

# 車体の三次元弾性振動解析モデルの パラメータ決定手法

秋山 裕喜\* 瀧上 唯夫\* 相田 健一郎\*

Parameter Determination Method of Three-Dimensional Analytical Models  
for Elastic Vibration of Railway Vehicle Carbodies

Yuki AKIYAMA Tadao TAKIGAMI Ken-ichiro AIDA

Reducing elastic vibration of railway vehicle carbodies is required to improve passenger comfort. This paper describes a parameter determination method of a three-dimensional (3D) analytical model for elastic vibration of the carbody of a railway vehicle. In the proposed method, parameters that minimize the difference of the natural frequencies between the measured and calculated results are determined by using the particle swarm optimization (PSO), which is one of the optimization techniques. Application to a Shinkansen-type test vehicle shows good agreement between measured and calculated results with a maximum natural frequency difference of the targeted six elastic vibration modes within 1%, which indicates the effectiveness of the parameter determination method.

キーワード：乗り心地，車体弾性振動，振動解析モデル，コリレーション，粒子群最適化

## 1. はじめに

近年の鉄道車両では、さらなる乗り心地向上のために車体弾性振動の低減が求められている。特に、人間が上下方向の振動に敏感とされる 10Hz 前後に固有振動数をもつ振動モードは、乗り心地への影響が大きいので、様々な低減手法が検討されている。

振動低減手法を効率的に検討するためには、精度のよい数値解析モデルが必要である。従来の研究では、車体を 1 本の弾性はりとして扱ったモデル（はりモデル）<sup>1)</sup> が多く用いられているが、この他にも車体を平板とはりを組み合わせた六面体構造物として扱ったモデル（箱形モデル）<sup>2)</sup> や有限要素法を用いて図面情報から精緻に作成したモデル（FEM モデル）<sup>3)</sup> なども活用されている。著者らは、はりモデルでは表現することができない三次元的な変形形状を伴う弾性振動を扱うことができ、FEM モデルと比べて簡易な数値解析モデルとして、車体を三次元弾性体（FEM のソリッド要素に相当）で表現した六面体構造物として扱う拡張箱形モデル<sup>4)</sup> を提案している。このモデルは、従来の箱形モデルでは考慮することが難しい車体各面の面内変形を考慮することができ、上下・左右方向が連成する弾性振動を扱うことができる汎用性の高いモデルである。

数値解析モデルにより精度のよい結果を得るためにはモデルの構造に加えて、入力するパラメータの値が重要となる。本報告では、車体の固有振動数とモード形状（変

形形状）の情報から最適化手法の 1 つである粒子群最適化（PSO）<sup>5)</sup> を用いて、車体の各面を構成する三次元弾性体の等価な弾性係数（以下、等価弾性係数）などのパラメータを機械的に決定する手法を提案する。そして、提案手法により得られたパラメータを用いて数値計算を行い、実測結果と比較することでその妥当性を検証した結果について報告する。

## 2. 拡張箱形モデル

拡張箱形モデルの概要を図 1 に示す。図 1(a) に示すように、このモデルでは、車体各面を三次元弾性体としてモデル化しており、それぞれを図 1(b) に示すように並進方向を拘束するばねで結合している。なお、鉄道車両の台枠は一般に台車付近と中央部で構造が異なるため、それを考慮するために 3 分割している。車両全体のモデルは、図 1(c) に示すように、剛体の輪軸と台車枠、三次元弾性体を組み合わせた車体から構成されており、輪軸・台車枠間は軸ばね・軸ダンパ（上下方向）と軸箱前後支持装置（前後・左右方向）、台車枠・車体間は空気ばね（前後・左右・上下方向）と一本リンク（前後方向）、ヨーダンパ（前後方向）、左右動ダンパ（左右方向）で結合されている。各要素はばねとダンパの並列構造を基本としているが、空気ばねの上下方向、ヨーダンパおよび左右動ダンパ、軸ダンパについては、直列要素を含む構造とした。なお、輪軸の上下・左右・ロール方向は強制変位もしくは加速度の入力点として考慮しており、実測した変位や加速度を入力することで車両各部の応答を

\* 車両構造技術研究部 車両振動研究室

求めることができる。

本モデルの詳細な計算手順は既報<sup>4)</sup>に詳述したので、ここでは解析の概略のみを示す。はじめに構成要素の運動エネルギー、ひずみエネルギー、ポテンシャルエネルギー、散逸エネルギーの総和を求める。

$$T_T = T_{3D \text{ bodies}} + T_{\text{bodies}} + T_{\text{wheelsets}} \quad (1)$$

$$U_T = U_{3D \text{ bodies}} \quad (2)$$

$$V_T = V_{\text{artificial springs}} + V_{\text{bogies}} \quad (3)$$

$$D_T = D_{\text{bogies}} \quad (4)$$

ここで、 $T$ は運動エネルギー、 $U$ はひずみエネルギー、 $V$ はばねのポテンシャルエネルギー、 $D$ はダンパの散逸エネルギー、添え字のTは総和、3D bodiesは車体を構成する三次元弾性体、bogiesは台車、wheelsetsは輪軸、artificial springsは車体各面を結ぶばねを表す。

次に、式(1)～(4)に示したエネルギーの総和を式(5)のラグランジュ方程式に代入する。

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T_T}{\partial \dot{\mathbf{q}}} \right) - \left( \frac{\partial T_T}{\partial \mathbf{q}} \right) + \left( \frac{\partial U_T}{\partial \mathbf{q}} \right) + \left( \frac{\partial D_T}{\partial \dot{\mathbf{q}}} \right) + \left( \frac{\partial V_T}{\partial \mathbf{q}} \right) = 0 \quad (5)$$

式(5)より、式(6)に示す運動方程式を得る。

$$\mathbf{T}\ddot{\mathbf{q}} - \mathbf{D}\dot{\mathbf{q}} + (\mathbf{V} + \mathbf{U})\mathbf{q} = \mathbf{F} \quad (6)$$

ここで、 $\mathbf{T}$ 、 $\mathbf{D}$ 、 $\mathbf{V}$ 、 $\mathbf{U}$ はそれぞれ $T_T$ 、 $D_T$ 、 $V_T$ 、 $U_T$ から求められる行列で $\mathbf{q}$ は車両モデルの変位に関する一般化座標を並べたベクトル、 $\mathbf{F}$ は外力を表すベクトルである。式(5)から式(6)を導出する計算は煩雑なため、数値計算ソフトウェアMATLABの数式処理に関するツールボックス(Symbolic Math Toolbox)を用いて自動化している。本報告の解析モデルにおける $\mathbf{T}$ 、 $\mathbf{D}$ 、 $\mathbf{V}$ 、 $\mathbf{U}$ の行列のサイズは $3476 \times 3476$ (3476自由度に相当)である。これは、車体弾性振動の解析に広く用いられるはりモデル(十数自由度)に比べると大規模であるが、図面情報から精緻に作成したFEMモデル(数万自由度以上)と比べると十分に小さな規模のモデルである。

### 3. 対象車体

#### 3.1 概要

本報告で対象とする車体は図2に示す新幹線型試験車両(以下、試験車両)の車体とした。この車体は近年の新幹線車両と同様にアルミニウム合金製のダブルスキン構体を有しており、内装材や腰掛を設置している。ただし、床下機器は省略されており、ダミーウェイトにより重量を営業車両に近い条件としている。

#### 3.2 定置加振試験による車体振動特性の把握

対象車体の振動特性を把握するため、車両を定置した状態で、車体を動電型加振機により加振する定置加振試験を実施した。図3に試験の状況を示す。加振棒を介して試験装置床面(地面に相当)に設置した加振機により車体を上下方向に加振して、図4に示す車体の屋根と床

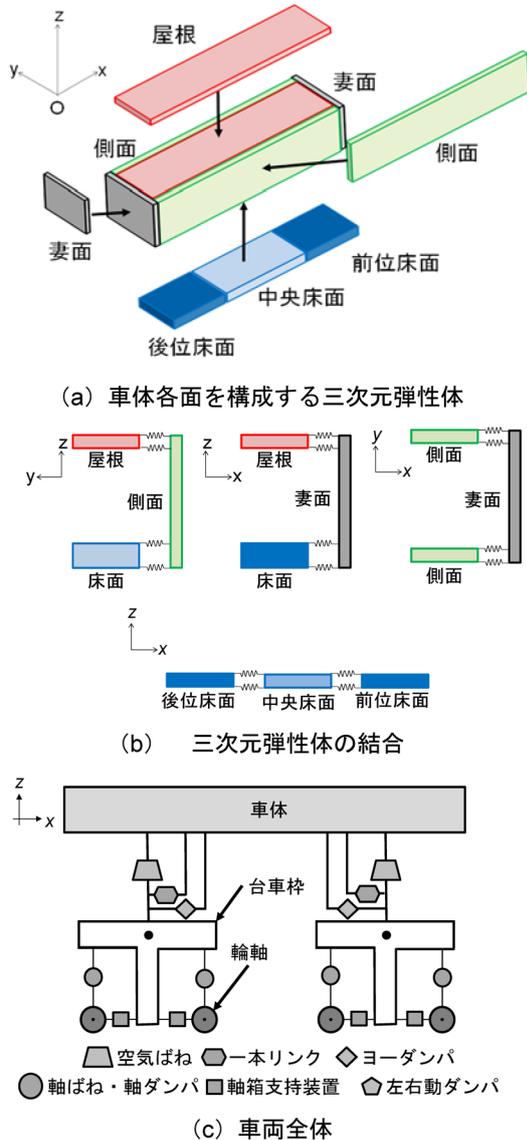


図1 拡張箱形モデル

面の合計 42 点に設置した加速度センサにより上下方向の加速度を測定するとともに、車体と加振棒の間に取り付けられたロードセルにより加振力を測定した。

得られたデータから実験モード解析を行い、車体の固有振動数とモード形状（振動形状）を同定した結果を図 5 に示す。振動形状の下部に示した記号と数値はそれぞれ既報<sup>6)</sup>で提案されたモード形状の特徴を表す記号（\* - mn）と固有振動数を表している。文字（\*）は屋根

と床の車体中央断面における位相関係を表し、S は同位相、A は逆位相、Z は位相の区別がつかない場合を示している。文字\*に続く 2 桁の数字 mn は m が屋根の腹の数、n が床の腹の数を表し、腹の数の判断がつかない場合は 0 としている。また、文字\*が J の場合は車体断面のせん断変形を伴うモードを表し、続く数値は側り部分における腹の数を表している。今回の対象車体では新幹線車両および特急車両の固有振動モードと類似した変形形状を示すモードが同定されており、実際の営業車両と同様の振動モードを有していることがわかる。本報告では、ここで同定された固有振動数とモード形状を精度よく表すことができる数値解析モデルのパラメータを決定する。



図 2 新幹線型試験車両



図 3 定置加振試験

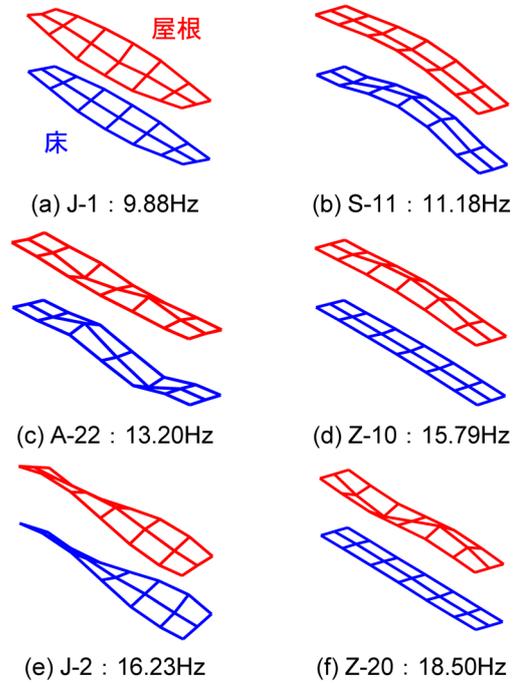
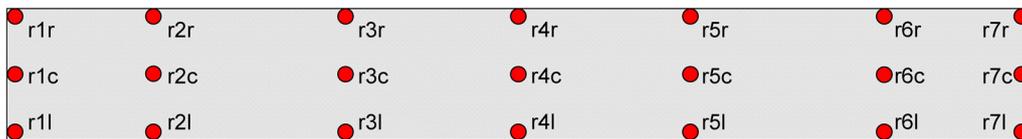
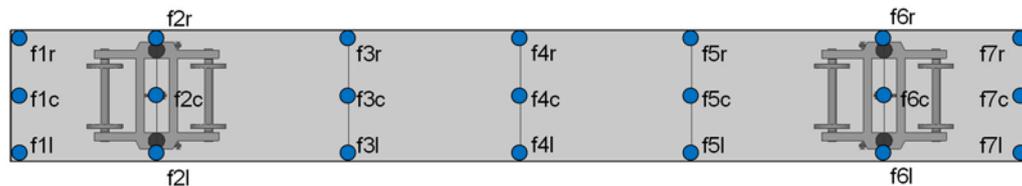


図 5 実験モード解析結果



(a) 屋根



(b) 床

図 4 上下加速度測定点

## 4. パラメータ決定手法

### 4.1 概要

拡張箱形モデルでは、車体各面を単純な三次元弾性体に置き換えるため、図面情報などからそれらの等価弾性係数を直接決定することはできない。また、各面を接続するばねは車体の断面形状などによって変化する各面間の作用力を線形ばねで表現したものであるため、その剛性についても図面情報などから決定することは困難である。

これらのパラメータを決定するために、本報告では PSO<sup>5)</sup> を用いたパラメータ決定手法を提案する。PSO は鳥や魚の群れの行動に基づく最適化アルゴリズムである。PSO では、粒子が解空間を動き回ることによって最適な位置を探索する。ここでは、粒子の位置座標をモデルの各パラメータと関連付けることで、最適なパラメータを探索することを可能とした。例えば、 $x$  座標における位置を床面の等価弾性係数、 $y$  座標における位置を屋根の等価弾性係数などと関連付け、評価関数を最小とする位置  $(x, y)$  を求めることでそれぞれの最適なパラメータを決定することができる。そのため、複数のパラメータを求める場合は、その数に応じた次元を設定する必要がある。

### 4.2 パラメータ決定手順と評価関数

図 6 にパラメータ決定の手順を示す。最初に、ベースとなるモデルを作り、各粒子の位置（パラメータの値に対応）をランダムに設定した最初の群れを作成する。次に、そのパラメータを用いてモード解析を行い、図 5 に示した実験モード解析結果と対応するモードを式 (7) に示すモード信頼性評価基準 (MAC)<sup>7)</sup> によって判別する。

$$MAC(\varphi_m, \varphi_c) = \frac{|\langle \varphi_m, \varphi_c \rangle|^2}{(\varphi_m, \varphi_m)(\varphi_c, \varphi_c)} \quad (7)$$

ここで、 $\varphi$  はモードベクトル（振動モード形状に対応）、下付きの  $m, c$  はそれぞれ実測と計算、上付きの  $H$  は共役転置を表す。MAC は実測と計算のモードベクトルが一致する場合は 1、無相関となる場合は 0 となるため、この値が最も大きくなるモードを選択することで、実測と計算が合致するモードを選択できる。

次に、評価関数を計算する。ここでは、評価関数を式 (8) のように定義した。

$$EF = \max_{ii} \left| \frac{f_{n,m,ii} - f_{n,c,ii}}{f_{n,m,ii}} \right| \times 100 \quad (8)$$

ここで、 $f_n$  は固有振動数、下付きの  $m$  と  $c$  はそれぞれ実測と計算の結果、 $ii$  はモード番号を表す。ここでは、図 5

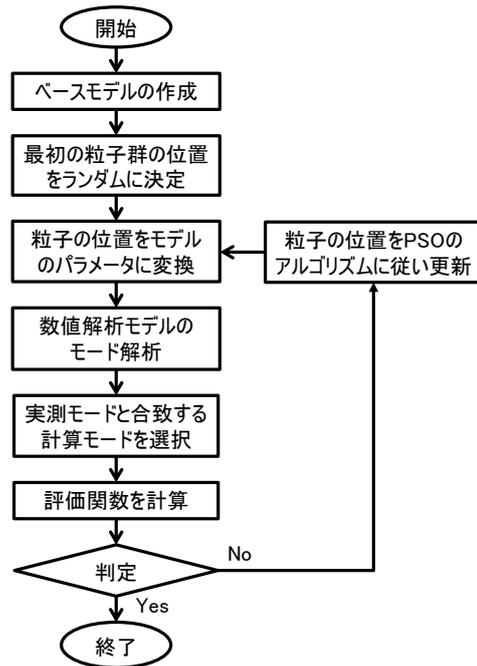


図 6 パラメータ決定手順

に示した 6 つの振動モードの固有振動数の誤差率が最も小さくなるパラメータを決定するため、対象とする 6 つのモードの固有振動数の実測と計算の誤差率を求め、その中の最大値を評価関数として採用した。なお、誤差率の総和を評価関数に用いることも検討したが、1 つのモードの誤差率が大きい場合でも、総和が小さくなる事例が散見された。そこで、対象とする全てのモードの誤差率を小さくするパラメータを決定するため、最大値で評価することとした。

最後に、繰り返し回数が基準に達していれば更新を終了し、そうでなければパラメータに関連付けられた粒子の位置（パラメータの値）を PSO のアルゴリズムに従い更新し、モード解析を再度行う。この手順を設定した繰り返し回数実施することで、パラメータを決定する。

### 4.3 パラメータの探索

前述の手順に従いパラメータを探索する。なお、繰り返し回数は 1000 回とした。繰り返し回数と評価関数の値の推移を図 7 に示す。この図に示すように、探索を繰り返すことによって評価関数の値が徐々に小さくなり、最終的には誤差率が 1% 以下となるパラメータを求めることができた。なお、計算の初期においては、対象とした 6 つのモードのいくつかを得ることができなかったため、評価関数の値としてはエラー判定となる  $10^5$  となっている。

得られたパラメータを用いて固有値解析を行った結果を図 8 に示す。モード形状の下部には図 5 と同様に振動形状を表す記号と Hz を付した数値で固有振動数を示し

ており、括弧内に % を付した数値は図 5 に示した実測結果との固有振動数の誤差率を表している。なお、(c) に示した A-22 モードは、実測結果 (図 5(c)) と比較して屋根の変形が小さいが、観測されたモードと同一であると判断している。これらの図から、対応するモードの固有振動数が 1% 以内の誤差となるパラメータを求めることができていることがわかる。これは、精緻にモデル化した様々な FEM モデルと比較しても高い精度を有しており、提案したパラメータ決定手法により、車体の振動モード特性を精度良く再現するモデルを得られることが確認できた。

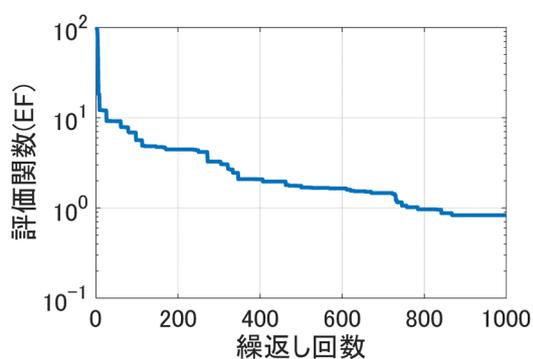


図 7 繰り返し回数と評価関数の推移

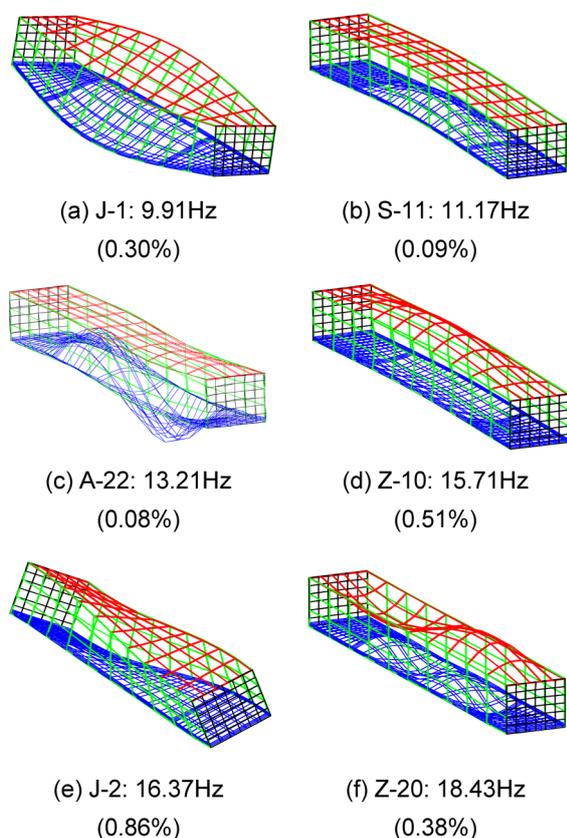


図 8 モード解析結果

#### 4.4 妥当性の検証

前節では、振動モードをベースとしてパラメータを決定することで、固有値解析の結果が実測と計算でよく合致することを示した。本節では周波数応答解析を行い、モデルの妥当性を検証した。

3章で示した定置加振試験における、加振力に対する車体床面代表点の上下方向加速度の FRF について、実測と計算結果を図 9 に示す。この図から、実測と計算の結果は 20Hz 程度までよく一致しており、提案したパラメータ決定手法により求めたパラメータを使用することで、振動モードだけでなく、応答についても精度よく表現できる数値解析モデルを構築できることを確認した。

#### 5. まとめ

本報告では、拡張箱形モデルのパラメータを PSO により機械的に効率よく決定する方法を提案し、新幹線型試験車両を対象として、そのパラメータを決定した。得られたパラメータを用いて固有値解析と周波数応答解析を行った。得られた結果をまとめると以下ようになる。

- 固有値解析の結果、提案手法により新幹線型試験車両の 6 つの振動モードを固有振動数の誤差率 1% 以内の高い精度で表すことができるモデルのパラメータを決定できることを示した。
- 車体を直接加振する定置加振試験における加振力に対する車体床面の上下加速度の FRF を求めた結果、実測結果と同条件の計算結果は 20Hz 程度までよく一致しており、提案手法によって、振動モードだけでなく周波数応答解析の結果も実測結果と合致することを確認した。

以上の結果から、車体の振動特性を精度よく表すことができる数値解析モデルを効率的に作成する手法を構築することができたといえる。今後は、様々な車両を対象として三次元的な弾性振動を扱うことができる振動解析モデルを作成するとともに、振動低減手法の効果予測などに適用し、振動低減デバイスの検討・開発の効率向上や性能向上に活用していく。

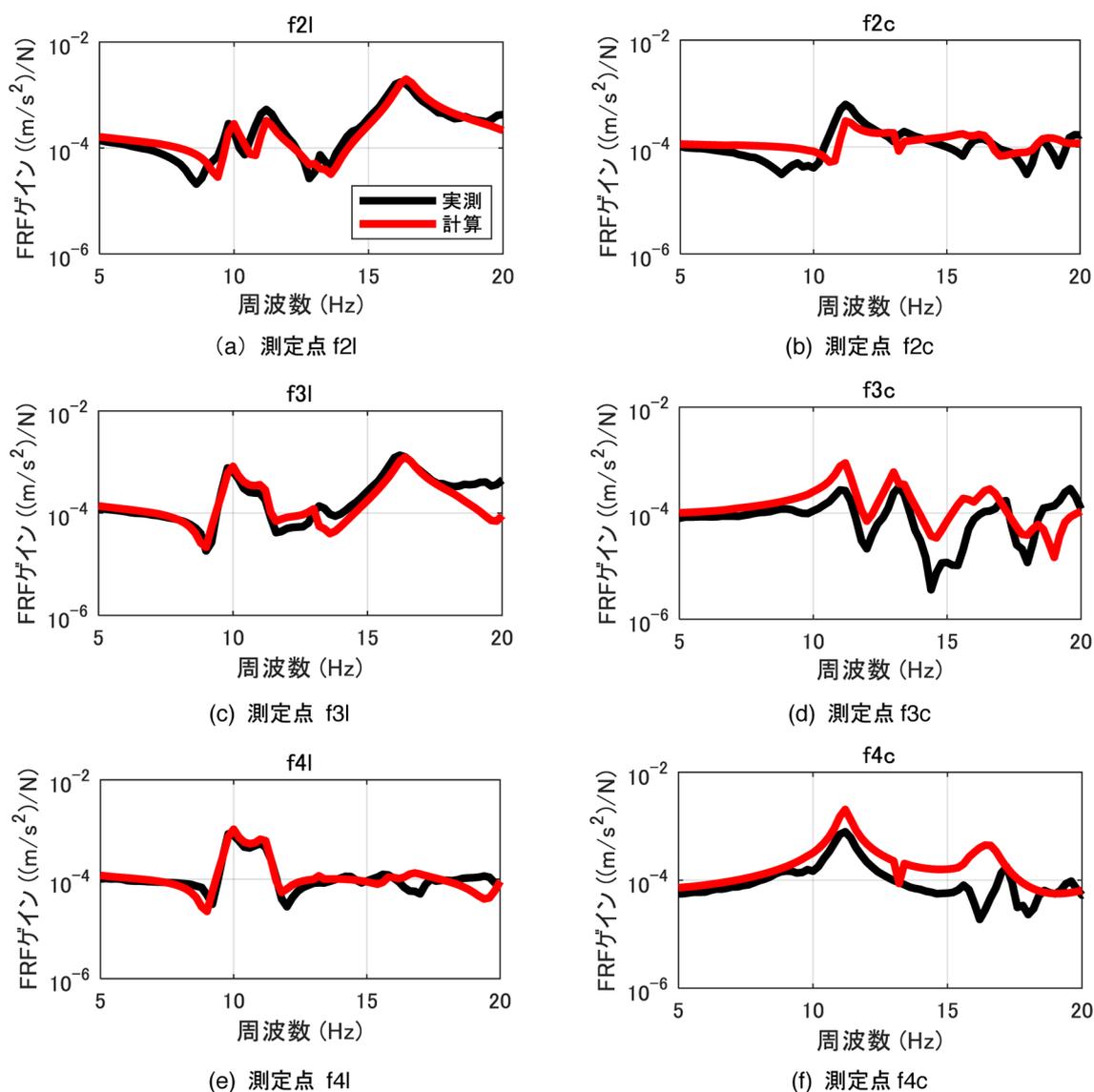


図9 加振力に対する上下加速度のFRFのゲイン特性

## 文献

- 1) 谷藤克也, 永井健一: ボギー車の車体上下曲げ振動解析における高次モードの影響と単一モード近似法の適用性, 日本機械学会論文集 (C編), Vol.56, No.526, pp.1364-1370, 1990
- 2) Tomioka, T., Takigami, T., Suzuki, Y., "Numerical analysis of three-dimensional flexural vibration of railway vehicle car body," Vehicle System Dynamics, No.44, Supplement, pp.272-285, 2006.
- 3) 岩波健, 堀畑勝利, 長松昭男: 鉄道車両の振動低減に関する研究 (上下振動の予測と検証), 日本機械学会論文集 (C編), Vol.65, No.630, pp.658-665, 1999
- 4) Akiyama, Y., Tomioka, T., Takigami, T., Aida, K., Kamada, T., "A three-dimensional analytical model and parameter determination method of the elastic vibration of a railway vehicle carbody," Vehicle System Dynamics, DOI: 10.1080/00423114.2019.1590606.
- 5) J. Kennedy, R. Eberhart, "Particle swarm optimization," Proceedings of IEEE International Conference on Neural Networks, pp.1942-1948, 1995.
- 6) 相田健一郎, 富岡隆弘, 瀧上唯夫: 車体構造の違いによる在来線車両の車体固有振動モード特性の比較, 第14回鉄道技術連合シンポジウム (J-RAIL2007) 講演論文集, No.S-5-1-6, pp.143-146, 2007
- 7) R. Allemang, "The modal assurance criterion—twenty years of use and abuse," Sound and Vibration, August, pp.14-21, 2003.