

理論・数値解析に基づく レール波状摩耗の成長機構と進展過程

網干 光雄* 田中 博文**

Growth Mechanism and Evolution Process of Rail Corrugation Based on Theoretical and Numerical Analyses

Mitsuo ABOSHI Hirofumi TANAKA

Rail corrugation, which causes the vibration and the noise, is a phenomenon in which roughness patterns of approximately regular wavelengths are formed on the rail surface by trains running. In this paper, the growth mechanism and the wavelength determination mechanism of the rail corrugation are analyzed theoretically from the viewpoint of track and vehicle dynamics using an elastically supported beam model, and the growth factors of the corrugation are identified as four anti-resonance phenomena. In addition to the theoretical analyses, using numerical simulation method, it is confirmed that there are formation, growth, and saturation stages in the evolution process of the rail corrugation. The evolution process is also verified by the measured rail corrugation of actual commercial lines.

キーワード：レール，波状摩耗，波長決定メカニズム，反共振現象，波動伝播

1. はじめに

レール波状摩耗は，車両の走行に伴って軌道のレール頭頂面に規則的な波長の凹凸パターンが形成される現象で，振動や騒音の発生原因となっている。レール波状摩耗は発生箇所や波長などにさまざまな形態が見られ，発生メカニズムについても多くの調査や研究が行われているが^(例えば1)~4)，この現象の発生機構や波長決定メカニズムは十分解明されているとは言えない。

そこで，本論文では，まず理論解析により，車両走行によるレール凹凸振幅の成長機構とその波長決定メカニズムを動力学観点から統一的に説明する。さらに，数値解析により，上記理論解析で説明できない非線形領域での運動を解析することで，波状摩耗の進展過程を示す。最後に，これらを基に対策の方向性を示す。

なお，本論文において得られた結論は，本誌掲載の別論文⁵⁾において，営業線で実測された波状摩耗発生状況によって検証されており，あわせて参照されたい。

2. 二つの振動系が凹凸を介して接触移動する場合の接触力変動

本章では，凹凸振幅が増加する本質的な機構を示すため，凹凸を介して接触移動する二つの上下振動系を考える⁶⁾。図1に，軌道と車両の加振点インピーダンス（加

振点における機械インピーダンス）をそれぞれ Z_R 、 Z_V とし，軌道のレール凹凸（振幅 A_R ，波長 λ ）上を車両が1点で接触を保ちながら速度 v で移動する解析モデルを示す。それぞれの上下変位を y_R 、 y_V ，定常分を除いた接触力変動を f_R 、 f_V ，時間を t ，虚数単位を i とすると，

$$\left. \begin{aligned} Z_R &= \frac{f_R}{dy_R/dt}, \quad Z_V = \frac{f_V}{dy_V/dt}, \quad f_R = -f_V \\ y_V - y_R &= A_R e^{i\omega t}, \quad \text{ただし } \omega = \frac{2\pi v}{\lambda} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

である。これらの関係から接触力変動 f_R は，

$$f_R = -i\omega Z A_R e^{i\omega t} \quad \text{ただし } Z = \frac{Z_R Z_V}{Z_R + Z_V} \quad (2)$$

で表され，凹凸振幅 A_R に比例するとともに，軌道・車両の直列機械インピーダンス Z に比例することがわかる。

ここで，Archardの摩耗則⁷⁾により，レールが接触力 ($-f_R$) に比例して摩耗すると仮定し，単位接触力あたりの摩耗量を C_W とすれば，車両走行後の凹凸振幅は走行前のそれに比べて，式(3)のように κ 倍となる。

$$\kappa = \left| \frac{A_R e^{i\omega t} - C_W \cdot (-f_R)}{A_R e^{i\omega t}} \right| = |1 - C_W \cdot i\omega Z| \quad (3)$$

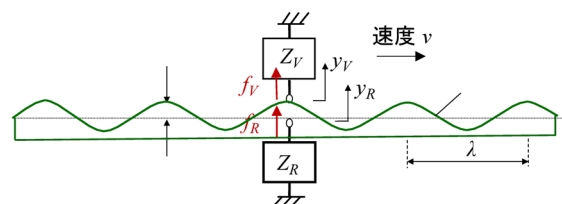


図1 凹凸を介して接触移動する二つの上下振動系

* 研究開発推進部

** 軌道技術研究部 軌道管理研究室

ここで $\kappa > 1$ ならば、車両の走行によってその波長の凹凸振幅は増大し、 $\kappa < 1$ ならば減少することになる。すなわち、波状摩耗として成長するためには、 $\kappa > 1$ であることに加えて κ が極大値であること、つまり直列機械インピーダンス Z が当該周波数で極大となることで、当該波長の凹凸振幅が選択的に増幅して波状摩耗として成長すると考えられる。以降、 κ を凹凸振幅増幅係数という。

実際の軌道と車両は複数点で接触しているため、次章以降では、詳細な解析モデルを用いて凹凸振幅増幅係数を求める。

3. 理論解析による波状摩耗の成長機構解析

3.1 解析モデルと本論文で用いる共通パラメータ

図2に示すように、凹凸のある弾性支床梁（軌道）上をばね・質点系（1台車分の車両）が速度 v で走行する解析モデルを用いる⁶⁾。レールをオイラー梁と仮定し、片側のレールをモデル化する。図3に示すように、軌道の支持構造はさまざまだが、ここでは加振点インピーダンス Z_s で一般化して表現している。車両は片側レールに対応するため、2個の1/2輪軸と1/2台車、1/4車体を質点として表現する。

なお、レールが離散支持された実際の軌道構造を連続支持された弾性支床梁モデルで表現することの妥当性、ならびに移動荷重に対する Z_s への影響（車両を原点とする移動座標系での解析結果との差異）を無視できることの妥当性については、別途検証している。

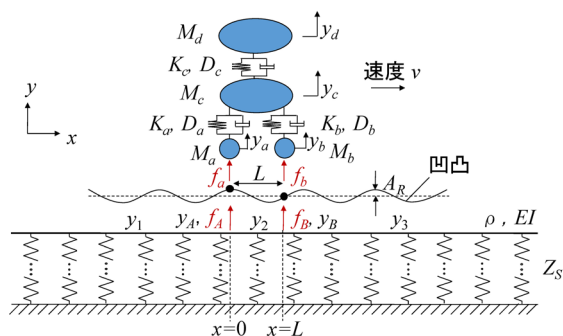
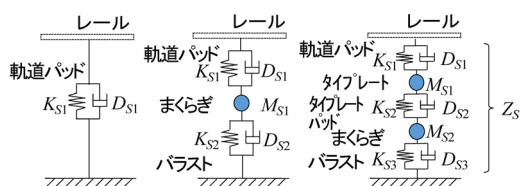


図2 弾性支床梁とばね・質点系による解析モデル



(a)一段弾性支床、(b)二段弾性支床、(c)三段弾性支床

図3 軌道の弾性支床モデル

表1に、本論文で用いる共通パラメータの値を示す。同表には、図2、図3に示す変数名についても示す。これらは、実用の値を参考に概数として設定したものであり、以降、特に断らない限りこれらの値を用いる。

3.2 1点加振時の軌道の加振点インピーダンス

弾性支床梁の $x=0$ のみにおいて力 f で加振したときのレールの波動方程式は式(4)で表される。ただし、 y, x, ω はそれぞれレールの上下変位、長手方向の距離、振動角周波数であり、 $\delta(x)$ はディラックのデルタ関数である。

$$EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + \rho \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + i\omega Z_s y = f\delta(0) \quad (4)$$

上式の右辺を0とおいた特性方程式の根を $k_1 \sim k_4$ とし、さらに k_1, k_3 を実数部が正のもの、 k_2, k_4 を実数部が負のものとし、純虚数の場合は、 k_3 を正の純虚数、 k_4 を負の純虚数とすれば、レールの変位は式(5)で表される。

$$\left. \begin{aligned} y_1 &= (A_1 e^{k_1 x} + A_3 e^{k_3 x}) e^{i\omega t} & (x < 0) \\ y_2 &= (A_2 e^{k_2 x} + A_4 e^{k_4 x}) e^{i\omega t} & (x \geq 0) \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

ここで、 $A_1 \sim A_4$ は、 $x=0$ での変位、傾斜、モーメントが連続で、せん断力がつり合うという境界条件から求まる係数である。これより、 $x=0$ における1点加振時の軌道の加振点インピーダンス Z_R を式(6)のようにして求めることができる。

$$Z_R = \frac{f}{dy_2 / dt|_{x=0}} \quad (6)$$

図4に、一段、二段、三段弾性支床の場合の加振点インピーダンスの計算例を示す。いずれの場合も極小（共振）があるほか、二段、三段弾性支床の場合は極大（反共振）が存在することがわかる。これらの極大は、弾性支床 Z_s の反共振現象によるものである⁶⁾。

表1 本論文で用いる共通パラメータ

(レール)				(車両)			
変数名	単位	記号	値	変数名	単位	記号	値
レール線密度	kg/m	ρ	50	輪軸質量	kg	M_a, M_b	10^3
レール曲げ剛性	Nm ²	EI	4×10^6	台車枠質量	kg	M_c	10^3
支持間隔	m	L_s	0.6	車体質量	kg	M_d	6×10^3
(弾性支床：1mあたりの値)							
変数名	単位	記号	一段	二段	三段		
ばね定数	N/m	K_{S1}	10^7	10^8	10^7		
減衰係数	Ns/m	D_{S1}	10^3	10^3	10^3		
質量	kg	M_{S1}	10^2	10			
ばね定数	N/m	K_{S2}		10^7	10^8		
減衰係数	Ns/m	D_{S2}		10^3	10^3		
質量	kg	M_{S2}			10^2		
ばね定数	N/m	K_{S3}			10^7		
減衰係数	Ns/m	D_{S3}			10^3		
軸ばね	N/m	K_a, K_b				10^6	
まくらばね	N/m	K_c				10^3	
減衰係数	Ns/m	D_a, D_b, D_c				0	
軸距	m	L				2.1	
走行速度	m/s	v				15.12	

3.3 2点加振時の軌道の加振点インピーダンス

弾性支床梁の $x=0$ と $x=L$ の2点において加振力 f_A, f_B で加振した場合は、式(5)を距離 L だけずらして重ね合わせることで、式(7)で示すことができる。

$$\left. \begin{aligned} y_1 &= \left\{ A_{1A}e^{k_1x} + A_{1B}e^{k_1(x-L)} + A_{3A}e^{k_3x} + A_{3B}e^{k_3(x-L)} \right\} e^{i\omega t} \quad (x < 0) \\ y_2 &= \left\{ A_{2A}e^{k_2x} + A_{2B}e^{k_2(x-L)} + A_{4A}e^{k_4x} + A_{4B}e^{k_4(x-L)} \right\} e^{i\omega t} \quad (0 \leq x \leq L) \\ y_3 &= \left\{ A_{2A}e^{k_2x} + A_{2B}e^{k_2(x-L)} + A_{4A}e^{k_4x} + A_{4B}e^{k_4(x-L)} \right\} e^{i\omega t} \quad (L < x) \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

f_B を f_A と振幅が同じで位相が θ だけ進んでいると仮定し、式(5)の $A_1 \sim A_4$ を該当する $A_{1A} \sim A_{4B}$ に適用すれば、加振点 $x=0, x=L$ における加振点インピーダンス Z_A, Z_B を式(8)のようにして求めることができる。

$$Z_A = \frac{f_A}{dy_2/dt|_{x=0}}, \quad Z_B = \frac{f_B}{dy_2/dt|_{x=L}} \quad (8)$$

図5に、二段弾性支床の場合で、加振点間距離 $L=2.1\text{m}$ としたときの Z_A の計算例を、 f_B の位相差 θ に対して示す。約41Hzと約275Hzの極小および約165Hzの極大は前述の1点加振の場合(図4)と同様であるが、約41~165Hzと約275~1000Hzで極大が複数現れることがわかる。この周波数帯は弾性支床梁の波動伝播領域に該当し、2点加振によって励起されたレール波動がそれぞれ伝播してこれらが干渉することによるものである⁶⁾。

3.4 車両の加振点インピーダンス

それぞれの輪軸(a点, b点)に対する加振力を f_a, f_b とすれば、各質点の運動方程式は式(9)で表される。

$$\left. \begin{aligned} M_a \frac{d^2 y_a}{dt^2} &= f_a - \tilde{K}_a (y_a - y_c), \quad M_b \frac{d^2 y_b}{dt^2} = f_b - \tilde{K}_b (y_b - y_c) \\ M_c \frac{d^2 y_c}{dt^2} &= \tilde{K}_a (y_a - y_c) + \tilde{K}_b (y_b - y_c) + \tilde{K}_c (y_d - y_c) \\ M_d \frac{d^2 y_d}{dt^2} &= -\tilde{K}_c (y_d - y_c) \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

ただし $\tilde{K}_a = K_a + i\omega D_a, \quad \tilde{K}_b = K_b + i\omega D_b, \quad \tilde{K}_c = K_c + i\omega D_c$

輪軸の変位 y_b が y_a に比べて位相 θ だけ進んでいると仮定し、加振点 a, b における加振点インピーダンス Z_a, Z_b を式(10)のようにして求めることができる。

$$Z_a = \frac{f_a}{dy_a/dt}, \quad Z_b = \frac{f_b}{dy_b/dt} \quad (10)$$

図6に、 Z_a の計算例を示す。加振点インピーダンスの極大は、反位相加振 ($\theta=\pi$) を除いて約0.6Hzと約7Hzに見られる。前者は車体が、また後者は台車枠が大きく振動し、輪軸が節となる振動形態の反共振現象となっている⁶⁾。高周波側では、輪軸の質点としての特性に近似されるので、位相差によらず同じ値に収束する。

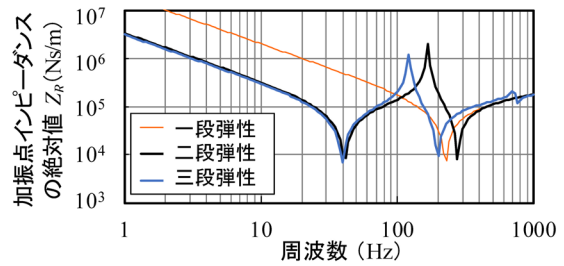


図4 軌道の加振点インピーダンス(1点加振)の計算例

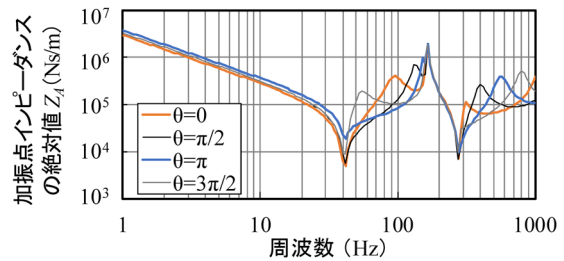


図5 軌道の加振点インピーダンス(2点加振)の計算例

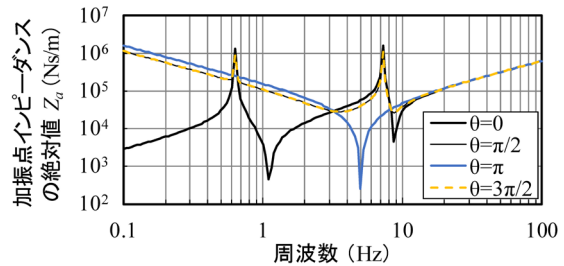


図6 車両の加振点インピーダンスの計算例

3.5 凹凸振幅増幅係数

前節までに示した軌道と車両の運動方程式を、式(11)により結合させると、式(12)のように、 H_A, H_B を係数として2点のレール・車輪間の接触力変動を書き表すことができる。

$$\left. \begin{aligned} y_a - y_A &= A_R e^{i\omega t}, \quad y_b - y_B = A_R e^{i\omega t} e^{i\theta} \\ f_a &= -f_A, \quad f_b = -f_B \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

$$f_A = H_A A_R e^{i\omega t}, \quad f_B = H_B A_R e^{i\omega t} \quad (12)$$

凹凸振幅の増幅を判定するため、 f_B を位相 θ だけ遅らせて f_A が作用する位置に合わせて、式(13)のように平均接触力 f_{ave} を求める。 H は単位凹凸に対する接触力変動の伝達関数である。

$$f_{ave} = \frac{f_A + f_B e^{-i\theta}}{2} = \frac{1}{2} (H_A + H_B e^{-i\theta}) A_R e^{i\omega t} = H \cdot A_R e^{i\omega t} \quad (13)$$

これより、凹凸振幅増幅係数 κ は式(3)から、

$$\kappa = \left| \frac{A_R e^{i\omega t} - C_W \cdot (-f_{ave})}{A_R e^{i\omega t}} \right| = |1 + C_W H| \quad (14)$$

で表すことができる。

図7に、軌道を二段弾性支床とした場合の凹凸振幅増幅係数 κ の計算例を示す。横軸は凹凸の空間周波数（波長の逆数）で表している。また単位接触力あたりのレール摩耗量は、 $C_W=10^{-15}\text{m/N}$ で一定と仮定している。図中には、次節で詳述する要因別の丸付き数字と極大空間周波数を示すが、 $\kappa > 1$ の極大を示す凹凸の空間周波数は広い範囲にわたって複数存在することがわかる。

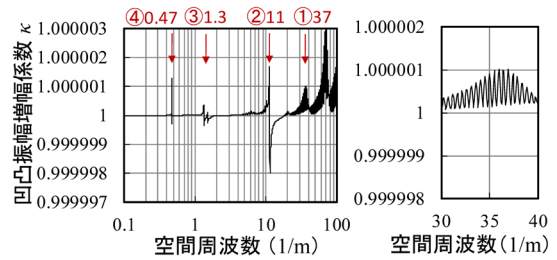


図7 凹凸振幅増幅係数の計算例

3.6 4つの反共振現象

図7において $\kappa > 1$ の極大が現れる要因として、すなわち波状摩耗として成長可能な動力学的要因として、以下の4つが挙げられる。

①軸距間でのレール波動の干渉

図7中①の極大は、空間周波数が約37(1/m)であり、走行速度15.12m/sから換算すると約560Hzに相当する。図5を見ると、この周波数は2点加振の位相差 $\theta=\pi$ での加振点インピーダンスの極大に相当することから、2点加振による軸距間でのレール波動の干渉によるものである。また図右に拡大して示すように、この特徴として極大が規則的間隔で現れることであり、その間隔は軸距の逆数に相当する⁶⁾。

②軌道弾性支床の反共振現象

図7中②の極大は、振動周波数が約165Hzに相当し、図4で示した軌道の弾性支床の反共振周波数に相当する。この反共振周波数は軌道固有の特性に依存するため、波状摩耗の空間周波数は走行速度に反比例する。

③軌道・車両全体系の反共振現象

図7中③の極大は、振動周波数が約20Hzに相当し、図4から軌道はばね（ばね定数を K とする）として⁶⁾、また図6から車両はほぼ輪軸の質点（質量を M とする）として振る舞うことが示される。式(2)の軌道・車両の直列機械インピーダンスは

$$Z = \frac{(K/i\omega) \cdot (i\omega M)}{(K/i\omega) + (i\omega M)} = \frac{i\omega MK}{K - \omega^2 M} \quad (15)$$

で表され、 $\omega = \sqrt{K/M}$ において Z が極大（反共振）となる。この極大は、レール凹凸がレールと車輪間を強制変位させる際に大きな力を要するという形態での反共振現象と考えられる。

④車両系の反共振現象

図7中④の極大は、振動周波数が約7Hzに相当し、図6から車両系の反共振周波数に相当する。しかしこの反共振現象は、軸距と走行速度が特定の関係にあるときにしか現れず、これまで営業線で確認された事例はない⁵⁾。

なお、これまで営業線8路線15事例の波状摩耗発生状況を検証した結果、いずれもその波長が理論値とほぼ

一致することを確認するとともに、上記①②③の成長要因を特定している⁵⁾。

4. 数値解析による波状摩耗の進展過程解析

4.1 シミュレーションモデル

図8に、軌道および車両のシミュレーションモデルを示す⁸⁾。車両は図2と同様に質点・ばね・減衰要素でモデル化し、レールは質点に分割する。軌道の弾性支持は図3と同様に質点・ばね・減衰要素でモデル化し、パラメータは弾性支床1mあたりの値に支持間隔 L_S を乗じて設定する。レール凹凸は質点間隔以下の間隔で細分化し、走行の際の接触力（以降、「輪重」と表現する）変動に比例して変化（摩耗）させる。車輪とレールは接触ばねを介して接触させ、軌道の両端にはレール波動の反射を抑制するための終端無反射素子⁸⁾を取り付ける。

ここでは、対象とする上限周波数を1000Hz程度とし、レール質点の間隔を0.05m、レール凹凸位置間隔を0.001mとする。軌道の全長を50mとし、車両は中央部の10m間を繰り返し走行する。なお、計算時間短縮のため $C_W=10^{-11}\text{m/N}$ （図7に示した計算例の 10^4 倍）としている。またここでは、輪重の定常分を除いて変動分のみを考慮する。

4.2 特定波長の凹凸形成

初期凹凸が無い状態から、走行区間の一部（5m間）のみに微小で不規則な輪重変動（最大振幅-0.1~0.1N

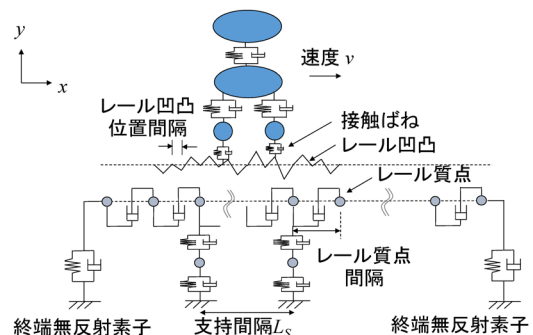


図8 シミュレーションモデル

のホワイトノイズ)を与えたときのレール凹凸波形の推移を図9(a)に、またレール凹凸のパワースペクトル密度の推移を図9(b)に示す。

走行回数が増えるにしたがって凹凸振幅が増大し、図7の凹凸振幅増幅係数が極大となる空間周波数37, 11, 1.3(1/m)付近のスペクトル成分が卓越する傾向が見られる。レールに初期凹凸がなくても微小で不規則な輪重変動があれば、凹凸振幅増幅係数が極大となる特定波長の凹凸が選択的に形成されることがわかる。

4.3 短波長側での凹凸成長の抑制

図7には、空間周波数50(1/m)より高周波側にも凹凸振幅増幅係数が1以上の極大が見られるが、現地においてはこのような極めて短い波長の波状摩耗は確認されていない⁵⁾。これまでの解析ではレールと車輪の接触は1点と仮定してきたが、ここでは接触面内の圧力分布が楕円形になることを模擬する。具体的には接触楕円の車輪走行方向の径 $2l$ (以降、単に「接触長さ」という)を設定し、その間に含まれるレール凹凸位置での輪重が楕円分布になるように分散作用させる⁸⁾。

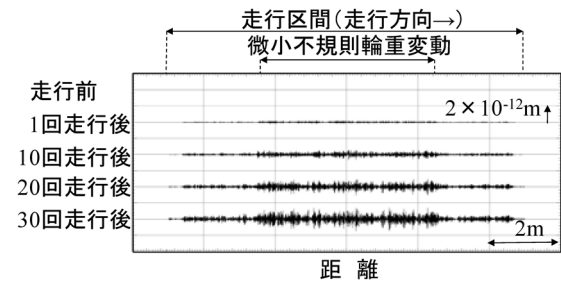
図10に、接触長さを0.01m, 0.02mとした場合の30回走行後のレール凹凸のパワースペクトル密度を比較して示す。接触長さが長いほど高周波(短波長)側の凹凸の成長が抑制されることがわかる。抑制される空間周波数は、接触長さに相当する空間周波数の1/3~1/2程度以上である。

4.4 凹凸振幅の飽和

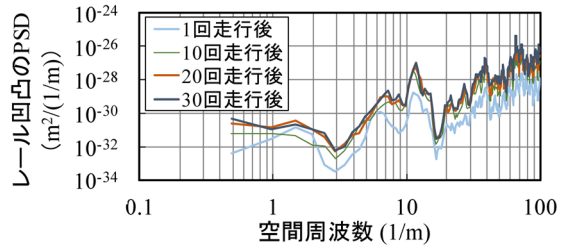
4.2節および4.3節では、車輪とレールは離れないと仮定していたが、本節では輪重変動分と定常分の和が負となる場合に車輪とレールが離れることを許容する。走行前の初期凹凸として、波長0.092m, 片振幅 10^{-5} mの正弦波を付与する。この波長は、波状摩耗が形成される空間周波数約11(1/m)にほぼ一致する(図7)。車輪とレールの接触は1点と仮定し、走行回数は200回までとする。

図11(a)にレール凹凸波形の推移を、また図11(b)にレール凹凸標準偏差の推移を示す。この図には、車輪がレールから離れる総和時間の走行時間に対する割合をあわせて示す。走行回数60回程度までは凹凸振幅が加速的に増加する傾向が見られるが、前後車輪ともに車輪がレールから離れ始める走行回数60回程度以降は凹凸の成長度合いが抑制され、200回付近では凹凸振幅が一定値に漸近(飽和)する傾向が見られる。これは、車輪がレールから離れはじめると凹凸の谷部付近に接触しなくなることや、山部付近で輪重が大きくなることによって成長が抑制されるためと考えられる。

また飽和期においては、図11(a)に示すように凹凸波形が正弦波から崩れ、基本波長の整数倍の空間周波数成



(a) レール凹凸波形



(b) パワースペクトル密度

図9 微小で不規則な接触力変動を与えたときのレール凹凸とPSDの推移

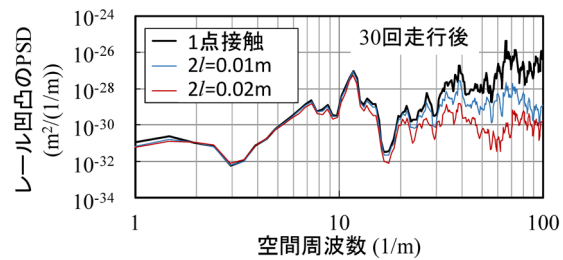
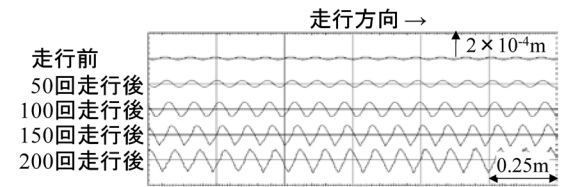
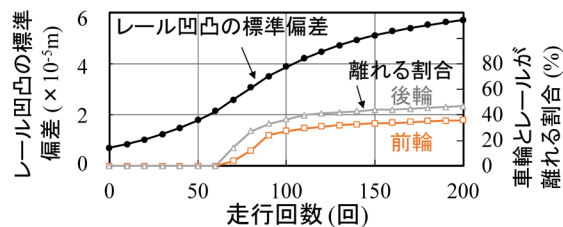


図10 レール・車輪間の接触長さの影響



(a) レール凹凸波形



(b) レール凹凸標準偏差

図11 飽和期におけるレール凹凸の推移

分が現れることが特徴である。営業線においても、凹凸振幅が飽和する傾向が見られることや⁹⁾、そのような箇所では整数倍の空間周波数成分が見られることが確認さ

れている⁵⁾。

5. 波状摩耗の進展過程と対策の方向性

これまでの解析結果から、レール波状摩耗は図 12 に示すような進展過程を経るものと考えられる。

(1) 形成期

レール初期凹凸や輪重変動などの変動要因によって微小で不規則な凹凸が形成される段階である。レール継目などの初期凹凸が大きい箇所や輪重変動が大きい箇所、曲線部や力行区間など摩耗が促進される箇所などでは比較的形成されやすいと考えられる。

(2) 成長期

形成された微小で不規則な凹凸の中から、より成長しやすい波長の凹凸が選択的に成長して波状摩耗として顕在化する段階である。

(3) 飽和期

凹凸振幅が増大して車輪がレールから離れるようになると、成長が抑制され、凹凸振幅が飽和する。飽和期はある意味で安定状態とも言えるが、車輪がレールから離れた後の再接触は衝撃的になる可能性が高いと考えられるので、実用上問題となる騒音や振動はこの段階で顕在化している可能性がある。

図 13 に、波状摩耗の進展過程に応じた対策の方向性をまとめる。形成期あるいは成長期では、変動要因の抑制、摩耗進行の抑制、反共振現象の抑制が、また飽和期ではレール削正あるいはレール交換による凹凸除去が挙げられる。

6. まとめ

本論文では、レール波状摩耗の成長機構と波長決定メカニズムを動力学観点から統一的に示すとともに、波状摩耗の進展過程と対策の方向性を示した。主な結果は、以下のとおりである。

- (1) 凹凸振幅増幅係数が 1 以上で極大となる波長において、車両走行に伴ってレール凹凸振幅が選択的に成長し、波状摩耗として顕在化すると考えられる。
- (2) 波状摩耗の成長要因として、①軸距間でのレール波動の干渉、②軌道弾性支床の反共振現象、③軌道・車両全体系の反共振現象などが挙げられる。
- (3) 波状摩耗の進展過程として、形成期、成長期、飽和期の三段階があると考えられる。
- (4) 対策の方向性として、変動要因の抑制、摩耗進行の抑制、反共振現象の抑制、レール凹凸除去が挙げられる。

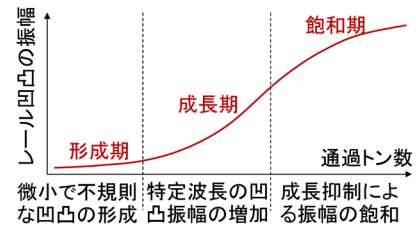


図 12 波状摩耗の進展過程

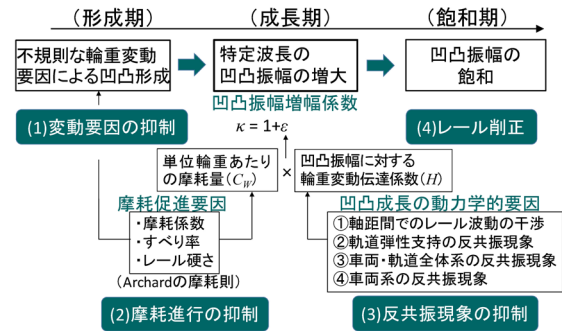


図 13 波状摩耗の発生要因と対策の方向性

文献

- 1) 須田義大, 井口雅一, 今泉博英, 谷口雅昭: コルゲーションの成長・減衰機構の研究 (第 1 報), 日本機械学会論文集 C 編, Vol.54, No.499, pp.537-543, 1988
- 2) Grassie, S. L., Kalousek, J., "Rail corrugation: characteristics, causes and treatments," Proc.IMEchE, Part F, Vol.207, pp.57-68, 1993.
- 3) 松本陽, 佐藤安弘, 藤井雅子, 谷本益久, 陸康思: 曲線部に発生するレール波状摩耗の発生メカニズムに関する研究 (第一報), 日本機械学会論文集 C 編, Vol.62, No.597, pp.49-57, 1996
- 4) Manabe, K., "A hypothesis on a wavelength fixing mechanism of rail corrugation," Proc.IMEchE, Part F, Vol.214, pp.21-26, 2000.
- 5) 田中博文, 梶原和博, 網干光雄: 営業線におけるレール波状摩耗の成長機構と進展過程の検証, 鉄道総研報告, Vol.34, No.4, pp.17-22, 2020
- 6) 網干光雄, 田中博文: レール波状摩耗の成長機構に関する理論解析, 日本機械学会論文集, Vol.85, No.875, 2019
- 7) 金鷹, 名村明, 石田誠: レール頭部の摩耗形状予測手法, 鉄道総研報告, Vol.23, No.2, pp.5-10, 2009
- 8) 網干光雄, 田中博文: レール波状摩耗の進展過程に関するシミュレーション解析, 日本機械学会論文集, Vol.85, No.878, 2019
- 9) 田中博文, 三和雅史: レール波状摩耗の定期測定による凹凸進みモデルの検証, 日本機械学会年次大会, No.G1800204, 2017