

空気ばね装置の動作履歴を反映可能な曲線通過時 準静的解析手法の開発

田中 隆之* 杉山 博之**

Development of Quasi-static Curve Negotiation Analysis Procedure
Considering Hysteretic Behavior of Air Suspension System

Takayuki TANAKA Hiroyuki SUGIYAMA

While air suspensions are widely utilized for railway vehicles as secondary suspension, its hysteretic behavior possibly gives a non-negligible influence on the vehicle running characteristics such as wheel load. To enable accurate and quick prediction of such influence, this study proposes a new quasi-static curve negotiation analysis procedure using a thermodynamic air suspension system model that expresses in detail the nonlinear airflow characteristics. This approach allows for eliminating a limitation of existing full dynamic simulation models associated with high computational intensity, so that quick evaluation is conducted in the case of a simulation assuming a long-distance travelling.

キーワード：空気ばね装置，自動高さ調整弁，曲線通過，空気流，準静的解析，連成シミュレーション

1. はじめに

近年の鉄道車両では、2次ばねとして空気ばね装置が広く用いられている。空気ばね装置は補助空気室、空気ばね自動高さ調整装置、差圧弁などから構成されている。車両が走行する際、これらの構成要素間に発生する空気流の影響で、空気ばね挙動は非線形性が大きいものとなる。また、車両が曲線を通過する際には、空気ばね自動高さ調整装置で発生する空気流の履歴が、輪重に影響を及ぼすことが筆者らの先行研究にて示唆されている¹⁾。特に、多様な曲線を含む長距離線区の走行時にはこのような空気ばね装置の動作履歴による影響が重畳してゆくことが予想される。したがって、このような場合の車両運動を評価する上では、空気ばね装置の空気流を正しく見積もることが重要である。また、長距離走行を想定した車両運動シミュレーションでは計算時間も長くなるため、可能な限り計算コストを抑えることが有用である。

一般的に、鉄道車両の運動解析では、式(1)のような微分方程式の形で与えられる運動方程式を解く。

$$M\ddot{q} = Q(q, \dot{q}, t) \quad (1)$$

ここで、 M は一般化質量行列、 q は一般化座標ベクトル、 Q は車輪・レール接触力等の外力成分を含む一般化力ベクトル、 t は時間を表す。この方程式を数値積分により解くためには、計算の発散を防ぐために十分に小さい計

算時間刻みを設定する必要があるが、その分、計算に要する時間は増大する。そこで、一般化速度ベクトルの時間変化が十分小さい場合を仮定した($\dot{q} \approx 0$ ，すなわち式(1)の左辺が0)ものを系の支配方程式として定義する。この式を、計算時間刻み毎に非線形慣性力の影響を考慮しながら解く手法を準静的(準定常)車両運動解析手法²⁾と呼ぶ。本手法では、高周波振動成分を除いた定常的な車両挙動を評価することが可能であり、かつ適切な解法を用いることで大幅な計算コスト低減が期待できる。

本検討では、準静的車両運動解析手法に、空気ばね装置の空気流に関する熱力学方程式を連成させる手法を新たに提案した³⁾。本提案手法により、非線形性の大きい空気ばね装置の履歴応答を考慮しつつ、低い計算コストでの車両運動解析を可能とすることを目指した。本報告では、モデリングと計算手法の概要、ならびに計算例について述べる。

2. 系のモデリング

2.1 車両のモデリング

準静的車両運動解析で用いる車両モデルを図1および図2に示す。本車両モデルでは1車体に装着された2つのボルスタレス台車と4つの輪軸を考える。車体と台車枠との結合部には、それぞれ2次ばねとして空気ばねを定義する。また、図1に示すように車体と台車枠との間に各台車1本ずつの左右動ダンパを定義し、直列ばね・ダンパとしてモデリングする。車両の曲線通過解析で輪軸 i の運動を考える際には、まず、図2に示すように、各輪軸に対して軌道中心線上を原点とする移動軌道座標

* 鉄道力学研究部 車両力学研究室

** アイオワ大学

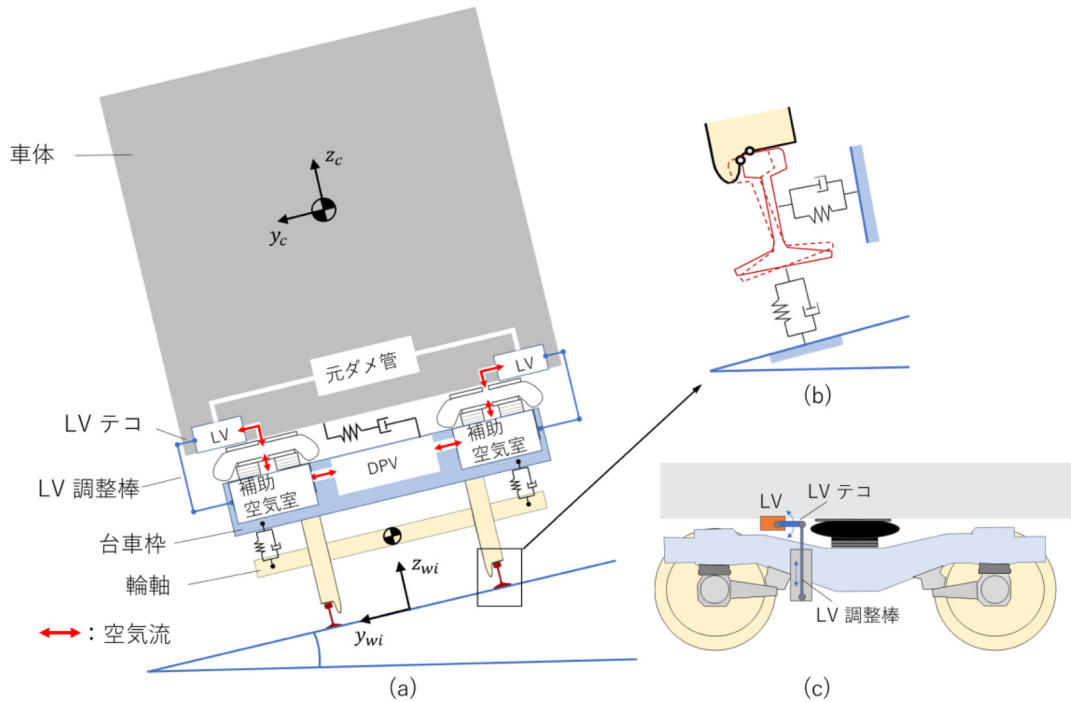


図1 車両モデルと座標系 (a): 車両の構成 (進行後側から見た図), (b): 車輪・レール間弾性接触モデル, (c): LV 装置の構成 (LV: 高さ調整弁, DPV: 差圧弁)

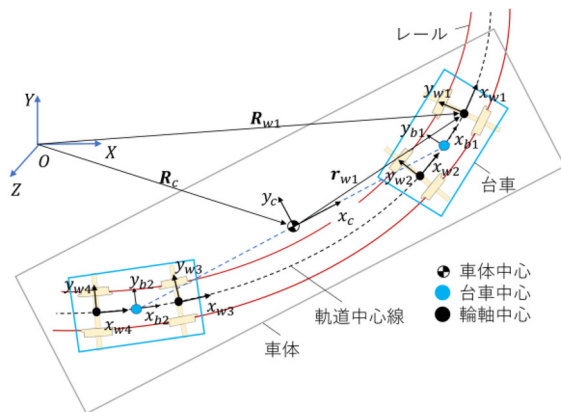


図2 車両運動解析の座標系 (平面図)

系 $o-x_i y_i z_i$ ($i = 1 \cdots 4$) を定義する。台車中心間距離と軸間距離は一定であるので、軌道線形を定義すれば、任意の走行位置に対する、絶対座標上の各移動軌道座標系の位置と回転角を一意に決めることができる。同様に、2つの台車の中心位置から車体中心位置を決めることができ、これより車体中心位置を原点とする移動車体座標系 $o-x_c y_c z_c$ を定義する。移動車体座標系から見た、輪軸 i に対応する軌道座標系原点位置ベクトル r_{wi} は、式(2)で表される。

$$r_{wi} = A_c^T (R_{wi} - R_c), \quad i = 1 \cdots 4 \quad (2)$$

ここで、 R_c は絶対座標上の車体中心位置ベクトル、 A_c は

移動車体座標系に対する回転行列、 R_{wi} は絶対座標上の移動軌道座標系位置ベクトルを表す。また、移動車体座標系に対する、各輪軸に対応する移動軌道座標系の回転行列は式(3)となる。

$$\bar{A}_{wi} = A_c^T A_{wi}, \quad i = 1 \cdots 4 \quad (3)$$

ここで、 A_{wi} は絶対座標系に対する移動軌道座標系の回転行列を表す。本検討では、これらの関係を用いて、移動車体座標系で車両の運動を定義する⁴⁾。これにより要素間の相対変位量は小さくなり、微小変位量に対して適用可能な近似式等を使用可能となることから、計算量の低減が期待できる。

車両に設定する自由度は、表1に示す合計33自由度とした。車輪・レール接触はヘルツ接触を仮定し、各接触点で軌道弾性法⁵⁾⁶⁾を用いた法線力計算を行う。また、得られた法線力より、レビ・シャルテ法による非線形クリープ力を計算し、接線力を求める。これらの接触力を運動方程式の一般化力ベクトルの中で考慮する。

表1 車両モデルに設定した自由度

要素	自由度	数	自由度
車体	y, z, ヨー, ロール, ピッチ	1	5
台車枠	y, z, ヨー, ロール	2	8
輪軸	y, z, ヨー, ロール, ピッチ	4	20

2.2 空気ばね系のモデリング

空気ばね系の非線形性や動作履歴を考慮するために、式(1)に示した車両系の運動方程式と、熱力学的空気ばねモデルによる空気流の式との連成を考える。本モデルでは、空気ばねにつながる補助空気室、空気ばね自動高さ調整装置(LV装置)、差圧弁(DPV)の空気流を考慮する。図3に導入する空気ばね系モデルと空気流の模式図を示す。空気ばねは、オリフィスを介して下方に設置された補助空気室に結合されている。空気ばねの上方にはレバリングバルブ(LV)が設けられている。LVはLVテコの角度に応じて、元空気溜め管から空気ばねへの空気供給、または空気ばねから大気への排気を行い、空気ばねの高さを一定に保つ。LVテコは図1(c)に示すように、LVと、台車枠から延びるLV調整棒との間に装着される。したがって、LVテコの角度は、LVテコを取り付けた場所での台車枠と車体との間の相対変位(d_A)により決まるため、車両の一般化座標ベクトルを用いて求めることができる。1台車内の左右の空気ばねの補助空気室間は、差圧弁を介して結合されており、左右の補助空気室間の圧力差が設定圧力を超えた場合に、高圧側から低圧側へと空気が流れるように動作する。ここで、図3に示すように、2つの構成要素間を流れた空気質量を以下のように置く。

- ・空気ばね—補助空気室間： q_A
- ・空気ばね—LV装置間： q_L
- ・補助空気室—DPV間： q_D

ポリトロプ過程を仮定すると、空気ばね圧 P_A と補助空気室圧 P_B は式(4)で求めることができる。

$$P_A / P_0 = (\rho_A / \rho_0)^\kappa, \quad P_B / P_0 = (\rho_B / \rho_0)^\kappa \quad (4)$$

ここで、 P_0 、 ρ_0 はそれぞれ初期状態での空気ばね圧力と空気密度、 ρ_A 、 ρ_B はそれぞれ空気ばねと補助空気室の空気密度、 κ は空気のポリトロプ指数を表す。空気の質量保存則と式(4)より、空気ばねと補助空気室圧力は各要素間を流れた空気質量を用いて式(5)のように表される。

$$P_A(q_A, q_L, d_A) = P_0 \left(\frac{\rho_0 V_A - q_A + q_L}{\rho_0 (V_A - \delta V(d_A))} \right)^\kappa, \quad (5)$$

$$P_B(q_A, q_D) = P_0 \left(\frac{\rho_0 V_B + q_A + q_D}{\rho_0 V_B} \right)^\kappa$$

ここで、空気ばねと補助空気室内容積をそれぞれ V_A 、 V_B とする。 $\delta V(d_A)$ は空気ばねの上下変位に伴う内容積変化量を表す。空気ばね—補助空気室間のオリフィスを流れる空気の質量流量は、式(6)のように、べき関数の形でモデル化することで、運用時に想定される圧力領域での空気ばね特性を良く再現できることが確認されている⁷⁾。

$$R\dot{q}_A^\beta = \text{sign}(P_A - P_B) |P_A - P_B| \quad (6)$$

ここで、定数 R 、 β はそれぞれ文献7で実験的に同定された値である。空気ばね上下方向力 F_{AS} は空気ばね圧力と有効受圧面積を用いて式(7)のように書き表される。

$$F_{AS} = -(P_A - P_{at})(A_e + \delta A_e(d_A)) + (P_0 - P_{at})A_e + F_S \quad (7)$$

ここで、 P_{at} は大気圧、 A_e は空気ばねの有効受圧面積、 $\delta A_e(d_A)$ は空気ばね上下変位に伴う有効受圧面積の変化分である。また、 F_S は空気ばねの上下ストッパ力を表し、空気ばねがストッパ当たりを起こすまで、上下方向に大変位したときのみ作用するように設定する。本モデルでは、式(7)により求めた空気ばね上下方向力 F_{AS} を運動方程式の一般化力ベクトルで考慮することで、空気ばね系の空気流と車両運動とを連成させる。

LVの流量(q_L)は、特性試験線図を用いて求める。上流側、下流側圧力がある値に設定した時の、不感帯を有するLVの流量特性は図4のようにLVテコ角度の関数として得られる。また、LVの流量特性は上流側、下流側圧力にも依存し、圧力と流量の関係は、管オリフィスを流れる圧縮流体の式により決まると考えられる。そこで、図4の線図に対して理論式に基づくスケーリングを施すことで、任意の圧力条件の時の流量³⁾を得ることができる。DPVの流量(q_D)に関しても、LVと同様な手順により求める。

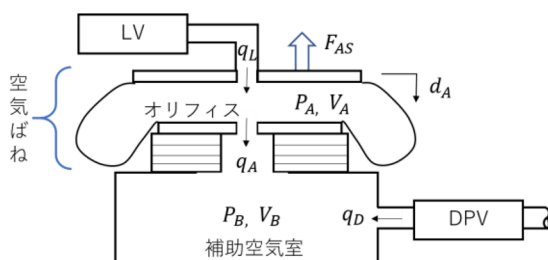


図3 空気ばねモデルと空気流

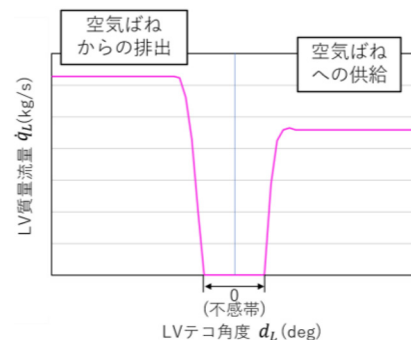


図4 LV流量線図の例

2.3 系の支配方程式

本モデルで定義した空気ばねの構成要素(補助空気室, LV 装置, 補助空気室)の流量式より, 空気ばね系の支配方程式は各要素間を流れた空気質量変数ベクトル q_A , q_L , q_D を用いて, 式 (8) のように表される。

$$\begin{cases} \dot{q}_A = g_A(q_A, q_L, q_D, d_A) \\ \dot{q}_L = g_L(q_A, q_L, q_D, d_L) \\ \dot{q}_D = g_D(q_A, q_D) \end{cases} \quad (8)$$

ここで, d_A , d_L はそれぞれ, 車両の一般化座標ベクトルから得られる, 空気ばね上下変位と LV テコ角度を表すベクトルである。式 (8) は, 単純化して式 (9) の形に書き表すことができる。

$$\dot{p} = g(p, q) \quad (9)$$

ここで, $p = [q_A^T \ q_L^T \ q_D^T]^T$, $g = [g_A^T \ g_L^T \ g_D^T]^T$ であり, q は車両の一般化座標ベクトルである。

準静的状態を仮定し, 式 (1) で $\ddot{q} = 0$ と置いた式と, 式 (9) とを用いて, 車両と空気ばね系を連成した支配方程式は下記ようになる。

$$\begin{cases} Q(q, \dot{q}, p, t) = 0 \\ \dot{p} = g(p, q) \end{cases} \quad (10)$$

ここで, 一般化力ベクトル Q において式 (7) で求められる空気ばね上下方向力 F_{AS} を考慮するため, Q は式 (10) のように, 空気ばね系を流れた空気質量ベクトル p の関数として表される。

3. 計算コストを低減した解法の開発

式 (10) で定義される系の方程式を効率的に解くための手法を検討した³⁾。その結果, 本節で述べる Co-simulation 法が効率的な手法であることが分かった。

ここで, 式 (10) の上式と下式の形と特徴を整理する。前者は陰的常微分方程式であり陰的数値解法を用いた収束計算が必要であり, 一つの計算刻みあたりの計算量が大きくなる。しかしながら, 収束性が良好であり, 計算

時間刻みを比較的大きく取っても正しく収束解が得られる傾向にあった。一方, 後者は陽的常微分方程式であり, 非線形性の大きい空気流を計算することから, 小さな計算時間刻みが必要となる。しかしながら, 本方程式系を構成する項数が少ないため, 各時間刻みでの計算量は小さい。よって, 小さな時間刻みの陽的解法を用いた場合でも全体としての計算コストを抑えることができると見込まれる。

そこで, 式 (10) の上式(車両の式)と下式(空気流の式)それぞれを並列に, 最適と考えられる解法で解き, 適宜両者の計算結果を参照し合いながら求解する手法 (Co-simulation 法) を採用した。Co-simulation 法 の概念図を図 5 に示す。同図に示すように, 2 つの並列化した計算フローを用意し, もう一方のフローから得られる解 (アスタリスク付で示す項) を参照しつつ, 計算を進める。また, 車両系の計算時間刻みを h_v , 空気ばね系の計算時間刻みを h_a とする。ここで, 前述の議論の通り, 対象とする系では ($h_a < h_v$) とする。さらに, h_v は走行している軌道条件に応じて可変とし, 車両動揺が小さい直線部等では大きい値を, 緩和曲線部などでは小さい値を用いる。空気ばね系の方程式 ($\dot{p} = g(p, q^*)$) は, 計算時間刻み h_a 毎に車両系の運動方程式の解 (一般化座標ベクトル q) から求められる空気ばね上下変位 d_A と LV テコ角度 d_L を用いて計算する。この時, 車両系の方程式の一つ前の計算ステップにおける解に基づく補間値 q^* を用いて算出した d_A, d_L を用いる。また陽解法として, 4 次のルンゲ・クッタ法を使用する。一方, 車両系の方程式 ($Q(q, \dot{q}, p^*, t) = 0$) では, 同時刻における空気流の方程式の解である p^* を用いて, ニュートン・ラフソン法により q に対する求解を行う。ただし, 一般化速度ベクトルは式 (11) の近似法により見積もる。

$$\dot{q}_{n+1} = 2(q_{n+1} - q_n) / h_v - \dot{q}_n \quad (11)$$

Co-simulation 法を用いることで, 2 つの系を連成した車両運動解析全体としての計算コストを低減し, より効率的な計算が可能となる。

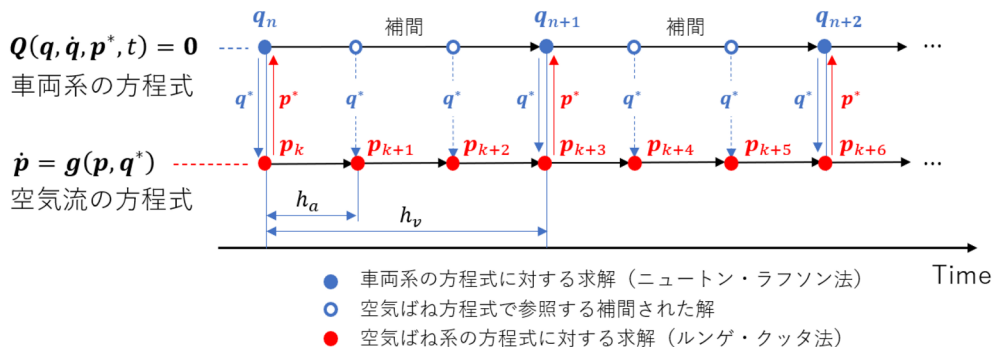


図5 Co-simulation法を用いた準静的解法概念図

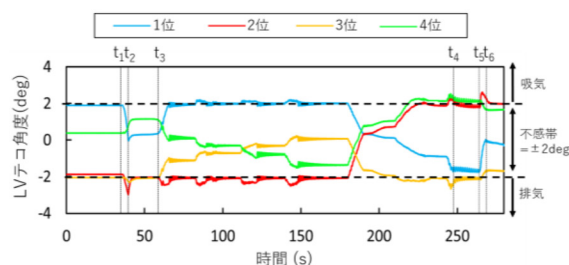
4. 開発手法を用いた解析例

4.1 定置試験シナリオによる解析結果の比較・検証

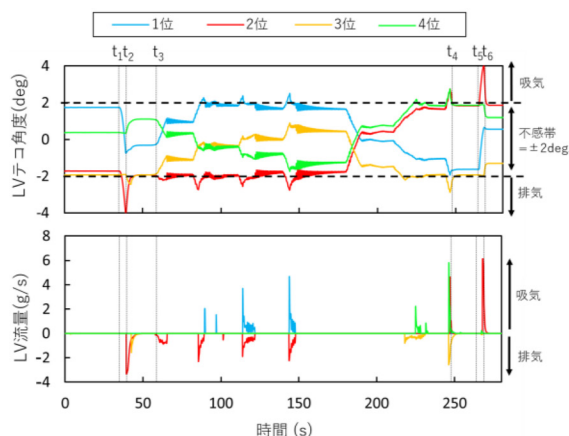
鉄道総研所有の遠心力模擬機構付きの台車旋回性能試験装置による定置試験¹⁾を実施し、開発手法による計算結果と、実試験結果とを比較して、本手法の妥当性検証を行った。この試験は曲線通過時の車体一台車間の相対ヨー角（ボギー角）と遠心力を定置で模擬するものである。本試験では下記のような流れで曲線通過時の車両挙動を模擬する。

- (1) ボギー角を0度から4度まで変化させる ($t_1 \sim t_2$)
- (2) 車体に遠心力相当の横力を徐々に負荷し、1車体に掛かる横力が20kNに達した後、除荷する ($t_3 \sim t_4$)
- (3) ボギー角を4度から0度に戻す ($t_5 \sim t_6$)

図6に、上記の試験を行った際の、LV動作に関する測定結果（LVテコ角度）と、開発手法によるシミュレーション計算結果（LVテコ角度と流量）を示す。図6のLVテコ角度の変化を比較すると、計算結果は試験結果の挙動を良く再現していることが分かる。また、試験時におけるLV流量の実測は出来なかったが、計算結果では、LVテコ角度が不感帯を超えたのと同じタイミングで吸排気が発生することが分かる。以上より、本手法でLVテコ動作や空気流が正しくモデリング出来ているこ



(a) 実試験時の測定結果



(b) 計算結果

図6 定置試験シナリオにおけるLVの動作

とを確認できた。また、試験時の車両挙動と空気流履歴の結果として導かれる空気ばね圧力について、試験結果と計算結果を比較したものを図7に示す。試験結果と計算結果はよく一致しており、開発手法により空気ばね系の空気流履歴を反映した車両挙動を精度良く再現可能であることが確認できた。また、同シナリオについて、一般的に用いられる動的シミュレーション、すなわち準静的仮定 ($\ddot{q}=0$) を置かずに、式(1)と式(9)を連成して数値積分により解く手法を用いた場合の計算時間は72.2秒であった。一方、提案手法では5.4秒であり、提案手法により大幅な計算コスト低減が可能であることが確認できた。

4.2 曲線通過解析例

開発手法を用いて曲線通過解析を実施した例を示す。

図8に、在来線相当車両が半径160m、カント105mmの曲線を速度10km/hで走行する際の、各台車の進行方向前側の軸（第1軸、第3軸）の輪重を計算した例を示す。図8では動的シミュレーションと提案手法による計算結果を比較する。本例では空気流が発生しやすい様に、LVテコ角度に不感帯内で下記のような初期オフセットを設けた。

- (1) 前側台車外軌側と後側台车内軌側：吸気側にシフト
 - (2) 前側台车内軌側と後側台車外軌側：排気側にシフト
- この曲線通過条件はカント超過状態であるため、曲線通過時には前側・後側台車ともに外軌側輪重は内軌側よりも軽くなるが予想される。図8の例においても、そのような傾向が見受けられるが、前側台車（第1軸）の方が、内外軌での値の差が小さい。これは、上記の初期オフセットの影響で、前側台車の内軌側空気ばねでは曲線通過時に、LVを通じて大きな排気が生じやすく、結果として当該部位の空気ばね内圧が低下する。そのため、前側台車の内軌側輪重は空気流を考慮しない場合に比べて軽くなる。さらに、曲線を抜けた後もこのLV動作履

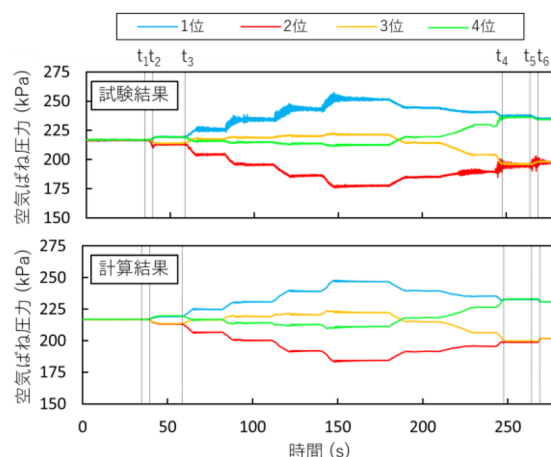


図7 定置試験シナリオの空気ばね圧力
(上段：試験結果、下段：計算結果)

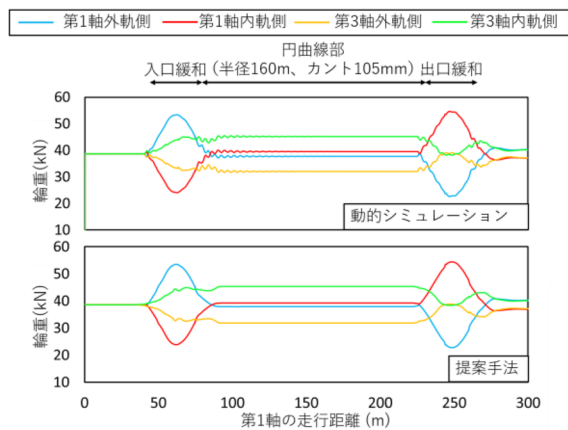


図8 単曲線通過シナリオでの輪重計算例
(上段：動的シミュレーション、下段：提案手法)

歴の影響で、初期輪重値に戻らないことが分かる。この挙動は提案手法を用いた場合でも動的シミュレーションと同様に再現出来ている。提案手法では準静的仮定により、例えば円曲線部進入直後に見られるような高周波の輪重変動は再現出来ない一方で、計算時間は動的シミュレーションの147秒に対し、提案手法では7.0秒であり、効率的な計算が可能であることが分かる。

さらに、提案手法を用いて、長距離走行シミュレーションを行った。ここで仮定する全長約20kmの走行線区には30個の様々な半径やカント値をもつ曲線を設定する。本シミュレーションでの第1軸輪重の計算結果を図9に示す。本例では、上記のようなLVテコ角度の初期オフセット有無の結果を比較する。結果として、LVテコ角度の初期オフセットが有る場合には、LVを通じた空気ばね吸排気が生じやすく、曲線を通過していく毎にLVの動作履歴に応じて左右の輪重差が広がっていくことが分かる。本例と同様の計算を動的シミュレーションで行った場合の計算時間は3480秒であるのに対し、提案手法では80秒であった。本例から、提案手法を用いることにより、長距離走行時の空気ばね系の動作履歴を反映し、かつ効率的な計算が可能であることが分かった。

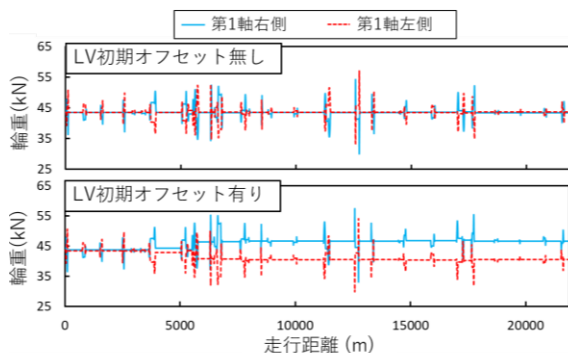


図9 長距離走行シミュレーションでの第1軸輪重

5. まとめ

本研究では、空気ばね装置の動作履歴が車両運動に及ぼす影響を反映した上で、高精度かつ計算コストが低い車両運動解析手法を提案した。

準静的車両運動解析手法と空気流に関する熱力学方程式を連成した支配方程式を考えて、Co-simulation法により解くことで、曲線通過時の車両のノミナルな挙動を高精度に捉えつつ、動的シミュレーションに比べおよそ10分の1以下の計算コストで車両運動解析が可能であることが分かった。

開発した手法は、特に長距離走行を仮定したシミュレーションが必要な場合に有用であると考えられ、例えば摩耗進展予測シミュレーションや、空気ばね状態モニタリングデータ活用策の検討等に活用可能である。

今後、本手法を基に、例えば多様な接触状態への対応化など、汎用性の向上を目指していく予定である。

文 献

- 1) T. Hondo, T. Tanaka, "Investigation of relationship between initial setting of leveling valves and air spring pressure of a railway vehicle when assuming the centrifugal force action," Proceedings of the 26th IAVSD international symposium on dynamics of vehicles on roads and tracks, 2019.
- 2) V. Garg, R. Dukkipati, "Dynamics of railway vehicle," New York: Academic Press, 1984.
- 3) T. Tanaka, H. Sugiyama, "Prediction of railway wheel load unbalance induced by air suspension leveling valves using quasi-steady curve negotiation analysis procedure," Proceedings of Institution of Mechanical Engineers, Part K, Vol. 234, No.1, pp.19-37, 2020.
- 4) E. Satou, M. Miyamoto, "Dynamics of a bogie with independently rotating wheels," Vehicle System Dynamics, Vol.20, pp.519-534, 1992.
- 5) A.A. Shabana, K. Zaazaa, H. Sugiyama, "Railroad Vehicle Dynamics: A Computational Approach," CRC Press, 2008.
- 6) H. Sugiyama, R. Sekiguchi, R. Matsumura, S. Yamashita, Y. Suda, "Wheel/Rail Contact Dynamics in Turnout Negotiations with Combined Nodal and Non-Conformal Contact Approach," Multibody System Dynamics, Vol. 27, pp. 55-74, 2012.
- 7) K. Shimozawa, T. Tohtake, An air spring model with non-linear damping for vertical motion, Quarterly Report of RTRI, Vol. 49, pp.209-214, 2008.