

パンタグラフの不安定振動に対する しゅう動摩擦の影響の解析的検討

天野 佑基* 小林 樹幸*

Analytical study on effect of Sliding Friction on Unstable Vibration of Pantograph

Yuki AMANO Shigeyuki KOBAYASHI

Sliding of the pantograph head and contact wire causes frictional force acting on traveling pantograph head in horizontal direction. If the coefficient of friction between the pantograph head and contact wire is large, unstable vibration of the traveling pantograph could be observed. To analyze this vibration, a 2-dof pantograph model considering frictional force acting on the pantograph head has been proposed. However, stability of the contact strip attached to the pantograph is not studied in this model. Therefore, this study proposes two types of a 2-dof contact strip model for the cases where the contact strip slides on rigid contact bar or overhead contact line. This 2-dof contact strip model considers vertical and pitching direction movement. In addition, a stability analysis method using the 2-dof contact strip model is also proposed. In this method, we apply the complex eigenvalue analysis to the 2-dof contact strip model. Furthermore, excitation test of actual contact strip for Shinkansen train was carried out to identify its dynamic characteristics. Then mode shapes and natural frequencies of the contact strip were identified by utilizing the Maxwell's reciprocal theorem. Moreover, the stability analysis based on the complex eigenvalue analysis was carried out using identified modal parameters.

キーワード：パンタグラフ, しゅう動摩擦, 不安定振動, 安定性解析, 複素固有値

1. はじめに

電気鉄道のパンタグラフは図1に示すように、舟支え、舟支えリンク、釣り合い棒、上枠および下枠から成るリンク機構を用いて舟体の上下運動を実現している。舟体の上面にはすり板とよばれるしゅう動部材が取り付けられており、すり板とトロリ線を接触させることで車両へ電力を供給する。列車が走行する際にはトロリ線とすり板の接触点はトロリ線上を移動し、この時しゅう動による摩擦力が発生する。そして、摩擦力が発生すると、摩擦力による仕事はパンタグラフ自身の特性によって励振エネルギーに変換され、しゅう動摩擦に起因した不安

定振動が生じる可能性がある。実際、摩擦力が原因と推測されるピッチング方向の振動が報告されている¹⁾。

また、図2に示すような摩擦力による回転モーメントによって、すり板の進行方向側の一部の範囲のみでトロリ線に接触してしゅう動する現象が経験的に知られており、この現象はすり板の片当たりとよばれている。このような不均一な接触圧力を有する部材をしゅう動させた場合にはディスクブレーキの鳴き²⁾のようにしゅう動部材の並進・回転運動の連成による不安定振動が発生する可能性がある。そのため、すり板のピッチング方向の運動に関しても詳細な検討が必要となるが、しゅう動摩擦を考慮していない多質点系³⁾やマルチボディダイナミクス⁴⁾に基づいたモデル⁵⁾⁶⁾を含め、過去の研究ではすり板のピッチング方向の運動の詳細な検討を行っていない。

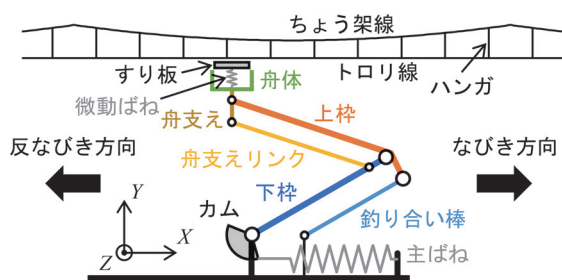


図1 新幹線用シングルアームパンタグラフの概念図

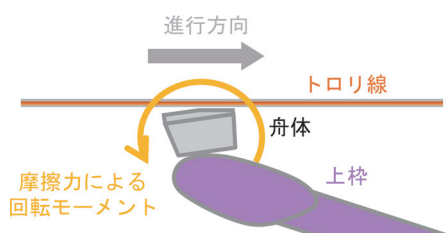


図2 すり板の片当たりの概念図

* 鉄道力学研究部 集電力学研究室

したがって本研究では、すり板のピッチング方向および鉛直方向の振動が連成することによって不安定振動が生じていると推測し、剛体架線およびカテナリ架線のそれぞれの場合に対応したすり板部分の解析モデルを構築した。また、構築した解析モデルを基に、すり板の安定性評価手法を提案した。さらには、実機パンタグラフのすり板を用いた加振試験によって、すり板の固有振動数およびモード形状を測定した上で、剛体架線およびカテナリ架線の走行を対象とした実機パンタグラフの安定性を数値的に検討した。ここで、剛体架線も対象とする理由は、パンタグラフ単体の安定性評価を行うことで、不安定振動の現象把握を容易にするためである。

2. しゅう動摩擦による並進・回転運動の連成を考慮したすり板の解析モデル

文献7によると、新幹線の駅構内のパンタグラフ停止位置付近（前後10m程度）の極低速走行区間（約15km/h以下）において、他の区間と比べてトロリ線の摩耗率が高いことが報告されている。また、文献8によると、整備新幹線で用いられているPHCトロリ線⁹⁾および鉄系焼結合金すり板¹⁰⁾の組み合わせにおいて、これらの材料間の摩擦係数が極低速走行時（約15km/h以下）に0.8程度まで増大することが示されている。このように摩擦係数が増大する際に不安定振動が発生する可能性があることから、本報告では、極低速走行時の新幹線用シングルアームパンタグラフにおける不安定振動を検討の対象とすることとした。

検討対象としたパンタグラフのすり板およびその支持構造（以降、両者を合わせてすり板部と呼ぶ）の模式図を図3に示す。ここで、図3の上側には平面図、下側には平面図の中心線における断面図を示している。また、図中の座標系O—XYZは図1のものに対応し、XおよびZ軸はレールおよびまくらぎ方向にそれぞれ平行であり、その原点はすり板のXおよびZ軸方向中心にとった。パンタグラフのリンク機構の動特性にはレール方向に異方性が存在し、その異方性に着目して図1および図3には、X軸正方向および負方向をそれぞれなびき方向および反なびき方向と記して区別している。図3に示す

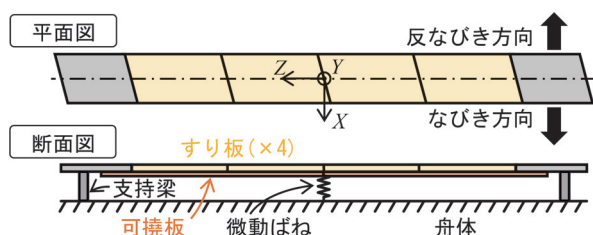


図3 すり板とその支持構造の模式図

ように、検討対象としたすり板は平面図において平行四辺形の形をした複数枚のすり板をまくらぎ方向に並べて構成したものであり、その中央および両端がそれぞれ微動ばねおよび支持梁で支持されている。そして、ストッパが作用しない範囲では、すり板は舟体と支持梁の結合部を支点としてZ軸周り（ピッチング方向）に振動し得る。そこで、これらの構造を有するすり板部がパンタグラフの安定性に与える影響を検討するため、すり板部のみを抽出した解析モデルを構築した。以下では、剛体架線およびカテナリ架線のそれぞれを走行する場合を対象に、すり板部のモデル化とモデルより求まる系の運動方程式およびその固有値について述べる。

2.1 剛体架線・カテナリ架線に対応した解析モデル

すり板部の鉛直方向の運動は可撓板のたわみおよび微動ばねの伸縮、ピッチング方向の運動は支持部のがた等により生じるすり板の剛体回転によって主に成される。よって、この運動形態を考慮し、解析的検討が容易な図4に示す解析モデルを構築した。ここで、図4(a)および図4(b)には、剛体架線およびカテナリ架線のそれぞれを走行する状況を想定した剛体架線モデルおよびカテナリ架線モデルを示す。この2つのモデルはどちらも、すり板を模した集中質量が、微動ばねおよび支持梁を模した質量のない片持ち梁で支持される構成となっている。以下では、はじめに両モデルの共通部分について述べ、その後に各モデルの相違点について述べる。

はじめに、両モデルの共通部分について述べる。剛体架線およびカテナリ架線のどちらを走行する際にも、すり板と架線との摩擦力による回転モーメントにより、すり板の進行方向側の一部の範囲のみが架線に接触してしゅう動する現象が経験的に知られている。片当たりが生じると、すり板表面に作用する接触圧力の偏りやトロリ線との接触面積の低下等の影響により、すり板にピッチング方向の回転モーメントが生じる。したがって、本報告で提案する解析モデルでは、図4(a)に示すように片持ち梁の支持点中心からレール方向に a だけずらした位置に集中荷重を作用させることで、上記のような

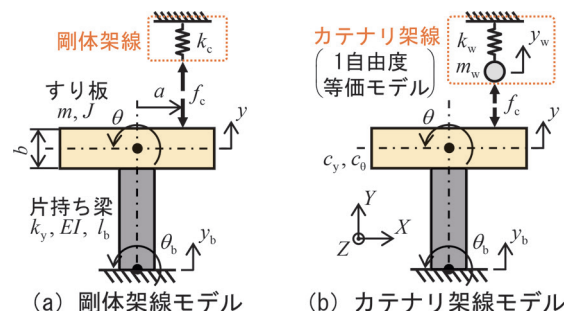


図4 剛体架線・カテナリ架線に対応した解析モデル

すり板の片当たりを簡易的に表現することとした。図4 (a)における m はすり板の等価質量, J はすり板の等価慣性モーメント, b はすり板の Y 方向の幅, l_b はすり板を支持する片持ち梁の軸長, k_y は微動ばねおよび支持梁の長手方向の剛性等を考慮した等価剛性, EI は片持ち梁の曲げ剛性, c_y および c_θ はすり板の鉛直および回転方向の粘性減衰係数, y および θ はすり板の鉛直方向変位および重心周りの角変位, y_b および θ_b は舟体と片持ち梁の接合部における鉛直方向変位および角変位, f_c は架線とすり板間の接触力を表す。

次に, 図5 にすり板および片持ち梁に関する自由体図を示す。ここで, 図5 (a) には鉛直方向の力, 図5 (b) には回転方向に作用するモーメントを示しており, M はすり板と片持ち梁の間に作用する曲げモーメントを表す。なお, 自由体図では減衰力は省略している。摩擦モデルにはクーロン摩擦を仮定し, 接触力に比例したしゅう動摩擦力が舟体前後方向に作用する。摩擦係数を μ とし, 列車がなびき方向 (X 軸正方向) に走行する際の摩擦力が作用する方向を正と仮定すると, 摩擦力 μf_c の正方向は図5 (b) に示す向きとなる。列車が反なびき方向 (X 軸負方向) に走行する場合には, 摩擦係数 μ の値を負として対応することとする。また, 片持ち梁の軸長 l_b は比較的短いため, 両モデルにおいて片持ち梁端部の水平方向変位を無視することとする。この近似を導入すると, 自由体図における水平方向の力の釣り合いから, 図5 (b) に示すようにすり板と片持ち梁の間のせん断力を μf_c と近似できる。

次に, 両モデルの相違点について述べる。剛体架線モデルに関しては, すり板と架線の接触を図4 (a) に示す接触要素 (以降, 接触ばね) を用いたペナルティ法によって表現し, 接触ばねの剛性を k_c とした。一方, カテナリ架線モデルに関しては, 架線を1自由度系のばねマスモデル (以下, 1自由度等価モデル) で表現し, その等価質量および等価剛性を m_w および k_w , 鉛直方向変位を y_w とした (図4 (b))。

2.2 運動方程式の導出

本節では, 前節で述べたカテナリ架線モデルの運動方

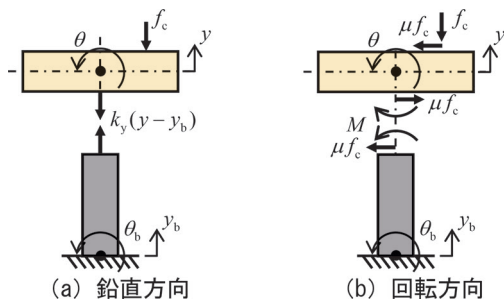


図5 すり板および支持梁に関する自由体図

程式を導出する。剛体架線モデルの運動方程式は, カテナリ架線モデルにおいて $m_w=0, k_w=k_c$ とすれば求まるため, ここではカテナリ架線モデルの導出のみを述べる。まず, すり板の鉛直および回転方向の運動方程式は, 図5 (a) および図5 (b) に示す自由体図より次式のようにになる。

$$\begin{cases} m\ddot{y} = -c_y\dot{y} - k_y(y - y_b) - f_c \\ J\ddot{\theta} = -c_\theta\dot{\theta} - f_c a + \mu f_c b - M \end{cases} \quad (1)$$

また, 梁の端部の傾きはすり板の角変位に一致し, 片持ち梁に対してミオソテスの公式¹¹⁾を適用すると次式を得る。

$$\theta - \theta_b = \frac{\mu f_c l_b^2}{2EI} + \frac{M l_b}{EI} \quad (2)$$

さらに, 架線の運動方程式および架線・すり板間の接触条件は次式となる。

$$m_w \ddot{y}_w = -k_w y_w + f_c, y_w = y + a\theta \quad (3)$$

式(2)および式(3)を式(1)に代入して f_c および M , そして y_w を消去すると, 最終的な運動方程式を得る。

$$\left. \begin{aligned} & M\ddot{y} + C\dot{y} + ky = 0 \\ & M = \begin{bmatrix} m + m_w & am_w \\ (a - \mu l) m_w & J + a(a - \mu l) m_w \end{bmatrix} \\ & C = \begin{bmatrix} c_y & 0 \\ 0 & c_\theta \end{bmatrix} \\ & K = \begin{bmatrix} k_y + k_w & ak_w \\ (a - \mu l) k_w & k_\theta + a(a - \mu l) k_w \end{bmatrix} \\ & y = [y \quad \theta]^T, k_\theta = EI/l_b, l = b + l_b/2 \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

式(4)では簡単のため, y_b および θ_b を無視することとした。この近似の導入は, 文献12の結果から枠組の質量および慣性モーメント, そして頂点軌跡が安定性に与える影響は小さいと考えたゆえである。ただし, 高い周波数領域では枠組の弾性振動を無視できず, y_b および θ_b が系の安定性に影響を及ぼす可能性があるため, その検討については今後の課題である。式(4)より数式の上では, 剛体架線モデルはクーロン摩擦によるチョークの振動モデル¹³⁾, カテナリ架線モデルはピン・ディスクモデル¹⁴⁾に相当することが分かる。また, すり板部だけに着目した場合には, a および μ の符号を反転すればなびきおよび反なびき走行の運動は同じ運動方程式で表されるため, 一方の方向のみを検討すれば十分であることが分かる。よって以下では, $a > 0$ の場合のみを取り扱うこととする。

2.3 カテナリ架線の1自由度等価モデルの導出

本節では、図6に示す両端支持弦モデル¹⁵⁾を用いてカテナリ架線の解析的検討を行う。両端支持弦モデルは両端を固定した1本の弦でカテナリ架線を表したモデルであり、簡潔で解析的検討に適している。ただし、波動の分散性の観点から、通常の架線では架線を弦で近似できる周波数は数十 Hz 以下であり、さらに、トロリ線およびちょう架線が同位相で振動するモードが支配的であるのは、数 Hz 以下の低周波域に限られる¹⁶⁾。しかし、本報告で検討対象としている極低速走行では、高周波成分の振動は生じないと推測され、両端支持弦モデルを用いたモデル化が可能だと考えられる。

多自由度線形系の場合、共振点近傍においては共振モードが支配的となる。よって、解析的検討を行うため、カテナリ架線の各共振点近傍において共振モードのみを抽出した1自由度等価モデルを構築することとした。以下に、ラグランジュの運動方程式を用いた1自由度等価モデルの導出過程を示す。

径間の左端を原点としたレール方向位置 x における架線の鉛直方向変位を $y(x, t)$ とおくと、1径間分の架線の運動エネルギー K およびポテンシャルエネルギー U 、そして仮想仕事 δW は次式で表される。

$$\left. \begin{aligned} K &= \frac{1}{2} \int_0^S \rho y^2 dx, \quad U = \frac{1}{2} T \int_0^S y'^2 dx \\ \delta W &= f_c \delta y(x_p, t) \\ \rho &= \rho_m + \rho_t, \quad T = T_m + T_t \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

ここで、 S は径間長、 ρ はちょう架線およびトロリ線の線密度 ρ_m および ρ_t の和、 T はちょう架線およびトロリ線の張力 T_m および T_t の和、 x_p はパンタグラフのレール方向における位置を表す。両端が固定された弦の固有角振動数 ω_n および固有ベクトル $Y_n(x)$ は次式で表される。

$$\omega_n = \frac{n\pi}{S} \sqrt{\frac{T}{\rho}}, \quad Y_n(x) = \sin \frac{n\pi}{S} x \quad (6)$$

ここで、 n はモードの次数を表す。架線の変位 $y(x, t)$ を式(7)で仮定すると、式(5)よりラグランジュの運動方程式は式(8)のようになる。

$$y(x, t) = \frac{Y_n(x)}{Y_n(x_p)} y_w(t) \quad (7)$$

$$\left. \begin{aligned} m_w \ddot{y}_w + k_w y_w &= f_c \\ m_w &= \frac{\rho S}{2Y_n^2(x_p)}, \quad k_w = \frac{(n\pi)^2 T}{2SY_n^2(x_p)} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

以上より、等価モデルの運動方程式が導出された。ここ

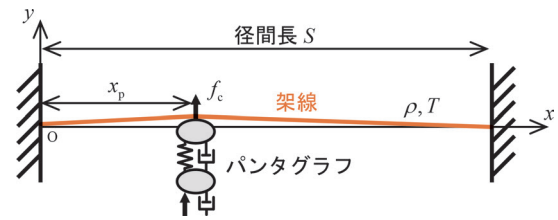


図6 両端支持弦モデル

で、式(7)では $x=x_p$ において架線の変位 y と等価モデルの変位 y_w が一致するように $Y_n(x_p)$ で正規化しており、 $Y_n(x_p)=0$ となる位置（モードの節）では定義できない。また、接触力が各モードの応答へ与える影響度合いがパンタグラフ位置によって変化するため、見かけ上、等価質量および等価剛性が x_p の関数となっている。よって、列車が等速で移動する場合にはこれらの係数はパンタグラフが支持点を通る周期（径間周期）で変化するため、カテナリ架線の挙動は厳密には周期的に変化する係数を有する系（係数励振系とよぶ）として取り扱う必要がある。しかし、極低速走行区間では周期係数の影響が低下すると考えられ¹⁷⁾、本報告では m_w および k_w は定数（つまり、 x_p は定数）と仮定することとした。また、カテナリ架線では径間中央における架線変位量が大きくなる傾向があるため、径間中央を解析対象とすることとした。径間中央を解析対象とする場合、奇数次モードしか励起されないため、以下ではカテナリ架線の偶数次モードは無視する。

2.4 安定性の解析的検討

2.2節の式(4)で示したように、摩擦力の作用により剛体架線モデルでは剛性行列が、カテナリ架線モデルでは質量行列および剛性行列が非対称行列となる。このような非対称行列を含む系の固有値は複素数となり、その実部はモード減衰率の負値を表わす¹⁸⁾。そのため、複素固有値の実部が正の場合には減衰率が負であることを意味し、系の複素固有値が1つでも正の実部を有する場合には、系が動的に不安定になる。また、複素固有値の実部が正の場合に、その絶対値が大きいほど系の不安定性が高くなる。そこで本報告では、複素固有値の実部の最大値を用いて解析モデルの安定性評価を行う。

式(4)のような減衰二自由度系（以下、減衰系）の場合、その固有値を解析的に導出することが困難である。しかしながら、実機パンタグラフには無視できない減衰が存在し、減衰の値は安定性に影響を及ぼすため、その検討は重要である。一方、式(4)において減衰項を無視（ $c_y=c_0=0$ ）した不減衰二自由度系（以下、不減衰系）の場合には、その固有値は解析的な導出が可能である。よって本報告では、不減衰系および減衰系の固有値をそれぞれ解析的および数値的に求め、安定性の検討を行う。

減衰系に関する数値的な検討に関しては3.2節で行うこととし、以下では不減衰系の安定性を解析的に検討する。まず、式(4)に $y = Ye^{\lambda t}$ を代入すると、次式に示す固有値 λ に関する特性方程式を得る。

$$\left. \begin{aligned} A\lambda^4 + B\lambda^2 + C &= 0 \\ A &= (m + m_w)J + a(a - \mu l)mm_w \\ B &= (m + m_w)k_0 + (k_y + k_w)J \\ &\quad + a(a - \mu l)(mk_w + m_w k_y) \\ C &= (k_y + k_w)k_0 + a(a - \mu l)k_y k_w \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

上式は λ に関する複二次方程式であり、 λ^2 が実数なら λ は実数または純虚数となるため、振動的な解が得られないことが分かる。それに対し、 λ^2 が複素数なら λ も同じく複素数となり振動的な解が得られ、その条件式 $B^2 - 4AC < 0$ (不安定振動が発生する条件式)を μ について書き下すと次式を得る。

$$\left. \begin{aligned} \mu &> \frac{1}{l} \left(\frac{J}{ma} f + a \right) (a > 0) \\ f &= \frac{\left\{ \sqrt{m_w} |\omega_w^2 - \omega_0^2| - \sqrt{m} |\omega_0^2 - \omega_y^2| \right\}^2}{m_w |\omega_w^2 - \omega_y^2|} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

ここで、無次元化には次式を用いた。

$$\omega_y = \sqrt{\frac{k_y}{m}}, \omega_0 = \sqrt{\frac{k_0}{J}}, \omega_w = \sqrt{\frac{k_w}{m_w}} \quad (11)$$

式(10)は $\omega_w > \omega_0 > \omega_y$ または $\omega_y > \omega_0 > \omega_w$ の関係を前提とした条件式であり、どちらかの関係を満たさなければ振動的に発散する不安定(ホップ分岐型の不安定とよぶ)状態は生じないことになる。ただし、減衰が存在すれば前述の関係が成り立たずともホップ分岐型の不安定は生じ得る。また、式(10)の右辺は $a > 0$ の条件から常に正であることが分かり、 $a > 0$ の場合にはなびき走行($\mu > 0$)でしか不安定振動が発生しないことが読み取れる。これは、進行方向前側に偏ってしゅう動する状況、つまり片当たり状況において不安定振動が生じることに対応していると考えられる。そして、 $a \rightarrow \infty$ および $a \rightarrow 0$ の場合には、式(10)に示す不安定不安定境界がそれぞれ直線 $a = \mu l$ および $a = 0$ に漸近することも読み取れる。さらに、式(10)の f の分子より、 ω_0 と $\sqrt{(k_y + k_w)/(m + m_w)}$ (以降、 ω_{ver} と記す)が一致する場合に式(10)の右辺が最も小さくなり、小さい摩擦係数の値でも不安定となりうる事が分かる。ここで、 ω_{ver} は架線とすり板が一体となって鉛直方向に動く場合の固有角振動数に相当する。したがって、カテナリ架線モデルにおいて不安定振動を抑制するには、 $\omega_w > \omega_0 > \omega_y$ および $\omega_y > \omega_0 > \omega_w$ の

関係が成り立つのを避け、 l および $|\omega_w - \omega_y|$ が小さく、 $|\omega_0 - \omega_{ver}|$ が大きくなるように設計すればよいことが分かる。次に、式(10)の f に $m_w = 0, k_w = k_c$ を代入すると、次式に示す剛体架線モデルにおけるホップ分岐型の不安定条件が得られる。

$$\left. \begin{aligned} \mu &> \frac{1}{l} \left(\frac{J}{ma} f + a \right) (a > 0) \\ f &= \frac{\left\{ \sqrt{k_c} - \sqrt{m(\omega_0^2 - \omega_y^2)} \right\}^2}{k_c} \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

ここで、式(12)は $\omega_0 > \omega_y$ の関係を満たさなければならない。文献19によると、接触要素として接触ばねのみを用いた場合に、100Hz以下の接触力変動に対してペナルティ係数の影響が及ぶことを防ぐためには、接触ばねの剛性 k_c を k_y の100~1000倍程度に設定すればよいことが示されている。よって、 ω_0 が $\omega_{ver} = \sqrt{(k_y + k_c)/m}$

に一致することはなく、 ω_0 の増加および ω_y の減少に従って、不安定度が増すことが読み取れる。また、 k_c が他パラメータに比して非常に大きい場合、式(12)の f は1と近似できる。その場合には、 m に対する J の比を大きくする、 l を小さくするなどの対策を講じればよいことが分かる。

なお、本節では触れなかったが、固有値が正の実数となり非振動的に発散する不安定(ダイバージェンス型の不安定とよぶ)状態も存在する。しかし、本論文で提案した解析モデルの場合、ダイバージェンス型の不安定はホップ分岐型の不安定に比して大きな摩擦力が必要となるため、その解析的検討については割愛した。

3. 実機パンタグラフすり板を用いたパラメータ同定および安定判別

3.1 パラメータ同定

実機パンタグラフの安定性を数値的に評価するにあたり、解析モデルの各種パラメータを実機パンタグラフから同定する必要がある。そこで、実機パンタグラフから取り外した舟体を治具に固定した上で加振試験を行い、マクスウェルの相反定理¹⁸⁾を利用してすり板のアクセルランスを取得した。図7に加速度計設置位置および加

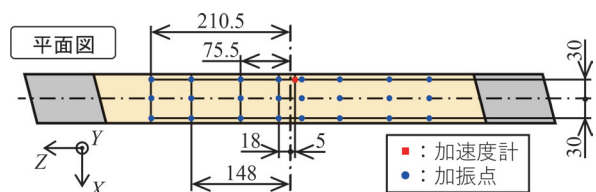


図7 加速度計設置位置および加振位置 (単位: mm)

振位置を示す。直線 $Z = -18\text{mm}$ 上の3カ所を加振して得たアクセラランスのゲインおよび位相を図8に示す。図8より、約50Hz以下の範囲ではゲインおよび位相が概ね一致しており、 X 軸方向に様な応答が得られていることが分かる。さらに、図8より、39.1Hzおよび73.8Hz、そして81.2Hzに1次および2次、そして3次の共振点が存在することが見て取れる。

次に、共振点における振動形態について述べる。各加振位置における変位間の振幅比は時々刻々変化するが、不安定現象に対し、振幅比の二乗和が大きくなる際の振動形態が与える影響が大きいと考え、その振動形態をモード形状と近似することとした。39.1Hzおよび73.5Hzにおけるモード形状を図9(a)、および図9(b)に示す。図9(a)から、39.1Hzにおける共振点のモード形状は(面外)1次曲げモードであり、微動ばねが位置する原点近傍を除き、概ね X 軸方向に様な動きを行っていると考えられる。一方、図9(b)では面外曲げはあまり生じておらず、すり板の中央部分がピッチング方向にねじれていることが見て取れる(以下、このモード形状をピッチングモードとよぶ)。なお、図示は省略したが、183.5Hzにも共振点が存在し、73.8Hzおよび183.5Hzにおける共振点のモード形状は(面外)2次および3次曲げモードであり、図9(b)では2次曲げモードの影響が表れている。前述の曲げモードおよびピッチングモードが、解析モデルにおける鉛直および回転方向のモデル化対象モードである。よって、これらのモードを対象に、2.3節に示した架線の等価質量を導出する方法と同様の方法により、解析モデルにおける等価パラメータを算出することとした。ここで、等価質量の

算出に際しては、曲げモードのモード形状が概ね正弦波であることから、式(8)を用いて算出した。式(8)より、モードの腹の位置における等価質量はモード次数によらず同じになることが読み取れる。一方、ピッチングモードに関してはすり板の半分程度の質量が回転運動に寄与していると考え、質量を半分にしたすり板が剛体回転運動をしている際の慣性モーメントを等価慣性モーメントとした。そして、算出した質量および慣性モーメントの値と図8で読み取ったそれぞれの固有振動数の値から、鉛直および回転方向の剛性を算出した。また、1自由度法²⁰⁾を用いて、各モードのモード減衰比を同定したところ、各曲げモードの減衰比は表1に示す値であり、ピッチングモードの減衰比は0.03であった。ここで、 f_y は ω_y を 2π で除した鉛直方向の固有振動数であり、鉛直および回転方向の減衰比 ζ_y および ζ_θ は次式で表される。

$$\zeta_y = \frac{c_y}{2m\omega_y}, \zeta_\theta = \frac{c_\theta}{2J\omega_\theta} \quad (13)$$

各モデルを用いた安定判別を行うにあたり、剛体架線モデルでは接触ばね、カテナリ架線モデルでは架線のパラメータを定める必要がある。接触ばねの剛性に関しては、文献19の研究を参考に、 k_y の1000倍程度の値に設定することとした。架線のパラメータに関しては、整備新幹線で用いられている高速シンプル架線(トロリ線:GT-PHC110, ちょう架線:PH150)のパラメータを用いることとした。これらのパラメータをまとめて表2に示す。ここで、 f_θ は ω_θ を 2π で除した回転方向の固有振動数を表す。また、表2に示すパラメータを用いた場合のカテナリ架線の固有振動数を図10に示す。ここで、図10では奇数次モードの固有振動数のみ示しており、 f_w は ω_w を 2π で除したカテナリ架線の固有振動数を表す。図10から、カテナリ架線のモード次数 n が30

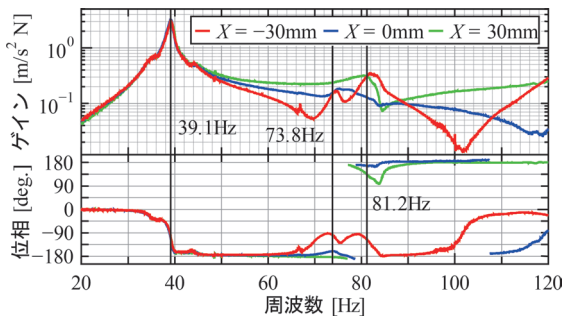


図8 直線 $Z = -18\text{mm}$ 上のアクセラランスの比較

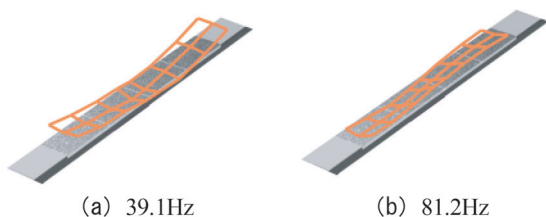


図9 各共振点におけるモード形状

表1 各曲げモードのモード特性

次数	固有振動数 f_y [Hz]	減衰比 ζ_y [-]
1	39.1	0.01
2	73.8	0.03
3	183.5	0.01

表2 すり板部および架線のパラメータ

m [kg]	2.35	ρ_m [kg/m]	1.375
J [kg·mm ²]	715	ρ_t [kg/m]	0.991
f_θ [Hz]	81.2	T_m [kN]	19.6
ζ_θ [-]	0.03	T_t [kN]	19.6
b [mm]	10	S [m]	50.0
l_b [mm]	20	x_p [m]	25.0
k_c [kN/m]	1.00×10^5		

以下の範囲では、1次曲げモードの固有振動数39.1Hz以下であり、どの曲げモードを解析対象としても $\omega_w < \omega_y$ の関係が成り立つことが分かる。

3.2 解析モデルを用いた安定判別

本節では、2.2節の式(4)で示した減衰系を対象に、表2に示すパラメータを用いて安定性を示す固有値の実部の最大値 ${}^R\lambda_{\max}$ を数値的に計算した。ここで、 ${}^R\lambda_{\max}$ を示す図においては、視認性を高めるために ${}^R\lambda_{\max}$ が負(すなわち、系が安定)の場合には ${}^R\lambda_{\max}$ の値を0として表示した。

3.2.1 剛体架線モデルにおける安定性

以下では、剛体架線モデルにおける安定性について述べる。はじめに、1次曲げモードを対象に、接触位置 a および摩擦係数 μ を変化させた場合の ${}^R\lambda_{\max}$ の推移を図11(a)に示す。ここで、図11(a)では不安定領域において摩擦係数 μ が最も小さくなる位置を白点で示して

おり、その位置における摩擦係数 μ_{\min} の値も図中に示している。図11(a)より μ_{\min} の値が0.71であることが見て取れ、文献9の結果を考慮すると、現実的なパラメータにおいて不安定現象が生じ得ることが分かる。また、2次および3次曲げモードに関しても同様の計算を実施したところ、 μ_{\min} の値がそれぞれ1.65, 0.79となり、1次曲げモードが最も不安定化しやすいことが分かった。よって以下では、1次曲げモードを対象にパラメトリックスタディを行うこととする。

図11(a)で用いたパラメータに対し、 l の値のみおよび J の値のみをそれぞれ変化させた場合の安定不安定境界の推移を図11(b)および図11(c)に示す。図11(b)および図11(c)から、 l の減少および J の増加に伴って不安定領域が縮小していることが見て取れる。また、図11(c)より、安定不安定境界の頂点が不減衰系における背骨曲線 $a = \mu l / 2$ (背骨曲線の導出は割愛する)を概ね通過することが見て取れる。このことから、減衰系に関しても摩擦係数 μ の値が分かれば、最も不安定となる a の値を見積もることが出来ることが分かる。また、図11(a)～図11(c)より、安定不安定境界が $a = 0$ および $a = \mu l$ に漸近していくさまが見て取れる。これらから、 μ_{\min} の値を使って不安定領域の大まかな範囲を推測できることが分かる。よって以下では、パラメータを変化させた場合の安定性の傾向を、 μ_{\min} の変化から掴むこととする。

次に、図11(d)および図11(e)には図11(a)で用いたパラメータに対し、それぞれ各方向の減衰比のみ

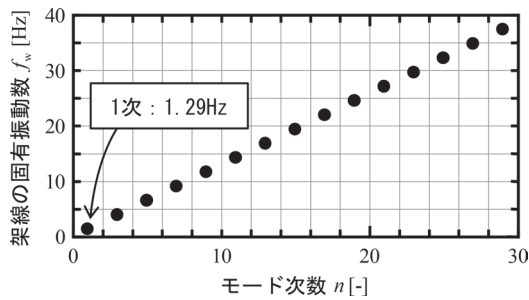


図10 カテナリ架線の固有振動数(奇数次のみ)

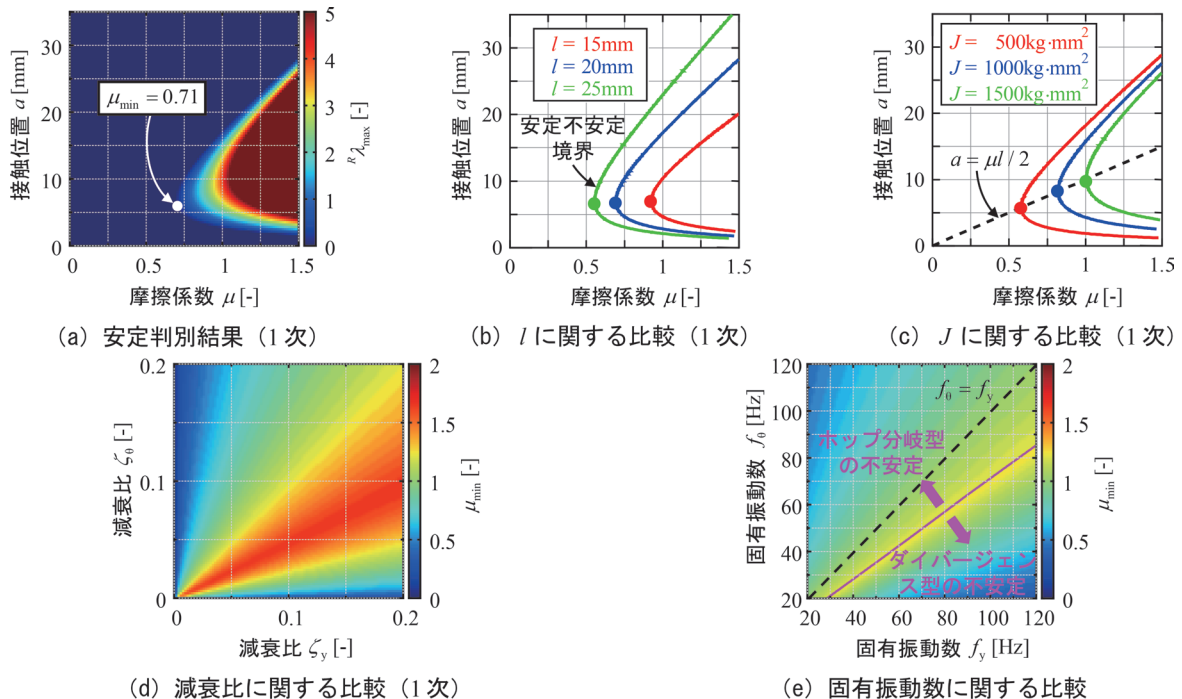


図11 剛体架線モデルにおける安定性

および固有振動数のみを変化させた場合の μ_{\min} の変化を示す。ここで、図 11 (e) では直線 $f_0=f_y$ を黒の破線で、ホップ分岐型の不安定とダイバージェンス型の不安定の切り替わりを紫の実線で示している。図 11 (d) より、鉛直および回転方向の両者に適切な減衰を与えなければ安定性が低下する可能性があることが読み取れる。これは、摩擦による不安定振動が、鉛直および回転方向変位間の位相差によって生じることに起因していると推測される。また、図 11 (e) より、 $f_0>f_y$ の領域において ω_0 の増加および ω_y の減少に従って不安定度が増し、かつ直線 $f_0=f_y$ の近傍でホップ分岐型の不安定が消滅しており、不減衰系から得た知見に矛盾しない傾向が見取れる。一方で、 $f_0<f_y$ の領域においては、ダイバージェンス型の不安定の不安定度が増しており、安定度はあまり高くないさまが見取れる。

3.2.2 カテナリ架線モデルにおける安定性

以下では、カテナリ架線モデルにおける安定性について述べる。カテナリ架線モデルの場合、すり板の曲げモードの数と、カテナリ架線のモード数の積の数だけ安定性を検討すべき組み合わせが存在し、煩雑となる。よって、はじめに μ_{\min} の値を多くの組み合わせで総当たりに計算し、傾向を掴むこととした。曲げモードの次数によらず $\zeta_y=0.01$ とした場合の μ_{\min} の推移を図 12 (a) に示す。ここで、図 12 (a) の各棒グラフには不安定振動の発生周波数を数字で付した。図 12 (a) より、1次曲げモードに関してはカテナリ架線のモード次数によらず μ_{\min} の

値が一定値 (1.78) になっていること、ダイバージェンス型の不安定になっていることが見て取れる。図示は省略したが、 $\zeta_y=0.03$ とした場合の 2次曲げモードに関しても 1次曲げモードと同じく μ_{\min} の値が一定値 (1.78) となった。これは、式 (10) の説明で述べた $\omega_y>\omega_0>\omega_w$ の関係を 1次および 2次曲げモードの場合には満たしておらず、それによりホップ分岐型の不安定が生じず、ダイバージェンス型の不安定しか生じていないことが原因だと考えられる。一方で、 $\zeta_y=0.01$ とした 2次曲げモードおよび 3次曲げモードに関してはカテナリ架線のモード次数によって μ_{\min} の値が変化しているさまが見取れる (図 12 (a))。また、曲げモードのモード次数 (または固有振動数) の増加に従って μ_{\min} の値が小さくなることも分かる (図 12 (a))。

次に、3次曲げモードかつ $n=1$ を対象にパラメトリックスタディを行うこととする。ここで、 $n=1$ とした理由としては、図 12 (a) において $n=1$ と $n=9$ の場合における μ_{\min} の値にほとんど差が見られないこと、低次モードの方が同じエネルギーの振動であっても変位が大きく、系全体の現象に対して支配的であることなどが挙げられる。

図 12 (b) に 3次曲げモードかつ $n=1$ を対象に接触位置 a および摩擦係数 μ を変化した場合の固有値の実部 $\Re \lambda_{\max}$ の推移を示す。図 12 (b) より μ_{\min} の値が 0.26 であることが見て取れ、カテナリ架線モデルにおいても現実的なパラメータで不安定現象が生じ得ることが分か

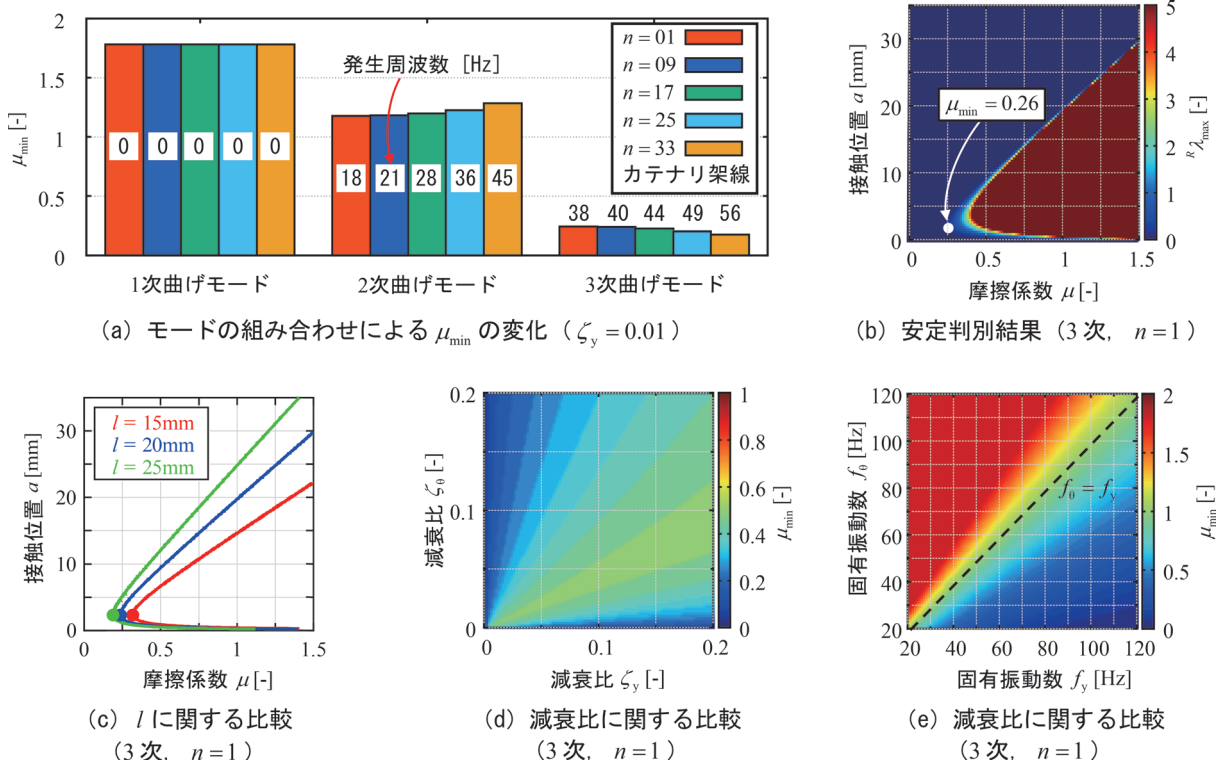


図 12 カテナリ架線モデルにおける安定性

る。また、 λ_{\max} の大きさが剛体架線モデルの場合（図12（a））と比して大域的に大きいことも見て取れる。ただし、カテナリ架線モデルではカテナリ架線の減衰等を考慮できていないため、 μ_{\min} の値は実際の値よりも小さく見積もっている可能性があり、今後の課題である。そして、カテナリ架線のモード次数のところでも述べたが、一般に同じエネルギーの振動であっても周波数が低いほど変位が大きく、低い周波数成分が系全体の現象を支配し、振動の基本的性質を決めることが多い。また、高次固有モードは局部的なものが多く、大きい問題を生じる全体現象になりにくいことが知られている。よって、これらを考慮すると、カテナリ架線モデルで想定した3次曲げモードは実際には励起されず問題とならない可能性もあり、この点に関しても実験的に検証する必要がある。

次に、図12（b）で用いたパラメータに対し、 l の値のみを変化させた場合の安定不安定境界の推移を図12（c）に示す。図12（c）から、 l の減少に伴って不安定領域が縮小しているものの、剛体架線モデルの場合（図11（b））と比して μ_{\min} の減少が緩やかであることが見て取れる。これは式（10）および式（12）から分かるように、安定度が低い（ μ_{\min} が小さい）場合には、 l の変化に対する μ_{\min} の推移が緩やかになることに対応している。

次に、図12（d）および図12（e）に図12（b）で用いたパラメータに対し、それぞれ各方向の減衰比のみおよび固有振動数のみを変化させた場合の μ_{\min} の変化を示す。図12（d）より、剛体架線モデルの場合と同様に鉛直および回転方向の両者に適切な減衰を与えなければ安定性が低下する可能性があることが読み取れる。また、図12（e）より、 $f_0 > f_y$ の領域では安定度が増していることが見て取れ、 $\omega_y > \omega_0 > \omega_w$ の関係を満たす場合に安定度が低下することが分かる。これは、不減衰系から得た知見に矛盾しない。

4. まとめ

本報告では、すり板のピッチング方向および鉛直方向の振動が連成することによって不安定振動が生じていると推測し、剛体架線およびカテナリ架線のそれぞれの場合に対応したすり板の解析モデルの作成および安定性に関する解析的な検討を行った。さらには、実機パンタグラフのすり板部を用いた加振試験によって、すり板の固有振動数およびモード形状の測定を行った後、実機パンタグラフの安定性を数値的に検討した。本報告のまとめを以下に示す。

1. 剛体架線を走行する場合には、すり板の等価質量に対する等価慣性モーメントの比を大きくする、すり板の厚みまたは支持梁の軸長を小さくする等により安定性を向上できることが分かった。

2. カテナリ架線を走行する場合には、すり板の厚みまたは支持梁の軸長を小さくする、回転方向の固有振動数を大きくする等により安定性を向上できることが分かった。ただし、以上に述べたパラメータ変更は独立に行うことが困難であり、設計変更を行う際はその従属性に留意する必要がある。

3. 測定した固有振動数およびモード形状によって同定したパラメータを用いて安定判別を行った。これにより、剛体架線モデルおよびカテナリ架線モデルの両者で、現実的なパラメータにおいて不安定振動が生じ得ることを示した。また、安定性を向上させるためには減衰を適切に調整する必要があることがわかった。

今後は、すり板部にリンク機構を加えたパンタグラフモデルの確立および架線モデルの高度化、さらに、不安定現象に関する実験的検討を行う方針である。

文 献

- 1) 坂本真彦, 加来洋成, 鈴木優太: ED76形式パンタグラフのピッチング対策, R&M, May 55-59, 2012
- 2) 栗田裕, 松村雄一, 伊藤敦, 田村勉, 大浦靖典: ディスクブレーキ鳴き発生時の振動現象, 日本機械学会論文集 (C編), Vol.70, No.694, pp.65-71, 2004
- 3) 網干光雄: パンタグラフ追随性能が接触力変動に与える影響, 鉄道総研報告, Vol.18, No.8, pp.17-22, 2004
- 4) 日本機械学会: マルチボディダイナミクス (1), コロナ社, 2008
- 5) Ikeda, M., "Gasen-do FE' statement of methods," Vehicle System Dynamics, Vol. 53, No.3, pp.357-369, 2015.
- 6) 長尾恭平, 小山達弥, 池田充: 実機パンタグラフ加振試験による3次元パンタグラフシミュレーションモデルのパラメータ同定, 日本機械学会第25回鉄道技術連合シンポジウム講演論文集, No.1309, 2018
- 7) 久保田喜雄: 新幹線用パンタグラフすり板とその潤滑技術, トライボロジスト, Vol. 61, No.3, pp.167-172, 2016
- 8) 根元公紀, 久保田喜雄: 銅合金トロリ線と鉄系焼結合金すり板の摩擦・摩耗に及ぼすしゅう動速度の影響, 第26回鉄道技術連合シンポジウム (J-RAIL2019) 講演論文集, No.S7-4-2, pp.570-573, 2019
- 9) 長俊之, 大戸路暁, 細川浩一, 橋本幸治, 林隆行: 整備新幹線向け析出強化型銅合金トロリ線, 三菱電線工業時報, No.105, pp.42-45, 2018
- 10) 久保田喜雄, 土屋広志, 久保俊一: 新しい個体潤滑剤を用いた新幹線用すり板の開発, 第17回鉄道技術連合シンポジウム (J-RAIL2010) 講演論文集, No.S3-3-2, pp.415-418, 2010
- 11) 村上敬宜: 材料力学, 森北出版, pp.94, 2014

- 12) 小林樹幸, 白田隆之, 山下義隆: しゅう動摩が作用するパンタグラフの安定性評価, 日本機械学会論文集, Vol. 85, No.878, pp.19-00076, 2019
- 13) 末岡淳男, 金光陽一, 近藤孝広: 機械振動学, 朝倉書店, pp.174, 2008
- 14) Earles, S.W.E. and Lee, C.K., "Instabilities Arising from the Frictional Interaction of a Pin-Disc System Resulting in Noise Generation," Transactions of the ASME, Journal of Engineering for Industry, Vol. 98, No.1, pp.81-86, 1976.
- 15) 鉄道総合技術研究所: 電車線とパンタグラフの特性, 研友社, pp.39-54, 1993
- 16) 真鍋克士, 網干光雄: 架線の波動伝播に与えるハンガの影響解析, 鉄道総研報告, Vol. 11, No.5, pp.25-30, 1997
- 17) 網干光雄: 弾性支床弦モデルによる架線・パンタグラフ系の径間周期運動解析, 日本機械学会論文集 (C編), Vol. 75, No.755, pp.54-60, 2009
- 18) 長松昭男: モード解析, 培風館, 1990
- 19) 池田充: 架線・パンタグラフ系の運動シミュレーションにおけるペナルティ係数の検討, 日本機械学会 2012 年度年次大会講演論文集, No.J102025, 2012
- 20) 長松昭男, 萩原一郎, 吉村卓也, 梶原逸郎, 雉本信也: 音・振動のモード解析と制御, コロナ社, pp.90, 1996