

河川橋脚の天端部両端での微動計測による 固有振動数の自動算定手法

渡邊 諭* 櫛 健典** 内藤 直人*
湯浅 友輝*

Automatic Identification Method for Natural Frequency of Bridge Piers by
Microtremor Measurement at Both Sides on the Bridge Crown

Satoshi WATANABE Takenori KEYAKI Naoto NAITO
Tomoki YUASA

The natural frequency of the bridge pier is used as an index to evaluate the soundness of pier foundation. However, it is sometimes difficult to obtain the natural frequency derived from microtremor, because the peak of the Fourier spectrum of the bridge piers derived from the microtremor does not appear clearly in many cases compared with that derived from the impact vibration test. Furthermore, conventional approaches based on microtremor always require the latest natural frequency derived from the impact vibration test. Therefore, we proposed a method that can automatically identify the natural frequencies only derived from microtremor measurement results at both sides on the bridge crown, without the latest result derived from the impact vibration test.

キーワード：常時微動，固有振動数，直接基礎，洗掘

1. はじめに

河川を横過する鉄道橋りょうでは、増水により橋脚基礎周りの地盤が洗掘されることで安定性が低下し、橋脚の傾斜や沈下が生じて重大事故や輸送障害が発生する場合がある。こうした被害事例は、直接基礎形式で根入れの浅い橋脚を有する橋りょうで多数報告されている¹⁾。

橋脚の基礎地盤の健全性を評価する手法として、鉄道では衝撃振動試験²⁾が広く用いられている。これは、重錘打撃時の橋脚の応答波形から橋脚の固有振動数を同定し、増水前後での固有振動数の変化の有無と変化量を求めて洗掘による基礎地盤の不安定化の有無を判定するものである。しかし、この手法は30kgの重錘が必要であることから、固有振動数の時間的変化を連続的に計測することが難しいという課題がある。そのため、鉄道総研では、橋脚上の常時微動データから固有振動数を連続的に同定する手法を過去に提案しているが³⁾、常時微動から得られるフーリエ振幅スペクトルのピーク振動数が複数出現する場合には固有振動数の同定が困難であり適用範囲が限定的であった。この課題を解決するためには、入力波形となる基礎周辺の地盤振動を計測し、橋脚上の応答波形との比である伝達関数を算出してピーク振動数

を同定することが有効⁴⁾であるが、流水中に位置する橋脚では不可能である。

そこで、筆者らは橋脚天端両端部で計測された微動計測データから入力波形となる地盤振動を推定し、伝達関数を求めることで固有振動数を同定する手法⁵⁾を提案した。さらに、橋脚の振動を1自由度系の振動と仮定した場合、伝達関数が理論的に共振曲線で表されることを活用して、自動的に固有振動数を同定する新たな算定手法を開発した⁶⁾。本稿では、固有振動数の自動算定手法の概要を示すとともに、手法の妥当性を検証するために実施した実橋りょうへの適用事例を紹介する。

2. 固有振動数同定手法の概要

2.1 データ処理の流れ

固有振動数の自動算定手法における計測データ処理のフローを図1に示す。図中の②、③、④すなわち振動理論に基づく固有振動数の同定方法を2.2節で、図中の①、⑤すなわち、橋脚の固有振動数を自動的に算定するための処理を2.3節で説明する。

2.2 振動理論に基づく固有振動数の同定手法の概要⁵⁾

2.2.1 橋脚天端両端部での常時微動計測データの取得

常時微動計測データは、橋脚天端の両端部（上流側および下流側）において、橋軸直角方向および鉛直方向に

* 防災技術研究部 地盤防災研究室

** 防災技術研究部 地盤防災研究室（現 東日本旅客鉄道株式会社）

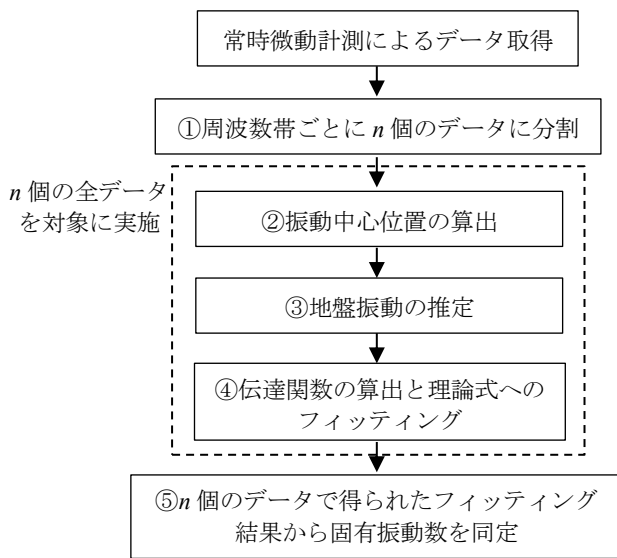


図1 計測データ処理のフロー

分を計測したものである必要がある。橋軸直角方向の波形については橋脚天端上であればほぼ同一となるので、いずれか一方の計測でも良い。なお、本稿では全て速度波形を計測している。

以下の解説では、橋脚天端の上流側端部に設置したセンサをセンサ A、下流側端部に設置したセンサをセンサ B とする。計測データが t_a 秒のサンプル間隔で保存されるときに、時刻 $t - t_a$ から時刻 t までの速度波形（以下、時刻 t の速度とする）について、センサ A で計測された橋軸直角方向の速度を $x_a(t)$ 、鉛直方向の速度を $z_a(t)$ 、センサ B で計測された橋軸直角方向の速度を $x_b(t) (= x_a(t))$ 、鉛直方向の速度を $z_b(t)$ とする。また、速度の向きは、橋軸直角方向については上流から下流方向を、鉛直方向については下から上方向を正とした。

2.2.2 橋脚振動中心の算出

地盤振動を推定するにあたり、橋脚がある回転中心を軸とした振動（以下、一次振動という）をしていると仮定して、その振動中心位置を求める。その位置は、根入れ深さによって高さが変わり、必ずしも橋脚底面にあるとは限らないことが既往の検討より示されており⁷⁾、次の方法で、振動中心位置を算出する。

図2に示すように、振動中心の位置を天端から h_0 の高さにあると仮定する。ここで、2台のセンサ間距離が $(a+b)h_0$ となるよう a, b を定める。ここで、地盤振動の橋軸直角方向の速度を $x_g(t)$ 、鉛直方向の速度を $z_g(t)$ とし、センサ A, B の橋軸直角方向成分のうち構造物の1次振動による振動成分を $x_{as}(t), x_{bs}(t)$ 、鉛直成分のうち構造物の1次振動による振動成分を $z_{as}(t), z_{bs}(t)$ とする。橋脚天端で計測される振動波形が構造物の1次振動と地盤振動との和であると仮定し、高次振動および桁などの橋脚以外の構造物の影響について無視すれば、それぞれ次

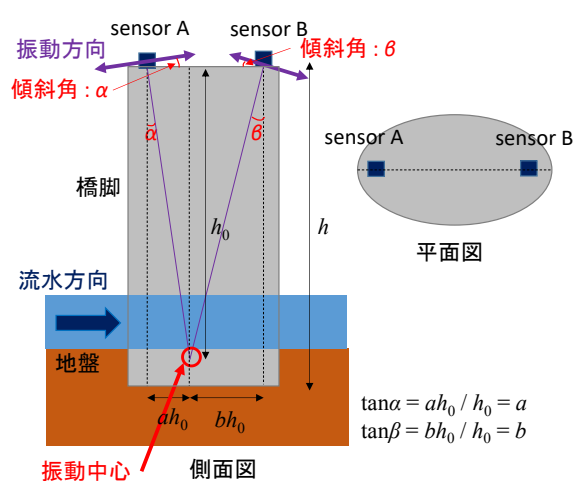


図2 橋脚の一次振動の概念図⁵⁾

の式(1)、式(2)に近似することができる。

$$x_a(t) = x_{as}(t) + x_g(t) \quad (1)$$

$$z_a(t) = z_{as}(t) + z_g(t) \quad (2)$$

また図2に示した幾何学的関係から式(3)が得られ、式(1)～(3)より式(4)が得られる。

$$x_{as}(t) = z_{as}(t) / \tan \alpha = 1/a \cdot z_{as}(t) \quad (3)$$

$$x_a(t) - x_g(t) = 1/a \cdot \{z_a(t) - z_g(t)\} \quad (4)$$

橋脚の固有振動数付近の振動数帯では1次振動が卓越することから、減衰定数の大きさにもよるが橋脚上のフーリエ振幅は地盤振動の数倍以上となるのが一般的である。そのため、時刻 t の固有振動数を $f(t)$ とすると、時刻 t の速度データ $x_a(t), z_a(t)$ に対して1次振動が卓越するようにそれぞれ振動数 $f(t)$ を含むバンドパスフィルタを適用した速度 $f_{bp} x_a(t), f_{bp} z_a(t)$ を求めると、両者の関係は式(4)から近似的に式(5)と表現できる。

$$f_{bp} x_a(t) = 1/a \cdot f_{bp} z_a(t) \quad (5)$$

同様に $x_b(t), z_b(t)$ に対してそれぞれ $f(t)$ を含むバンドパスフィルタを適用した時刻 t の速度 $f_{bp} x_b(t), f_{bp} z_b(t)$ について、近似的に式(6)の関係が得られる。

$$f_{bp} x_b(t) = -1/b \cdot f_{bp} z_b(t) \quad (6)$$

式(5)、(6)は、 $f_{bp} x_a(t)$ と $f_{bp} z_a(t)$ 、および $f_{bp} x_b(t)$ と $f_{bp} z_b(t)$ の関係を橋軸直角方向および鉛直方向の平面にプロットした際に、図2で太線の両矢印で示すように、振動中心に対して直角方向の軌跡を描くことを示している。実際の振動では軌跡にばらつきが生じるが、原点を

通る直線に近似されるので最小2乗法により、式(7)、(8)を得ることができる。

$$a = \frac{n \sum_{t=1}^n \{f_{bp}x_a(t) \cdot f_{bp}z_a(t)\} - \sum_{t=1}^n f_{bp}x_a(t) \sum_{t=1}^n f_{bp}z_a(t)}{n \sum_{t=1}^n \{f_{bp}x_a(t)\}^2 - \left(\sum_{t=1}^n f_{bp}x_a(t)\right)^2} \quad (7)$$

$$b = -\frac{n \sum_{t=1}^n \{f_{bp}x_b(t) \cdot f_{bp}z_b(t)\} - \sum_{t=1}^n f_{bp}x_b(t) \sum_{t=1}^n f_{bp}z_b(t)}{n \sum_{t=1}^n \{f_{bp}x_b(t)\}^2 - \left(\sum_{t=1}^n f_{bp}x_b(t)\right)^2} \quad (8)$$

式(7)、(8)より $a+b$ が求まる。センサ A、B 間の距離をこの値で割ることで振動中心の高さ h_0 を得ることができる。 a 、 b の算出にあたりバンドパスフィルタの振動数帯の設定方法を検討する必要があるが、これについては次節で述べる。

2.2.3 地盤振動の推定

式(2)と同様に、 $z_b(t)$ は式(9)に近似することができる。また、幾何学的に式(10)が得られる。

$$z_b(t) = z_{bs}(t) + z_g(t) \quad (9)$$

$$z_{as}(t) = -a/b \cdot z_{bs}(t) \quad (10)$$

式(2)、式(9)、式(10)より、式(11)が得られ、

$$z_{as}(t) = a/(a+b) \cdot \{z_a(t) - z_b(t)\} \quad (11)$$

式(3)、式(11)より、式(12)が得られる。

$$x_{as}(t) = 1/(a+b) \cdot \{z_a(t) - z_b(t)\} \quad (12)$$

また、式(1)、式(12)より、式(13)が得られる。

$$x_g(t) = x_a(t) - 1/(a+b) \cdot \{z_a(t) - z_b(t)\} \quad (13)$$

最終的に、式(13)に式(7)、式(8)で得られた a 、 b の値を代入することによって地盤の橋軸直角方向の振動波形 $x_g(t)$ を推定することができる。なお、式(13)により地盤振動を適切に推定できることを、模型橋脚を用いた計測や実橋りょうでの計測結果から確認している⁵⁾。

2.2.4 理論式へのフィッティング

橋脚の振動を地盤から強制加振されている粘性減衰のある1自由度系の振動に単純化して考えると、橋脚天端の微動と基礎底面の地盤の微動のフーリエ振幅比、すなわち伝達関数は、固有振動数と減衰定数をパラメータとする共振曲線として理論的に表すことができる。ここで、時刻 t における橋脚上の橋軸直角方向の波形、及び式(13)で得られる地盤の橋軸直角方向の波形のフーリエ変換を

それぞれ $\hat{x}_a(f)$ 、 $\hat{x}_g(f)$ とすると共振曲線は式(14)で表現される⁸⁾。

$$\frac{\hat{x}_a(t)}{\hat{x}_g(t)} = \sqrt{\frac{1 + \left(2hf/f_0\right)^2}{\left\{1 - \left(f/f_0\right)^2\right\}^2 + \left(2hf/f_0\right)^2}} \quad (14)$$

ここに、 f :振動数 (Hz)、 f_0 :橋脚の固有振動数 (Hz)、 h :減衰定数である。従って、前項までのデータ処理で得られたフーリエ振幅比に式(14)をフィッティングすることで、時刻 t における f_0 および h (以下、 $f(t)$ および $h(t)$ とする) が得られる。

2.3 分割処理による橋脚の固有振動数の自動算定アルゴリズム⁶⁾

前節で述べた固有振動数の同定手法においては、精度の良い a 、 b の値を求めることが重要である。そのためには固有振動数 $f(t)$ を含むような振動数帯でのバンドパスフィルタ処理が必要であるが、計算過程では固有振動数の値が未知であるため、バンドパスフィルタの振動数帯をあらかじめ設定しておくことが困難である。また、実橋りょうでは洗掘の進行に伴って根入れ深さや橋脚底面の地盤の状態が変化する場合があり、さらに橋脚に加わる流水圧の変動に伴い振動中心位置も変化して、 a 、 b の値が変化する場合が考えられる。そのため、 a 、 b の値を橋脚ごとに固定することはできず、その都度算出する必要がある。そこで、前節の手順を以下のように振動数帯ごとに分割処理して計算を行い、さらに得られた固有振動数をいくつかの条件設定によって除外し、最も確からしい固有振動数を同定する。

2.3.1 振動数帯ごとの分割

得られた計測データに対し以下に示すようにバンドパスフィルタを用いた分割処理を行う。

- 1) 橋脚の固有振動数は、構造や基礎地盤の状態によるが通常 1Hz 以上、20Hz 未満である。そこで、この範囲の振動数帯を n 個に分割し、1Hz $\sim f_1$ Hz、 $(f_1 - m)$ Hz $\sim f_2$ Hz $\cdots (f_{n-1} - m)$ Hz $\sim f_n$ Hz のように、 m Hz ずつオーバーラップさせながら振動数幅 b を持つ各振動数帯に分割する (図3左)。これらの振動数帯中のいずれかに $f(t)$ が含まれると仮定し、すべての振動数帯のデータ群に対し以下の検討を行う。
- 2) バンドパスフィルタの範囲を 1) で設定したそれぞれの k 番目の振動数帯 $(f_{k-1} - m)$ Hz $\sim f_k$ Hz に対して式(7)、式(8)により係数 a_k 、 b_k を求め、振動中心の高さを求める。
- 3) 1) で設定したそれぞれの k 番目の振動数帯 $(f_{k-1} - m)$ Hz $\sim f_k$ Hz に対して、式(13)により地盤振動 $x_g(t)$ を推定

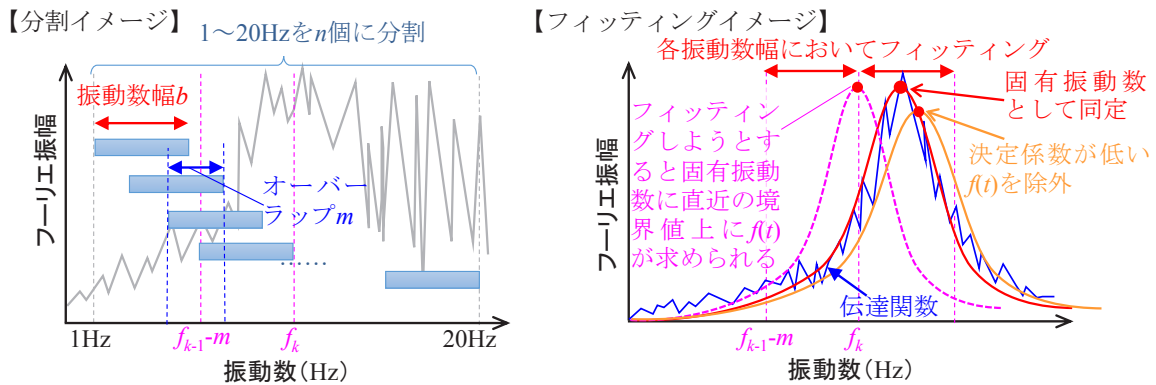


図3 分割およびフィッティングのイメージ図

する。

- 4) 1) で設定したそれぞれの振動数帯に対して、3) で推定した地盤振動 $x_g(t)$ と橋脚上の振動 $x_a(t)$ のフーリエ振幅比を求めて理論式 (14) とのフィッティングを行い、最適 $f(t)$, $h(t)$ と、その際の決定係数を求める。フィッティングの際、 $f(t)$ のとりうる値は1) で設定した振動数帯に設定する。また、 $h(t)$ のとりうる値の範囲は、計算誤差が生じることを考慮し、一般的な減衰定数のとりうる範囲からやや広げた値 (0.01 ~ 0.40 程度) に設定してフィッティングを行う。
- 5) 分割した全ての振動数帯について、2) から4) の計算処理を行う。

2.3.2 振動中心の位置による除外

振動中心位置は通常の場合は底面付近に位置し、根入れ深さが大きい場合には底面よりやや上方に位置する⁷⁾⁹⁾。振動中心が底面よりも大きく深くなる場合や、天端付近になる場合は現実の振動中心とは考えにくい。そのため、このような振動中心位置が算定される振動数帯には橋脚の固有振動数が含まれないと判断できる。

2.3.3 境界値上に固有振動数が同定された結果の除外

2.3.1 項4) の処理によりフィッティングを試みた $f(t)$ が、それぞれの振動数帯の範囲内でフィットしない場合、すなわち $f(t)$ のとりうる値として設定した境界値上で最も決定係数が良くなる場合は、当該の振動数帯には固有振動数が含まれていないと判断できる。これは、仮に振動数帯 $(f_{k-1-m})\text{Hz} \sim f_k\text{Hz}$ に固有振動数が含まれていないにもかかわらず $a_k + b_k$ の値が偶然正しい値を得たとしても、フィッティングさせる際にはその振動数帯 $(f_{k-1-m})\text{Hz} \sim f_k\text{Hz}$ の範囲外に固有振動数があるため、固有振動数により近い境界値上で最も決定係数が良くなるからである (図3右)。従って、このような場合にも当該の振動数帯には固有振動数が含まれないと判断できる。また、 $h(t)$ が設定した範囲内でフィッティングしない、すなわち減衰定数の設置値の境界値上で最も決定係数が良くなる場合についても同様に異常な結果と判断する。

2.3.4 決定係数が相対的に小さい同定結果の除外

振動数帯 $(1+(n-1)m)\text{Hz} \sim (1+(n-1)m+k)\text{Hz}$ に固有振動数が含まれていない場合、 $a_n + b_n$ の正しい値が得られず、その結果地盤振動 $x_g(t)$ を正しく推定できない。従って正しい伝達関数が得られないため、2.3.1 項4) の処理において仮に当該の振動数帯の範囲内でフィッティングができたとしても本来の理論式からは外れており決定係数が小さくなる。そのため、フィッティングされた結果のうち決定係数が最も良い (大きい) ときの $f(t)$ が、求める固有振動数となる (図3右)。

3. 提案手法の実橋脚への適用事例⁶⁾

2章で述べた手法を実橋りょうに適用し、衝撃振動試験で得られた固有振動数と比較・検証した事例を紹介する。

3.1 対象橋梁

対象橋りょうは1935年に設置されたもので、橋台面間長152m、桁長13.5m、下路単純鋼桁の全12連から成る単線橋りょうである。下部工は、基礎構造が木杭で小判型断面のコンクリート製橋脚である。そのうち2基の橋脚を対象として計測をおこなった。2基は隣接する同一構造の橋脚で、底面から天端までの高さはおよそ

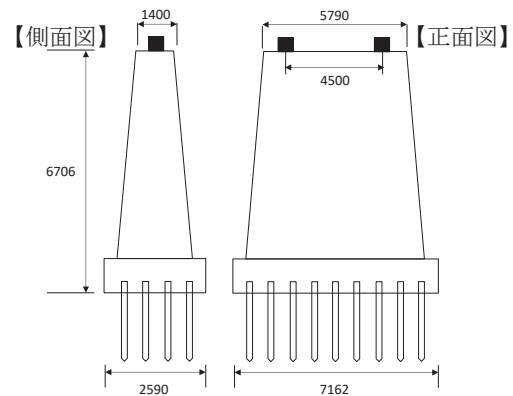


図4 対象橋脚の主要寸法 (単位: mm)⁶⁾
(図中の■はセンサ設置位置を示す)

6.7mである。橋脚の主要寸法を図4に示す。

2基の橋脚は根入れ深さが異なっており、うち1基(以下「橋脚A」とする)は約1.1m、1基(以下「橋脚B」とする)は約5.1mである。計測を行った際には橋脚Aは河川の流水中であつたが橋脚Bは流水外にあつた。なお、2017年1月に当該橋脚において実施した衝撃振動試験から、橋脚Aの固有振動数は6Hz、橋脚Bは11Hzの値を得ている。ただし、橋脚Bについては根入れ深さが大きく健全性が高いため、橋脚Aと比べ固有振動数はやや不明瞭であつた。

常時微動計測のサンプリングレートは200Hzとし、計測時間は1回あたり5分間とした。

常時微動計測において得られた橋軸直角方向の波形のフーリエ振幅スペクトルを図5に示すが、同図における卓越振動数は、特に橋脚Bにおいて衝撃振動試験結果と大きく異なっており、フーリエ振幅スペクトルの卓越振動数から固有振動数を同定することは困難な事例である。

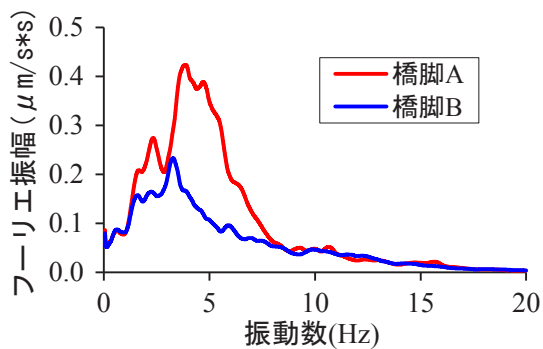


図5 橋軸直角方向のフーリエ振幅スペクトル⁶⁾

3.2 自動算定手法の適用結果

ここでバンドパスフィルタを3Hz幅で1Hzずつずらしながら、1~4Hz、2~5Hz、3~6Hz・・・17~20Hzのように分割したうえで固有振動数の自動算定を行った。

算定結果の例として橋脚Aの結果を表1に示す。ハッチング部分は、前節で述べた除外要件に合致し当該の振動数帯には明らかに固有振動数が含まれないと判断できる数値である。残った振動数帯のうち、最も決定係数が良いときの $f(t)$ (表1中の太字)を固有振動数とする。表から、自動算出された固有振動数は6.0Hzであることが分かる。また、橋脚Bで同様に算出した結果は12.1Hzとなった。前述の衝撃振動試験結果と比較すると橋脚Aはほぼ一致した。一方、橋脚Bは算出した値のほうが若干大きいものの、衝撃振動試験の結果がやや不明瞭であつたことを考慮すると概ね妥当な結果と考えられる。

各橋脚について、最終的な解となった振動数帯(橋脚Aでは3~6Hz、橋脚Bでは11~14Hz)で a 、 b を算出して得られたフーリエ振幅比を図6に示す。図中の曲線は、最もフィッティングの決定係数が高くなった $f(t)$ 、 $h(t)$ の値を与えた場合の式(14)の値である。

表1 自動算定結果(橋脚A)⁶⁾

振動数帯 (Hz)	a	b	底面からの振動中心の高さ (m)	$f(t)$	$h(t)$	決定係数
1 ~ 4	0.116	0.188	-8.086	4.000	0.400	-0.425
2 ~ 5	0.213	0.232	-3.410	5.000	0.400	0.263
3 ~ 6	0.261	0.276	-1.678	5.958	0.190	0.335
4 ~ 7	0.302	0.260	-1.299	5.974	0.176	0.286
5 ~ 8	0.297	0.278	-1.132	6.009	0.173	0.259
6 ~ 9	0.287	0.337	-0.507	6.322	0.177	0.123
7 ~ 10	0.342	0.333	0.033	7.000	0.209	-0.050
8 ~ 11	0.423	0.279	0.292	8.000	0.273	-0.147
9 ~ 12	0.444	0.240	0.122	9.000	0.339	-0.114
10 ~ 13	0.414	0.230	-0.280	10.000	0.400	-0.072
11 ~ 14	0.432	0.206	-0.349	11.000	0.400	-0.100
12 ~ 15	0.375	0.287	-0.106	12.000	0.400	-0.163
13 ~ 16	0.400	0.282	0.095	13.000	0.400	-0.222
14 ~ 17	0.410	0.283	0.201	14.000	0.400	-0.274
15 ~ 18	0.391	0.264	-0.173	15.000	0.400	-0.294
16 ~ 19	0.365	0.280	-0.280	16.000	0.400	-0.332
17 ~ 20	0.384	0.242	-0.484	17.000	0.400	-0.361

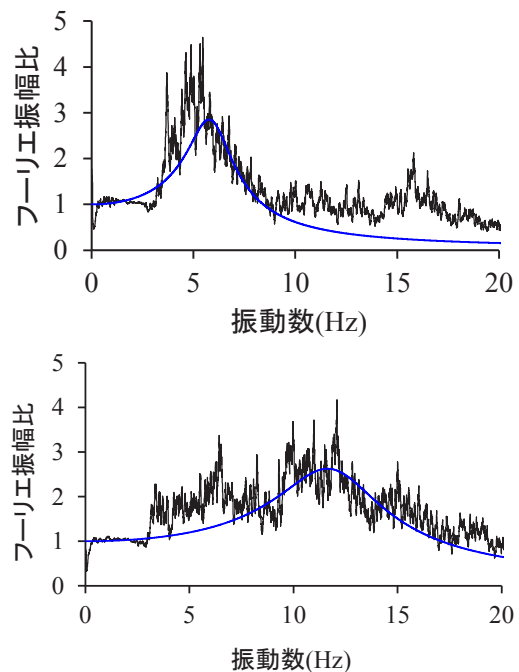


図6 フーリエ振幅比と理論式へのフィッティング状況(上：橋脚A、下：橋脚B)⁶⁾

3.3 複数の実橋りょうへの適用結果

前節にて例を示した橋りょうを含め、7橋りょうの12橋脚について同様の手法を適用し、衝撃振動試験から得られる固有振動数と比較した結果を図7に示す。ただし、上記のうち1橋脚については提案手法ではフィッティングに至らず解が得られなかったため、図中に含まれていないが、この橋脚の固有振動数は14.4Hzで、健全性の高い橋脚であつた。

なお、これらの橋脚は、前節までで例示した橋脚と同様、橋脚上で計測した微動のフーリエ振幅スペクトルにおいて固有振動数は明確に卓越していない。

図7において、衝撃振動試験の結果から得られた固有

特集：防災技術

振動数と提案手法から得られた固有振動数は、概ね5%以内の誤差に収まっている。既存の衝撃振動試験による固有振動数の評価手法¹⁰⁾では、健全時と比較して固有振動数が85%ないし70%に低下した場合に健全度が下がったものと判断しており、概ね5%以内の誤差であれば固有振動数の同定精度の観点において問題は少ないと考えられる。

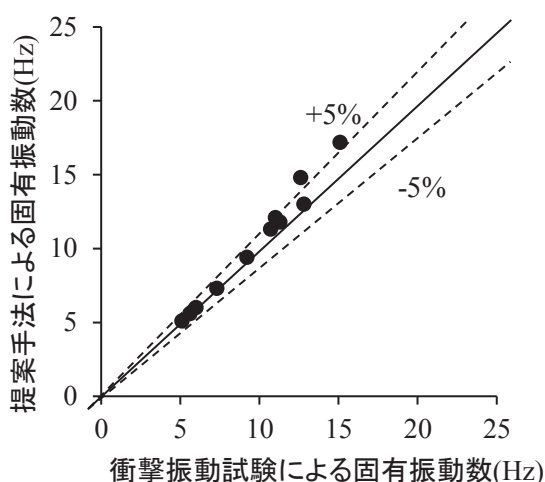


図7 提案手法と衝撃振動試験による結果の比較⁶⁾

3.4 自動算定手法のメリット

本手法の最も大きなメリットは、推定した地盤振動から得られる伝達関数を共振曲線でフィッティングすることで、作業員の判断によることなく自動的に固有振動数を同定できる点にある。従来手法では、固有振動数付近の卓越振動数を文字通り目で読み取る必要があり、作業員自身の経験に基づいた技術的・工学的判断が必要であった。一方で、付帯構造物や周辺構造物の振動の影響を受ける実橋りょうでは、図6に示したように、仮に伝達関数を算出したとしても明瞭な卓越振動数が複数発現するため、これらの中から適切な固有振動数を同定することが容易ではない。本手法は、人間の判断が介在しない手法であるため、例えば基礎の不安定化に伴う固有振動数の変化率のしきい値を機械的に設定し監視することが可能となり(図8)、常時微動計測による連続的な状態監視手法の適用性を大幅に向上させるものだと考える。

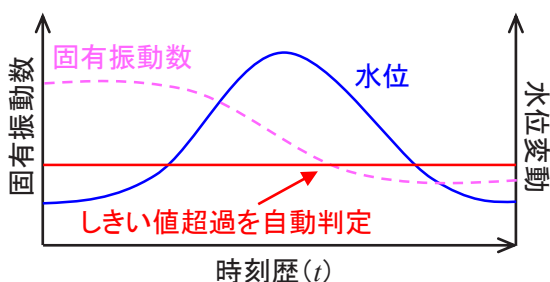


図8 連続的な状態監視のイメージ

4. まとめ

本研究では、橋脚の天端の両端部で計測した微動から橋脚の固有振動数を自動的に算定する手法を開発した。本手法を7橋りょうの計測事例で検証した結果、衝撃振動試験による固有振動数と概ね整合した結果が得られた。

本手法では、振動中心の高さ等のしきい値を定めれば微動計測のみで固有振動数を得ることができる。また、直近の衝撃振動試験結果が不要のため、仮に短時間に固有振動数が大きく低下した場合でも固有振動数の同定が可能である。

本手法の実用化に向けて、今後は更に検討橋脚を増やして適用条件を明確化するとともに、長期計測データから、強風等が算定結果に与える影響について検討する必要がある。また、橋脚の構造条件に合ったバンドパスフィルタの設定方法や、固有振動数を同定する際の除外条件についても、今後さらなる検討を進め一般化を図る予定である。

文献

- 1) 村上温：鉄道橋の洪水時被災機構と安全管理に関する研究，鉄道技術研究報告，No.1307，pp.41-49，1986
- 2) 西村昭彦，棚村史郎：既設橋梁橋脚の健全度判定法に関する研究，鉄道総研報告，Vol.3，No.8，pp.118-127，1989
- 3) 櫻健典，馬目凌，渡邊諭：橋脚底面の状態に着目した洗掘模型実験，土木学会第72回年次学術講演会，Ⅲ-117，2017
- 4) 小林俊夫，中村豊，田母神宗幸：洗掘に伴う橋脚の振動特性の変化，土木学会第48回年次学術講演会，I-107，1993
- 5) 櫻健典，渡邊諭，宮下優也，太田直之：橋脚の両端部で計測した微動に着目した固有振動数同定手法，鉄道工学シンポジウム論文集，Vol.20，pp.61-68，2016
- 6) 櫻健典，湯浅友輝，内藤直人，渡邊諭：橋脚天端両端部の微動計測による橋脚基礎地盤の洗掘に対する健全性評価手法，地盤工学ジャーナル Vol. 13，No. 4，pp.319-327，2018
- 7) 中村豊，田母神宗幸，佐藤新二，立花三裕：常時微動を用いた新しい橋脚健全度評価法の提案，鉄道総研報告，Vol.8，No.5，pp.47-52，1994
- 8) 宮田利雄：わかりやすい振動の知識，鹿島出版会，pp.56-59，1982
- 9) 井上英司，富田健司：被災橋脚の常時微動測定結果，地震工学研究発表会講演論文集24，pp.377-380，1997
- 10) 鉄道総合技術研究所編：鉄道構造物等維持管理標準・同解説（構造物編）基礎構造物・抗土圧構造物，pp.169-171，2010