割合で、最大曲率位置で座屈が生じる結果となった。

続いて、最大曲率位置で座屈が生じた248ケースについて、図9に示すように、最大曲率と座屈発生温度の関係を整理した。同図より、最大曲率と座屈発生温度の間には、決定係数0.99程度の対数関数を介した強い関連性があることを確認した。また、最大曲率位置以外で座屈が生じた45ケースについて、図9中に示した回帰式に各解析ケースにおける最大曲率を代入して座屈発生温度を推定し、FEMによる解析値と比較した。図10に、上記45ケースの座屈発生温度の比較結果を示す。同図によると、最大曲率位置と座屈発生位置が一致しない場合でも、最大曲率を説明変数として、座屈発生温度を精度よく推定できることが分かった。これは前述の図8の

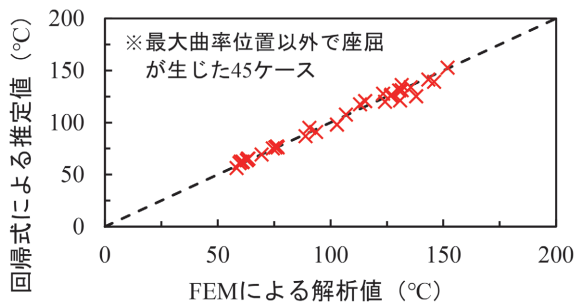


図10 座屈発生温度の比較結果

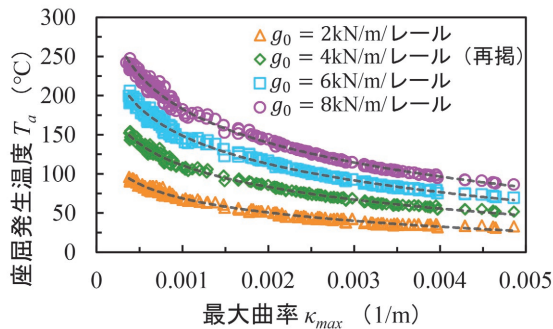


図11 道床横抵抗力別の最大曲率と座屈発生温度の関係

ように、各解析ケースについて、座屈発生位置における曲率が最大曲率と近い値となっているためである。

3.4 道床横抵抗力別の回帰推定式

ここまでの検討では、解析モデル中の道床横抵抗力の最終値を4kN/m/レールで一定とした一連の解析を実施した。一方で、座屈発生温度は道床横抵抗力の影響も受ける。そこで、表2に示した全解析ケースについて、最終道床横抵抗力 g_0 を2, 6, 8kN/m/レールとした場合（他のパラメータは固定）について、それぞれ同様に座屈解析を実施し、最大曲率と座屈発生温度の関係を整理した。

表3に道床横抵抗力ごとの最大曲率位置で座屈したケース数を、図11に道床横抵抗力ごとの最大曲率と座屈発生温度の関係を示す。また、表4に道床横抵抗力ごとに得られた、最大曲率（対数表示）を説明変数としたときの座屈発生温度の回帰式の係数と決定係数を示す。

表3より道床横抵抗力を変化させた場合でも、88%以上の区間で座屈発生位置を予測できる可能性があることを示した。また、表4より最大曲率と座屈発生温度の間には、決定係数0.99程度の対数関数を介した強い関連性があることを確認した。

以上より、評価区間ごとに異なる道床横抵抗力が設定された場合でも、道床横抵抗力の値に応じて評価区間内の最大曲率から座屈発生温度を推定できると考えられる。

表3 最大曲率位置で座屈したケース数

g_0 (kN/m/レール)	最大曲率位置で座屈したケース数 (293 ケース中)
2	258 (88.1%)
6	272 (92.8%)
8	266 (90.8%)

表4 回帰式の係数と決定係数

g_0 (kN/m/レール)	a	b	決定係数
2	-26.21	-112.1	0.990
6	-52.14	-211.2	0.990
8	-62.41	-247.9	0.991

(回帰式の形式: $T_a = a * \ln \kappa_{max} + b$)

4. おわりに

本研究では、バラスト軌道のロングレールを対象とした一連のFEMによる座屈解析を行い、軌道検測車で測定した通り変位データに基づき、座屈発生温度をFEM解析よりも簡易に推定する方法について検討した。得られた主な知見を以下に示す。

- (1) レール締結装置の抵抗力、道床縦抵抗力、道床横抵抗力および通り変位の波高を変化させた座屈解析を行った結果、道床横抵抗力と通り変位の波高が座屈発生温度に及ぼす影響が大きく、なかでも波高の変化により座屈発生温度が鋭敏に変化することを確認した。
- (2) 通り変位の波形やその波高および波長を変化させたパラメータ解析を行った結果、波長や波高と座屈発生温度の関係は波形毎に異なるものの、波形の最大曲率と座屈発生温度の関係は、各波形で一致することを明らかにした。
- (3) 軌道検測車で測定した通り変位の復元波形をレール形状（曲線区間の場合は円曲線を付加）とした座屈解析を行った結果、軌道形状の最大曲率と座屈発生温度の間には、最大曲率を説明変数とした回帰式の決定係数が0.99程度の強い関連性があることを確認した。また、この関連性は、道床横抵抗力を変化させた場合も同様であることを確認した。
- (4) 軌道検測車で測定した通り変位をもとに、レール形状の最大曲率を計算し、これと上記(3)の回帰式を用いることで、簡易に座屈発生温度を推定する実用的な方法を示した。

今後は、道床横抵抗力やレール温度、中立温度等のばらつきなど、軌道の実状態をさらに考慮した座屈発生温度の簡易な推定手法の構築を目指していく予定である。

文 献

- 1) 沼田実：ロング・レールの座屈強さ，鉄道技術研究報告，第 721 号，1970
- 2) 宮井徹：エネルギー法による軌道座屈の数値解析，鉄道技術研究報告，第 1271 号，1984
- 3) 国土交通省監修：鉄道構造物等設計標準・同解説—軌道構造，丸善，pp.173-186，2012
- 4) 西宮裕騎，片岡宏夫：座屈発生点を考慮したロングレールの座屈安定性の評価法に関する一考察，鉄道工学シンポジウム論文集，第 20 号，pp.9-15，2016
- 5) 玉川新悟，山岡大樹，西宮裕騎：軌道検測車で測定した通り変位波形に基づくロングレールの実用的な座屈発生温度の推定法，構造工学論文集，Vol.69A，2023
- 6) 玉川新悟，西宮裕騎：FEM 解析ツールを用いた実物大軌道座屈試験の再現解析，鉄道工学シンポジウム論文集，第 23 号，pp.267-274，2019
- 7) Ramm, E.: Strategies for Tracing the Nonlinear Response Near Limit Points, *Nonlinear Finite Element Analysis in Structural Mechanics*, pp.63-89, 1981.
- 8) 梅田静也，熊崎弘：3号 PC まくらぎ用 5 形改良形レール締結装置の開発，鉄道技術研究報告，第 1332 号，1986
- 9) 玉川新悟，片岡宏夫，西宮裕騎，小谷隼：分岐器介在ロングレールの横方向安定性評価の高精度化，鉄道総研報告，Vol.27, No.4, pp.11-16, 2013
- 10) 伊藤稔：ロングレールの設定温度と道床横抵抗力，新線路，Vol.50, No.4, pp.28-31, 1996
- 11) 古川敦：軌道管理からみた乗り心地向上，RRR, Vol.62, No.12, pp.10-13, 2005
- 12) 国土交通省鉄道局監修：解説 鉄道に関する技術基準（土木編）第三版，日本鉄道施設協会，2014
- 13) 竹下邦夫：偏心矢法による軌道狂い検出法，鉄道総研報告，Vol.4, No.10, pp.18-24, 1990
- 14) 吉村彰芳：軌道狂い原波形の復元に関する理論的基礎の検討とその適用，土木学会論文集，Vol.377, pp.117-126, 1987
- 15) 小野直樹，瀧山龍三：離散点で表された曲線の曲率の計算について，テレビジョン学会技術報告，Vol.17, No.76, pp.7-14, 1993