バラスト動的応答と摩耗進展評価のための不連続体解析法

相川　明*　西浦　泰介**　坂井　宏隆***

Elastic Quadruple Discrete Element Method (QDEM)
for Evaluating Dynamic Response and Wear Propagation Phenomena of Ballasted Track

Akira AIKAWA　Daisuke NISHIURA　Hirotaka SAKAI

The Quadruple Discrete Element Method (QDEM) is an elastic and/or viscoelastic large-scale analysis code for multi-body structures including continuum and/or discontinuity. In addition, QDEM can quantitatively evaluate elastic and/or viscoelastic deformation behavior, fracture propagation behavior, and natural vibration characteristics. To quantitatively evaluate the wear propagation phenomena of the ballast grains, a new wear progress model, which slightly reduces the sharp angularity shapes of the ballast grains when the contact load value between the ballasts exceeds a predetermined threshold, is implemented in the QDEM. The QDEM can reproduce not only the rotation and movement phenomena of the ballast assembly but also the wear propagation behavior at the ballast contact points caused by the repeated dynamic loads of trains. This paper describes that the reproducibility of the natural vibration modes of the ballasted track structure by using the actually measured loads, the analysis of the track settlement behavior using the wear propagation model.
キーワード：バラスト軌道，弾性体個別要素法（QDEM），過渡応答解析，大規模並列解析 , 一方向連成解析

1．はじめに

弾性体個別要素法（Quadruple Discrete Element Method, QDEM）は，鉄道総研と海洋研究開発機構が共同で開発した，弾性体および粘弾性体からなる多体構造の動的応答解析プログラムである[1)]。複数の GPU ボードを並列したマルチ GPU 並列演算により超大規模な高速演算を行う。弾性解析の場合，同じメッシュ構造の有限要素法解析（FEM）とほぼ同等の解析精度であり，FEM よりも 30 倍～ 300 倍高速である[2)]。また，バラスト粒状体解析に関しては，従来の個別要素法解析（DEM）と同じく，バラストの回転・移動現象，衝撃や摩擦による接触挙動を扱える。

さらに，QDEM ではバラスト砕石 1 個を，数百個～数千個の四面体要素の集合体で高解像度に模擬した詳細構造弾性体モデルを用いることにより，従来の DEM では不可能であった，物体内部の弾性･粘弾性変形，波動伝播，固有振動，摩耗進展，および，せん断力やモーメントの伝達を定量的に評価可能である。本論文では，QDEM の解析精度，および，バラスト軌道に関する固有振動の再現性を検証し，摩耗進展解析，および，車輪レール間の動的転がり接触解析との連成解析について紹介する。

＊　鉄道力学研究部　軌道力学研究室
＊＊　海洋研究開発機構
＊＊＊　鉄道力学研究部　計算力学研究室

2．QDEM によるバラスト解析精度の検証

2. 1　弾性体個別要素法（QDEM）の概要

DEM と QDEM のモデルの基本構造を図 1 に示す。DEM は，図 1(a) に示すように，隣接する剛体粒子間に接触ばねを配し，ばねの伸縮により，粒子間の接触関係を模擬する。DEM は基本的に剛体・ばねモデルであり，粒子内部における弾性変形，全体系構造での波動伝播，固有振動等を扱えない。一方，QDEM は図 1(b) に示すように DEM 粒子 4 個からなる四面体の体積構造を基本とし，要素内部の変形現象を要素節点間の変形勾配テンソルで定量表現する。さらに変形勾配テンソルから導出される体積ひずみ量に関して，任意の応力－ひずみの関係式を適用することにより，DEM ソルバーを用いて不連続体解析と連続体解析の両方を同時解析する[3)]。

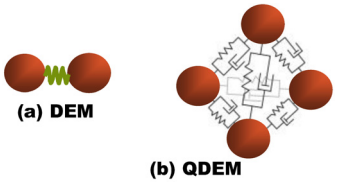


図 1　個別要素法と QDEM

2. 2　弾性変形挙動に関する QDEM の解析精度

要素分割数が異なる長さ 2.4m のコンクリートの片持ち梁モデルの自由端に，無減衰の条件にて 200N の鉛直

荷重を載荷する弾性体過渡応答解析を QDEM と FEM の 2 つの手法により行った。図 2 に，要素分割数と自由端の鉛直変位量の関係を示す。同図より，モデルが高解像度になるにつれて，解析値が理論値に近づく傾向がわかる。また，QDEM と FEM の解析結果の差はいずれのモデルでも 10ppm 以内であり，両者の値はほぼ同じであった。また，計算コストは，本解析に限ってではあるが，QDEM が FEM よりも約 300 倍高速であった。

載荷解析の後，その荷重を瞬間的に除荷する過渡応答解析を実施した。自由端の変位における差は平均 30ppm，要素応力の差は平均 0.04% であり，QDEM の弾性体解析の精度は，同一メッシュを有する FEM 解析とほぼ同じであることを確認した。

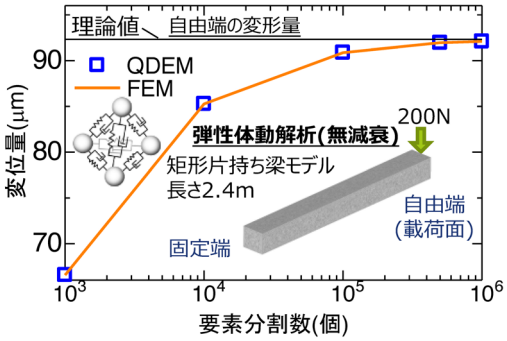


図 2　弾性変形挙動に関する解析精度

2. 3　粘弾性挙動に関する QDEM の解析精度[1)]

コンクリート梁モデルを平面上に置き，下端面を固定条件とし，その上面に等分布荷重（合計 10N）を載荷し，その後除荷する粘弾性解析を実施した。図 3 は，2 種類の粘性係数に対する，鉛直ひずみの時刻歴応答である。同図より，解析値は理論解に比べてわずかに遅れる傾向がみられるものの，ほぼ理論値と同じ結果が得られた。両者の差はおよそ 5% であり，粘弾性解析に関する QDEM の有効性を検証した。

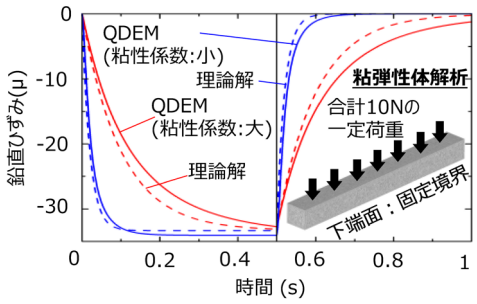


図 3　粘弾性変形挙動に関する解析精度[1)]

2. 4　ホワイトノイズ入力による固有振動の再現精度

3 号まくらぎモデル 1 本とバラスト集合体からなる実物大のバラスト軌道 QDEM モデルを構築し，まくらぎ上の左右レール位置にホワイトノイズを入力する過渡応答解析を実施した。図 4 は，QDEM による鉛直方向の加速度応答に関する振幅スペクトルである。同図において青の数値は QDEM による固有振動数であり，また，括弧内の黒の数値は，実物大軌道模型による実験値である[4)～7)]。同図より，QDEM によるバラスト軌道モデルは 1000Hz までの固有振動モードのすべてを再現できており，固有振動数に関しては誤差 5% ～ 10% に収まっていることを確認した。

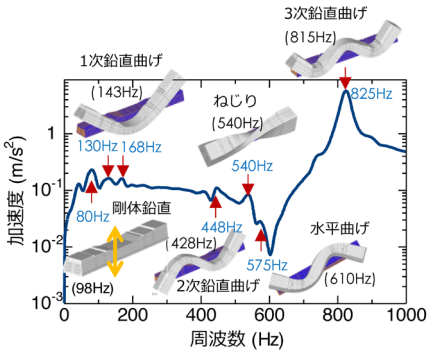


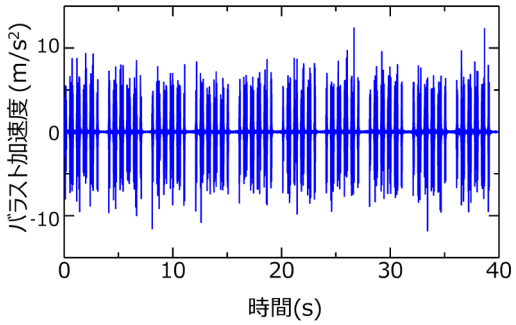
図 4　まくらぎ 1 本分のバラスト軌道 QDEM モデルを用いたホワイトノイズ入力による加速度振幅スペクトルと実験値との比較（図中の（ ）内の黒字は実験値、青文字は QDEM の解析結果を示す。）

2. 5　現場実測荷重による固有振動特性の解析精度

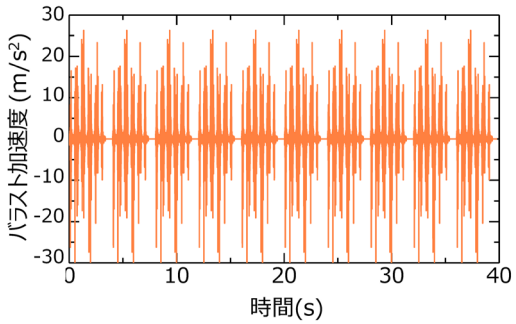
営業線本線バラスト軌道での実測荷重をバラスト軌道 QDEM モデルに入力し，その応答を実測値と比較する。現場の軌道構造を模擬して，図 5 のまくらぎ 1 本分のバラスト軌道 QDEM モデルを構築した。モデルの要素数は約 90 万個である。本モデルのレール位置に，5 両編成の特急列車 100 列車分の動的荷重波形（実軌道の左右軌道パッド位置での荷重波形，サンプリング間隔 10 kHz，S/N 比 30ppm，20 軸 / 編成× 100 編成＝ 2000 軸，通トン 2 万トン相当，載荷時間 4 秒 / 編成× 100 編成＝ 400 秒）を入力する過渡応答解析（時間刻み 1000 万分の 1 秒で，40 億ステップのマルチ GPU 大規模並列計算）を実施した。総計算時間は約 250 時間である。解析結果が膨大なので，先頭の 10 編成分（200 軸，通トン 2 千トン）について，右レール直下の深さ約 10 cm におけるバラストの加速度応答値を現場実測値と比較した。

図 6 は，先頭の 10 編成に関するバラストの鉛直方向加速度の時刻歴波形である。解析値および実測値ともに列車の車軸通過のタイミングに一致して大きな加速度が

図 5　まくらぎ 1 本分のバラスト軌道モデル

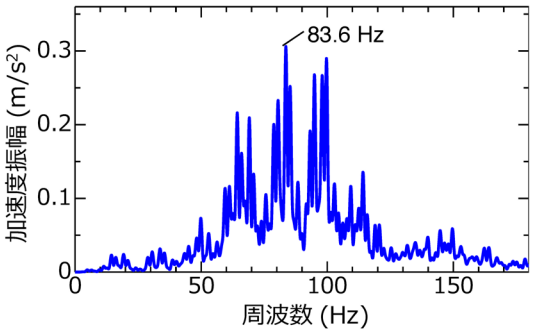


(a) QDEM の応答解析結果

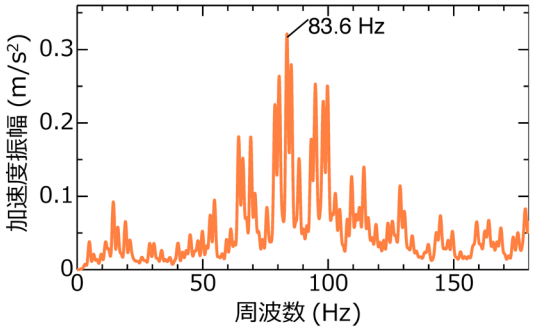


(b) 現場測定値

図６　バラスト加速度応答の時刻歴波形



(a) QDEM の応答解析結果



(b) 現場測定値

図７　QDEM のバウンスモードの再現性

発生し，解析値，実測値ともに似通った応答波形が得られた。しかし，その応答のピーク値に関しては，解析値より実測値のほうが 2 倍ほど大きい。ここに，実際のバラスト軌道ではまくらぎが等間隔でレールに締結されており，車輪通過時にまくらぎの曲げとねじりに関する複数のモードが発生し，その固有振動モードによる振動エネルギーが応答値に重畳される。一方, 本解析では, レール締結，車輪通過，車体質量を考慮しておらず，まくらぎ上面の荷重値が上下方向に変動するだけである。そのため, 本解析では, 主に 200Hz 以上の周波数帯における, まくらぎの曲げやねじりに関連する固有振動モードによる振動成分が十分に反映されておらず，時刻歴上の値の大小のみでは解析精度の検証が困難である。

一方，バラスト層とまくらぎが一体的に上下動する，80 ～ 100Hz 近傍のいわゆる「バウンスモード」については, 鉛直方向の上下方向荷重のみで発生することから，実測値と解析値ともにほぼ同じ条件と考えられる。そこで, 図 6 の時刻歴波形を FFT(高速フーリエ変換)により，図 7 に示す周波数領域の振幅スペクトルに変換し，バウンスモードの再現性により解析精度を確認する。

図 7 より，解析値および実測値ともに，非常に似通ったスペクトル形状が得られたことがわかる。同図では，バラスト層が上下動のバウンスモードが 80Hz ～ 100Hz 近傍に見られる。加速度スペクトルの最大値が，実測値，解析値ともに 80Hz 近傍にあることから，ここでは 80Hz 近傍のバウンスモードに着目し，ピーク周波数値と，ピーク周波数における加速度振幅値を比較した。

表１　バウンスモードの再現精度

	固有振動数(Hz)	振幅 (m/s^2)
QDEM	83.6	0.3060
実測値	83.6	0.3211
相対誤差	0.00%	4.60%

表 1 は，80Hz 近傍のバウンスモードに関して，固有振動数と加速度振幅値を比較したものである。本解析では，実測値と解析値の固有振動数が一致したが，実際には解析条件や測定条件等により，固有振動数および振幅値ともに変動があるものと考えられる。そこで，後述の解析における摩耗条件を変化させた解析も実施した。その結果，固有振動数の変動は 1%以内であり，また加速度振幅値の変動も 4%ほどであった。このことより，バラスト全体構造のバウンスモードに関する固有振動数の解析精度は 1%程度，その加速度振幅値については 5%以内に収まるものと推定される。

３．バラスト長期劣化則モデルの構築

3. 1　バラストの摩耗進展モデルの定式化

バラストの摩耗現象に関しては，列車通過時の動的荷重がバラストの接触箇所に伝播し, 接触点での荷重値が, 素材の破壊の限界値を超える場合に，応力集中による微細な摩耗が発生し，この微細な摩耗が長期にわたり累積することで，軌道面に不同沈下が発生するものと考えられる。図 8 に摩耗モデルの考え方を示す。本摩耗進展モ

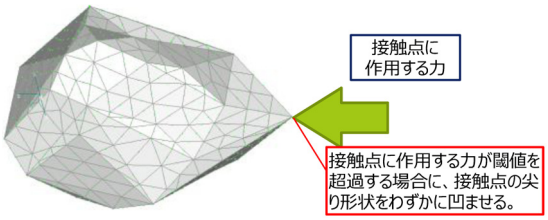


図８　摩耗進展モデルの考え方

デルでは，QDEM による計算ステップごとに，すべてのバラストに関する接触点荷重を求め，荷重値が事前に定めた閾値を超える場合に，接触点の尖り形状をわずかに凹ませる操作を行う。この際，尖り形状を凹ませる体積が，上述のメカニズムの微細な摩耗量に相当する。

本摩耗進展モデルの定式化を行う。QDEM の計算プロセス内では，接触力が閾値 F を超える場合に，バラスト頂点の DEM 粒子の半径を，摩耗量相当分だけ小さくする処理を行うものである。解析開始時点でのバラスト稜角部の DEM 粒子の半径を R(m)，ある計算ステップでの総摩耗量 (長さ) を h(m)，そのときの DEM 粒子半径を r(m) とし，初回の摩耗深さ (長さ) を b(m) とする。粒子半径と総摩耗量に関しては $r = R - h$ の関係が成立する。接触力が閾値 F を超えた場合に，初回は深さ b の体積が摩耗する。すなわち，初回の総摩耗量は $h = b$ である。

さらに，初回以降の計算過程において，接触荷重が閾値 F を超えた場合に，その都度，初回と同じ体積が摩耗するものと仮定する。この場合の各ステップにおける総摩耗量 (長さ)h を求める。接触箇所の尖り形状に錐形状を仮定すると，初回の摩耗による錐形状と，すでに n 回摩耗した摩耗総量に関する錐形状の間には相似関係が成り立つ。すなわち，すでに n 回摩耗している粒子について，ある計算ステップで接触力が閾値 F を超えた場合，摩耗量 h，および，粒子半径 r は式 (1) となる。

$$h = (n+1)^{1/3} \times b$$
$$r = R - h \qquad (1)$$

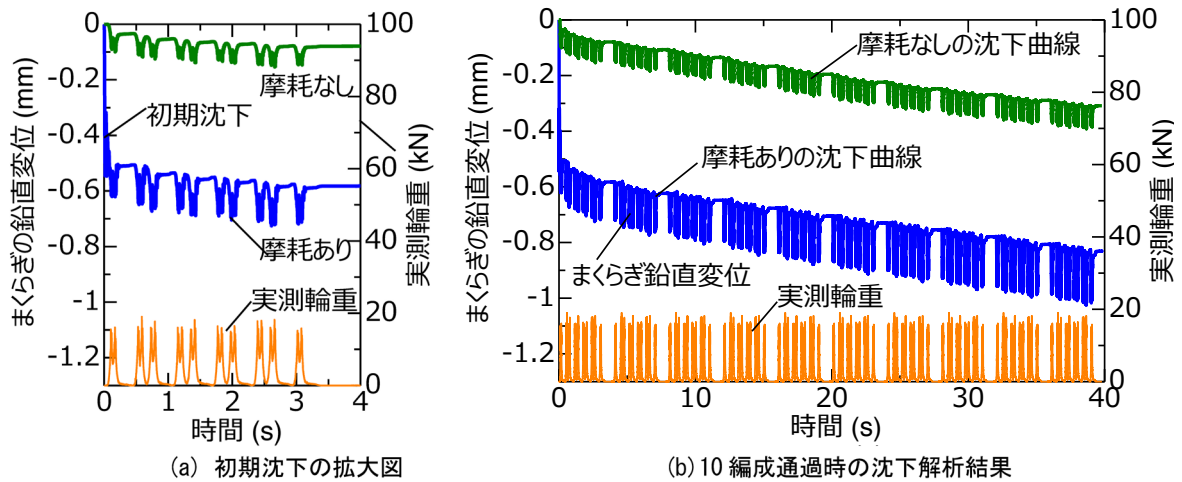
この場合，接触箇所に関する粒子半径 r を低減し，当該粒子の摩耗履歴を n+1 として新たに保存する。

3. 2　バラストの摩耗進展モデルの試計算

まくらぎ 1 本分のバラスト軌道 QDEM モデルを用いて，複数の GPU ボードを並列したマルチ GPU 解析により，まくらぎ上面の左右レール位置に，営業線での実測荷重を 10 編成分（200 軸，通トン 2 千トン相当，載荷時間 40 秒）を入力して試計算を実施した。計算時間は約 25 時間である。図 9 は，バラストの接触力が閾値（1N）を超えると微小変位 1μm 分の体積が摩耗することを仮定した場合の，まくらぎの鉛直変位の時刻歴応答である。この摩耗量は，実軌道における摩耗速度の約 140 倍に相当する。すなわち本解析で 200 軸通過後の沈下量は実軌道における通トン約 28 万トンに相当する。

同図より，摩耗なしのモデルでは，バラスト砕石の回転や移動により緩やかな沈下が発生したが，初期沈下挙動を再現できなかった。一方，摩耗ありのモデルでは，載荷解析の初期の時点で大きな初期沈下が発生し，その後は摩耗速度がほぼ一定となる定常沈下となった。また，同図より摩耗が進むにつれてバラスト間に緩みが発生することから，1 軸が通過する際の鉛直変位の振幅幅が徐々に大きくなっていることがわかる。すなわち，バラスト内部に摩耗が発生すると，バラスト軌道の全体的な剛性が低下することがこの解析より確認できる。これらのバラスト軌道の沈下のプロセスについては，概ね実軌道での現象に符合している。

図 10 は，摩耗ありのモデルと摩耗なしのモデルについて，道床内部の接触力および変位量の空間分布を表示したものである。摩耗なしの解析では，変位および応力



(a) 初期沈下の拡大図　　(b) 10 編成通過時の沈下解析結果

図９　実測荷重を用いたバラスト摩耗進展モデルによる軌道沈下挙動解析

の大きな箇所はまくらぎ近傍の一部に限定されるが，一方，摩耗ありの解析では，摩耗に起因する変形や応力の不均一性が広範囲に発生することを確認できる。

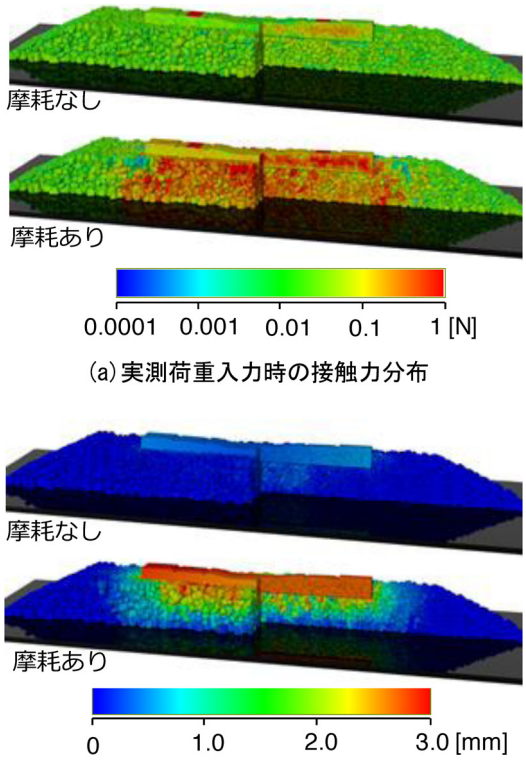


図 10　摩耗進展モデルによる解析結果

4．QDEM と車輪・レール転がり接触解析の連成解析

実形状の車輪モデルとレールモデルを用いて，有限要素法による車輪・レール間の動的弾塑性転がり接触解析により，車輪の転動により発生する動的荷重を求め，この荷重をバラスト軌道 QDEM モデルに入力する一方向連成解析を実施した。モデルの概要を図 11 に示す。モデルは実形状の車輪モデルと 60kg レールモデルからなる。レールモデルは，軌道パッド，まくらぎ，バラスト層，路盤を模擬した六面体モデルにより等間隔に支持される。解析開始とともに，重力場において車軸に 50kN の輪重が加わり，車輪がレール面と接触し，その後，車軸に駆動トルクを加えて車輪を転動させ，軌道パッド位置での動荷重波形を求めた。

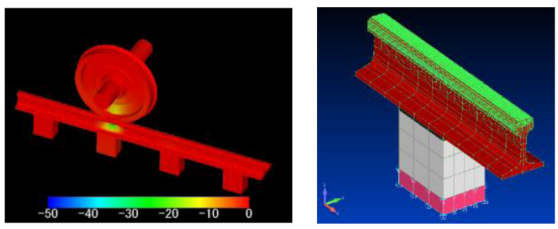


図 11　車輪・レール間の転がり接触解析モデル

次に，まくらぎ 4 本からなるバラスト軌道 QDEM モデルを構築し，本モデルのまくらぎ上面の左右レール位置に車輪・レール間の転がり接触解析より得られた動荷重を入力した。なお，図 11 の車輪モデルは 1 輪であり，ここでは，左右レールに関して同じ荷重波形を入力した。図 12 は，時刻 0.1 秒，0.2 秒，0.3 秒におけるバラスト砕石の変位量（移動量）を示したものである。従来，土質力学等における理論解析や連続体モデルによる解析によると，まくらぎ下面中央部から道床左右の側方に向けて円弧状に変形が発生するものと考えられてきた。しかしながら，QDEM による粒状体弾性体解析の結果では，既往の知見とは異なり，載荷初期の段階ではまくらぎ中央部近傍に変形挙動が集中した。

解析結果を分析すると，車輪の通過時にまくらぎが全体的に大きく沈み込む挙動と同時に，変位波形のなかに上下振動（約 160Hz）が発生している。この約 160Hz の振動は，まくらぎが U 字型に曲がる 1 次曲げに関する固有振動モードである。すなわち，この共振現象により，まくらぎが逆 U 字型に曲がる際に，まくらぎ下面のバラストをまくらぎ中央側に押し込み，その後，まくらぎが U 字型に曲がる際に中央部のバラストを押し下げて，その結果，バラストの変形がまくらぎ中央部に集中することになったと考えられる。

バラスト軌道の維持管理の実務においては，まくらぎ中央部付近でのバラストの盛り上がり現象が軌道を不安定化することから，従来，経験的にまくらぎ中央部の下面のバラストを取り除く「道床中透かし工法」が採用さ

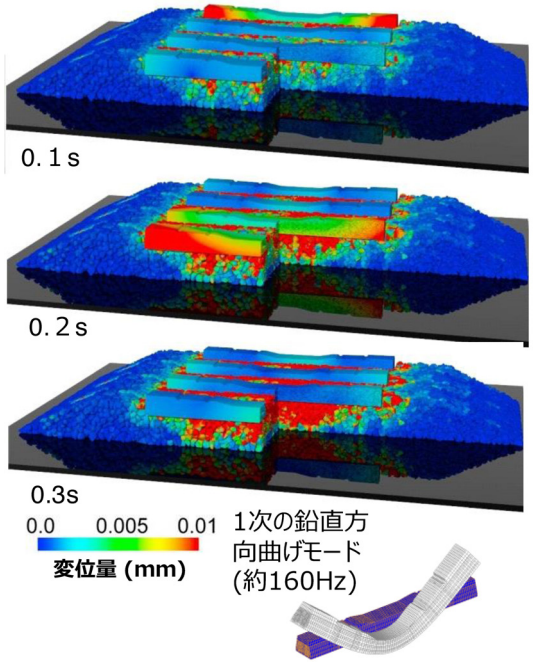


図 12　バラスト変位量（移動量）

れてきた[8]。本工法はこれまで経験的に実施されてきたものであるが，本計算の結果より，そのメカニズムが初めて明らかになった。

図 13 は，まくらぎ下の 10cm の深さにおけるバラストの水平変位を示したものである。図中の青色の矢印は列車の走行方向に向かってバラストが移動したこと示し，赤の矢印は，列車の走行方向とは反対側，すなわち後ろ向きにバラストが移動したことを示す。同図より，バラストは全体的に後方に移動していることがわかる。図 14(a) に模式的に示すが，駆動トルクの影響で，バラストが後方に押されたことがわかる。また，上述のように，まくらぎの 1 次の曲げモードの影響で，まくらぎ端部より中央付近に変位が集中していることが確認できる。

ここでは，さらに図 13 で，赤の破線を付記したまくらぎについて，バラストの動きについて考える。同図より，まくらぎの中央ラインより手前側のバラストは進行方向に向かって移動し，また，まくらぎの中央ラインより前方のバラストは，後方に移動したことがわかる。このことについては，図 14(b) に示すように，車輪通過時にまくらぎが回転することで，結果的に中央ライン上のバラストが盛り上がるものと推察される。

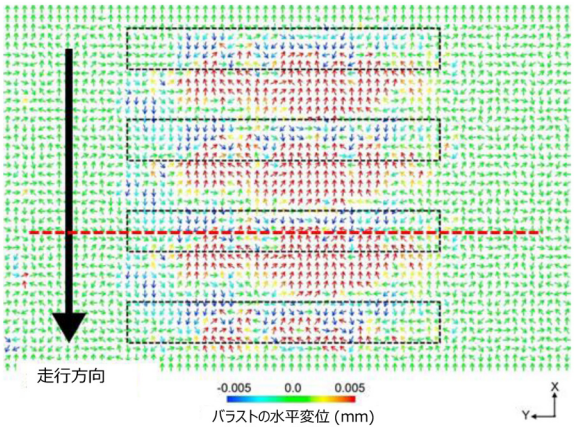


図 13　まくらぎ下 10cm の位置におけるバラスト水平変位量（移動量）

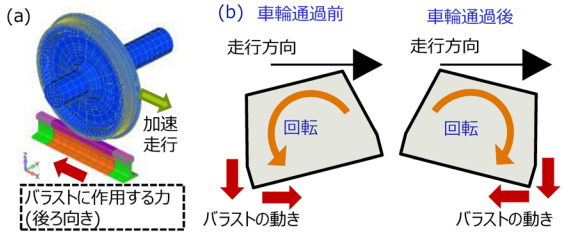


図 14　バラストの移動のメカニズム

5．結論

本論文ではバラストの摩耗現象と移動現象を定量的に把握するために開発した QDEM の解析精度を検証するとともに，摩耗進展モデル，および，車輪・レール間の転がり接触解析との一方向連成解析を行った。

(1) QDEM による弾性体解析の誤差は，同一形状のメッシュを有する FEM 解析とほぼ同じである。また粘弾性解析についての理論解との誤差は概ね 5% である。

(2) QDEM によるバラスト軌道モデルは 1000Hz までのバラストの固有振動モードを誤差 5% ～ 10% で再現する。とくに，低周波域のバウンスモードについては，固有振動数の解析誤差は 1%，加速度振幅値は 5% 以内である。

(3) バラストの摩耗進展モデルを QDEM に実装した。要素数約 90 万個のバラスト軌道モデルに対して，200 軸通過の実測荷重を入力する試計算を行い，計算時間約 25 時間で初期沈下から定常沈下に遷移する過程を再現した。

(4) 車輪・レール間の動的弾塑性転がり接触解析と QDEM との一方向連成解析を実施した。バラストの移動現象に関しては，車輪の駆動トルクの反力による動き，まくらぎの回転運動，および，まくらぎの 1 次曲げ変形固有モードによる共振が影響することを明らかにした。

文　献

1）D.Nishiura, H.Sakai, A.Aikawa, S.Tsuzuki, H.Sakaguchi, “Novel discrete element modeling coupled with finite element method for investigating ballasted railway track dynamics,” Computers and Geotechnics, Elsevier, 2017.10.

2）D.Nishiura, H.Sakaguchi and A.Aikawa, “Development of Viscoelastic Multi-Body Simulation and Impact Response Analysis of a Ballasted Railway Track under Cyclic Loading,” Materials, 615, 2017.10.

3）相川 明 , 高垣昌和 , 坂井宏隆 , 林 雅江 , 西浦泰介 , 阪口 秀 , バラスト軌道大規模モデルの構築 , 鉄道総研報告 , Vol. 30, No. 2, pp. 23-28, 2016

4）A.Aikawa, “Vertical Natural Vibration Modes of Ballasted Railway Track, New Trends in Structural Engineering,” ISBN-9789535164333, H.Yalciner, IntechOpen, 2018.11.

5）A.Aikawa, “Determination of Dynamic Ballast Characteristics Under Transient Impact Loading”, Electronic Journal of Structural Engineering - EJSE, Special Issue - Advances in Rail, 17-34, 2014.4.

6）Akira Aikawa, “Dynamic characterization of a ballast layer subject to traffic impact loads using three-dimensional sensing stones and a special sensing sleeper,” Construction and Building Materials, Elsevier 92(1), 23-30, 2015.9.

7）相川明 , 実軌道測定に基づくバラストに加わる衝撃荷重とその減衰特性 , 鉄道総研報告，Vol.27, No.4, pp.41-46, 2013

8）佐藤嘉晃 , 山陽新幹線における軌道 , 山陽新幹線特集 , コンクリートジャーナル , Vo1.8,No.10,pp.60-65, 1970.10