

温度変化に伴う静的構造変化を考慮した 架線・パンタグラフシミュレーション

小山 達弥* 長尾 恭平* 池田 充**

Pantograph/Catenary Simulation Considering Static Structure Change with Temperature Shift

Tatsuya KOYAMA Kyohei NAGAO Mitsuru IKEDA

For developing a new overhead contact system (OCS) and a new pantograph, it is important to understand dynamic interaction between the OCS and the pantograph under various condition, for example, temperature changes. In this context, pantograph/catenary simulator has been developed, in which lumped-mass pantograph models can run along a three-dimensional catenary FEM model which can consider static configuration when temperature changes. This paper shows the analysis method of contact between pantograph and catenary, and a calculation example by this simulator.

キーワード：架線，パンタグラフ，シミュレーション，有限要素法，温度変化

1. はじめに

電気鉄道において電力を車両に供給するシステムとして架空式電車線（以下、「架線」という）およびパンタグラフが国内外を問わず広く用いられている。車両に対して電力を安定供給するためには、架線とパンタグラフの動的挙動を十分に把握する必要があり、理論解析¹⁾やシミュレーションによる解析が行われている。特に、パンタグラフが架線から離れる（これを「離線」という）現象や、ハンガ頂部がパンタグラフの押上力によりちよう架線から離れる（これを「ハンガ浮き」という）現象といった非線形性現象を考慮した定量的な評価を行うためにはシミュレーションによる解析が不可欠であり、国内外を問わずシミュレーションプログラムの開発が進められている²⁾。

ところで、架線を構成するトロリ線などの線条は周囲の温度変化により伸縮するため、架線の両端に自動張力調整装置を付与することで張力や弛度の変化を抑制している。しかし、自動張力調整装置は架線構造の変化を完全に防ぐことはできない。また、自動張力調整装置の有無にかかわらず、線条の線路平行方向への移動を抑制する力（これを「抑制抵抗」という）が電車線支持点などで生じるため、線路平行方向位置に応じて張力が変化する。周囲の温度変化に伴うこれらの影響により集電性能は変化するものの、従来のシミュレータ³⁾では架線要素の線路平行方向への移動を考慮していないため、抑制抵抗による径間ごとの張力変化およびこれに伴う静構造変

化を再現することができなかった。また、線条の伸縮を考慮できるシミュレータは国外を含め見受けられない。そこで、筆者らは架線に線路平行方向の自由度を与えるとともに、要素の伸縮を考慮可能な三次元 FEM による架線モデルを開発した^{4) 5) 6)}。今回、直線区間上に架設された上記の架線モデルに対して集中質量によりモデル化したパンタグラフがしゅう動する際の動的挙動を解析することのできるシミュレータを開発したので解析事例とともに報告する⁷⁾。

2. 解析モデル

2.1 架線の三次元 FEM モデル

架線モデルは、三次元 FEM モデルとする⁶⁾。架線モデルの例を図 1 に、この架線モデルの静構造計算に用いたパラメータを表 1 に、それぞれ示す。このモデルでは、線条や架線金具を表す要素として曲げ変形と伸縮、ねじれを考慮可能な有限要素を用いている。また、図 2 にトロリ線およびちよう架線の要素の模式図を示す。図 2 では、全体座標系を $O-XYZ$ 、要素座標系を $o-xyz$ とし、各軸まわりの回転を $\Phi, \Theta, \Psi, \varphi, \theta, \psi$ 、要素端部の節点を i, j としている。

本モデルの特徴は、線膨脹係数を導入することで、温度変化に伴う線条の伸縮を再現可能としている点にある。ある線条要素の自然長が温度 T_1 において l_{01} であるとき、温度 T_2 における自然長 l_{02} は線膨脹係数 α_T を用いて次式により表される。

$$l_{02} = l_{01} \{1 + \alpha_T (T_2 - T_1)\} \quad (1)$$

* 鉄道力学研究部 集電力学研究室

** 電力技術研究部

特集：鉄道力学

そこで、所要の境界条件のもとで架線の三次元静構造解析を行い、温度 T_1 における静構造を求めたうえで、各線要素の自然長を $\{1 + \alpha_T(T_2 - T_1)\}$ 倍して再度静構造計算を行えば、温度 T_2 における架線の静構造と張力が得られる。ただし、温度 T_1 から温度 T_2 まで一度に温度を変更すると計算が不安定となるので、適切な温度刻み ΔT 毎に数値解析を行う必要がある。なお、ここでいう「所要の境界条件」とは、線条両端における拘束条件を意味し、固定引留を想定する場合は端部の線路平行方向への移動を拘束し、張力調整装置を想定する場合は端部の線路平行方向への移動を許容する。

さらに、前述したような非線形現象の一つであるハンガ浮きを考慮できるように、ハンガ頂部とちょう架線間に高さ方向 X に対して非線形な特性を有するばねを挿入している。この非線形ばねは、ハンガがちょう架線から浮いているときにばね定数が 0 、ハンガとちょう架線が接触しているときにばね定数が正となる特性を有する。なお、左右方向 Y および線路平行方向 Z に対しては、ハンガ頂部とちょう架線間に剛な線形ばねを挿入している。

以下では架線の節点 i の全体座標系における状態量を式 (2) で表し、架線の全節点 (節点数 n) の全体座標系における状態量を $\mathbf{q}_c = [q_{c1}^T \cdots q_{c,i}^T \cdots q_{c,n}^T]^T$ とそれぞれ記述する。なお、上添え字 T は転置を示す。

$$\mathbf{q}_{c,i} = [X_{c,i} \ Y_{c,i} \ Z_{c,i} \ \Phi_{c,i} \ \Theta_{c,i} \ \Psi_{c,i}]^T \quad (2)$$

2.2 パンタグラフモデル

パンタグラフモデルを図3に示す。パンタグラフモデルを集中質量およびばね、ダンパにより構成し、質点は鉛直方向 (全体座標系における X 方向) のみに自由度を有し一定速度 v で Z 軸上を移動するものとした。全平均接触力 (静押上力 F_0 と走行中に生じる揚力 F_a の和の平均値) については、下部質点に定常力として付与する。以下では、パンタグラフの全体座標系における状態量を \mathbf{q}_p と記述する。図3に示す2質点モデルの場合、 $\mathbf{q}_p = [X_{p,1} \ X_{p,2}]^T$ である。

2.3 接触解析法の概要

代表的な接触解析法として拘束接触法と弾性接触法があるが⁸⁾、本シミュレータでは後者を採用する。具体的には、トロリ線とパンタグラフ舟体間の相対変位を観測し、舟体がトロリ線に貫入したときにその貫入量とペナルティ係数に応じた力、つまりトロリ線と舟体間の接触力 (以下、単に接触力と記す) をトロリ線とパンタグラフに加えることとする。なお、接触力については、鉛直方向 (X 軸方向) にのみ作用するものとする。接触解析の具体的な方法については3.2節および3.3節に記述する。

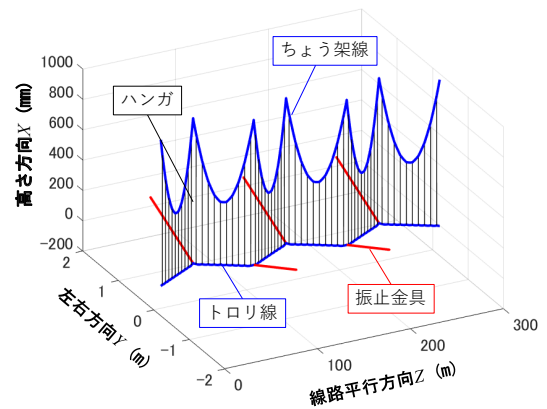


図1 三次元架線モデル

表1 架線条件諸元

	トロリ線	ちょう架線
径間数		6
径間長 (m)		50
ハンガ間隔 (m)		5
左右偏位 (m)		0.2
線種	GT110mm ²	St90mm ²
線密度 (kg/m)	0.99	0.70
曲げ剛性 (Nm ²)	132	83
伸び剛性 (N)	1.30×10^7	1.03×10^7
ねじり剛性 (Nm ²)	102	156
張力調整装置	あり	なし
張力 (kN) (基準温度 15°C)	1.0	1.0
線膨張係数 ($\times 10^{-6}/K$)	17	12

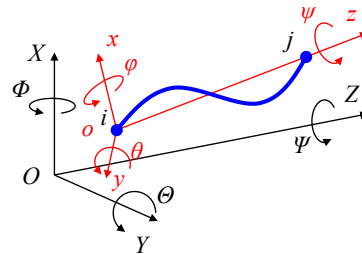


図2 線要素の模式図

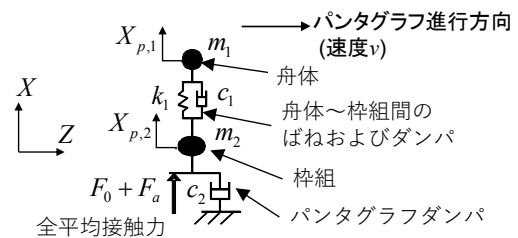


図3 パンタグラフモデル

3. 動解析

3.1 運動方程式と数値積分法

架線・パンタグラフ系全体の運動方程式を次式により表す。

$$\mathbf{G}_m + \mathbf{G}_k + \mathbf{G}_c = \mathbf{F} \quad (3)$$

ここで、 \mathbf{G}_m , \mathbf{G}_k , \mathbf{G}_c はそれぞれ系全体の慣性力、復元力、減衰力を表す。 \mathbf{F} は系全体に作用する外力を表し、重力や節点に対する支点反力、パンタグラフに与えた外力（ここでは全平均接触力のみ）が含まれる。

式(3)の \mathbf{G}_m については、次式により定式化する。

$$\mathbf{G}_m = \mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}}, \quad \mathbf{M} = \text{diag}[\mathbf{M}_c \quad \mathbf{M}_p] \quad (4)$$

ここで、 \mathbf{M} は架線・パンタグラフ系全体の質量行列を表す。また、 diag は対角行列を表す。 \mathbf{M}_c は架線に関する整合質量行列であり要素の姿勢に応じて時々刻々と変化する。 \mathbf{M}_p はパンタグラフに関する時不変の集中質量行列で図3のモデルの場合は $\mathbf{M}_p = \text{diag}[m_1 \ m_2]$ である。また、 \mathbf{q} は架線とパンタグラフの状態量をまとめたベクトルで $\mathbf{q} = [\mathbf{q}_c^T \ \mathbf{q}_p^T]^T$ を表す。変数上の添え字「 \cdot 」は時間微分を、その個数は微分の階数をそれぞれ表す。

\mathbf{G}_k については次式により定式化する。

$$\mathbf{G}_k = (\mathbf{K}_L + \mathbf{K}_r + \mathbf{K}_{cont})\mathbf{q} + \mathbf{F}_{int} + \mathbf{F}_{intc} \quad (5)$$

ここで、 \mathbf{K}_L は架線要素に接続されたばね要素や、パンタグラフ内のばね要素（いずれも時不変）により構成される線形剛性行列を、 \mathbf{K}_r は架線要素の幾何学的非線形性を含む時変の接線剛性行列を、 \mathbf{K}_{cont} は後述する接触による時変の剛性行列を、それぞれ示す。また、 \mathbf{F}_{int} は架線モデルの幾何学的非線形性由来する非線形内力を、 \mathbf{F}_{intc} は後述する接触による非線形力を、それぞれ表す。

\mathbf{G}_c については次式により定式化する。

$$\mathbf{G}_c = (\mathbf{C}_L + \mathbf{C}_r + \mathbf{C}_{cont})\dot{\mathbf{q}} \quad (6)$$

ここで \mathbf{C}_L は架線要素に接続された減衰要素やパンタグラフ内の減衰要素から構成される減衰行列（時不変）、 \mathbf{C}_r は架線の質量行列 \mathbf{M}_c と剛性行列 \mathbf{K}_r の線形和から構成される比例減衰行列（時変）であり以下の式で表される。

$$\mathbf{C}_r = a\mathbf{M}_c + b\mathbf{K}_r \quad (7)$$

a , b はそれぞれ質量比例減衰、剛性比例減衰（いずれも定数）である。 \mathbf{C}_{cont} は接触による時変の減衰行列を示す。

式(3)の運動方程式を数値積分（ここではNewmark- β 法を用いる）により解く。ただし、式(3)には非線形項が含まれるため、収束計算（ここではNewton-Raphson法を用いる）を実行する³⁾。収束計算では、架線の幾何学的非線形性に起因して生じる各接点の不釣り合いが無視できる程度以下に小さくなるまで繰り返し計算を実行する。

3.2 架線とパンタグラフの接触点

架線とパンタグラフの接触点の座標 $\mathbf{q}_{c,cont}$ を次のように算出する（図4）。

ある時刻のパンタグラフの在線位置を Z_p としたとき、 Z_p を通りかつ Z 軸に垂直な平面 S を求める。また、パンタグラフ在線位置近傍のトロリ線要素に対して、その両端の節点を結ぶ線分 L を求める。次に平面 S と交差する線分 L を探索し、交差する線分の両端の節点から構成される要素がパンタグラフと接触する要素であるものとする。ここで、平面 S と線分 L との交点 $\mathbf{q}_{c,L}$ と節点との距離 w_{cont} を算出しておく。次に、この要素に対して式(8)を適用して接触点 $\mathbf{q}_{c,cont}$ を算出する。

$$\begin{aligned} \mathbf{q}_{c,cont} &= [X_{c,cont} \ Y_{c,cont} \ Z_{c,cont}]^T \\ &= \Lambda \mathbf{Q} \mathbf{q}'_{c,cont} \end{aligned} \quad (8)$$

ここで、 Λ は要素座標系から全体座標系への変換行列（その転置行列は全体座標系から要素座標系への変換行列）を示す。また、 \mathbf{Q} は上述した w_{cont} と要素長 l から算出される形状関数であり、内挿計算により要素内の変形量を算出するために用いる。ただし、形状関数による内挿計算は要素座標系における梁のたわみおよびたわみ角の使用を前提としている。そのため、式(2)のように節点の状態量に剛体運動に伴う回転の影響が含まれている場合は内挿計算を行うことができない。そこで、式(9)のように回転成分 φ , θ , ψ のかわりにたわみ角 ε_x , ε_y およびねじり角 ε_z を用いた新たな状態量ベクトル

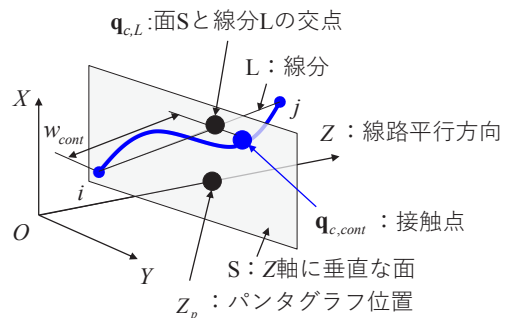


図4 架線とパンタグラフの接触点

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{q}}_{c,cont}^T &= [\tilde{\mathbf{q}}_{c,i}^T \quad \tilde{\mathbf{q}}_{c,j}^T]^T \\ \tilde{\mathbf{q}}_{c,i}^T &= [x_{c,i} \quad y_{c,i} \quad z_{c,i} \quad \varepsilon_{x,i} \quad \varepsilon_{y,i} \quad \varepsilon_{z,i}]^T \end{aligned} \quad (9)$$

から接触点の座標を算出する。ここでは、接触する要素両端の節点を i, j とし、添え字「 \sim 」は節点における並進変位とたわみ角により構成されるベクトルを、 $\varepsilon_{x,i}$ は節点 i における x 軸周りのたわみ角を（下添え字が z の場合は z 軸周りのねじり角）を、それぞれ示す。また、添え字「 \sim 」は要素座標系における記述であることを示す。

なお、後述するように接触力の算出にはトロリ線とパンタグラフの相対速度を用いることから、接触点におけるトロリ線の速度を算出する必要がある。これについては、式(10)～式(12)により求める。なお、式(12)内の $\dot{\varepsilon}$ については式(13)～式(18)により算出する。

$$\dot{\mathbf{q}}_{c,cont} = \Lambda \mathbf{Q} \dot{\mathbf{q}}_{c,cont}' \quad (10)$$

$$\dot{\mathbf{q}}_{c,cont}' = [\dot{\mathbf{q}}_{c,i}'^T \quad \dot{\mathbf{q}}_{c,j}'^T]^T \quad (11)$$

$$\dot{\mathbf{q}}_{c,i}' = [\dot{x}_{c,i} \quad \dot{y}_{c,i} \quad \dot{z}_{c,i} \quad \dot{\varepsilon}_{x,i} \quad \dot{\varepsilon}_{y,i} \quad \dot{\varepsilon}_{z,i}]^T \quad (12)$$

$$\dot{\varepsilon}_{x,i} \approx \frac{-\dot{y}_{c,i} + \dot{y}_{c,j}}{l} + \dot{\phi}_{c,i} \quad (13)$$

$$\dot{\varepsilon}_{y,i} \approx \frac{\dot{x}_{c,i} - \dot{x}_{c,j}}{l} + \dot{\theta}_{c,i} \quad (14)$$

$$\dot{\varepsilon}_{z,i} \approx \frac{\dot{\psi}_{c,i} - \dot{\psi}_{c,j}}{2} \quad (15)$$

$$\dot{\varepsilon}_{x,j} \approx \frac{-\dot{y}_{c,i} + \dot{y}_{c,j}}{l} + \dot{\phi}_{c,j} \quad (16)$$

$$\dot{\varepsilon}_{y,j} \approx \frac{\dot{x}_{c,i} - \dot{x}_{c,j}}{l} + \dot{\theta}_{c,j} \quad (17)$$

$$\dot{\varepsilon}_{z,j} \approx \frac{-\dot{\psi}_{c,i} + \dot{\psi}_{c,j}}{2} \quad (18)$$

3.3 接触力の算出

接触力の算出方法を以下に示す。弾性接触法において、ペナルティ係数を α, β とし、接触力 F_{cont} を次式で表す。

$$\begin{aligned} F_{cont} &= \alpha (\dot{X}_{c,cont} + \dot{X}_{r,cont} - \dot{X}_{p,1}) \\ &\quad + \beta (X_{c,cont} - X_{p,1}) \end{aligned} \quad (19)$$

右辺第一項は接触点におけるトロリ線とパンタグラフ間の相対速度を、同第二項は相対変位を、それぞれ示す。ここで、 $\dot{X}_{r,cont}$ はパンタグラフの走行により生じる見かけ上のトロリ線とパンタグラフの相対速度である。これは、パンタグラフの進行方向 (Z 方向) に対して、接触点におけるトロリ線の接線方向 ($\partial X / \partial Z$) が傾斜している場合に生じる項で、このときパンタグラフから見るとトロリ線が離れる（もしくは近づく）ように観測される。そのため上記の相対速度を考慮する必要があり、次式により算出する。

$$\dot{X}_{r,cont} = v \mathbf{D} \mathbf{A} \mathbf{Q}^d \dot{\mathbf{q}}_{c,cont}' \quad (20)$$

ここで、 \mathbf{D} は X 軸方向の成分のみを抽出するためのベクトルで $\mathbf{D} = [1 \ 0 \ 0]$ とする。また、 \mathbf{Q}^d は形状関数の要素長手方向 (z 方向) に対する空間微分である。式(19)の α, β については、離線を再現するために状態量の変化に応じて次式により適宜変更する。

$$\dot{X}_{c,cont} - \dot{X}_{p,1} > 0 \text{ のとき } \alpha = 0, \beta = 0 \quad (21)$$

ただし、接触しているとき ($X_{c,cont} - X_{p,1} \leq 0$) であってもトロリ線とパンタグラフが離れる方向に移動しているときは $\alpha = 0$ とする。

このようにして得られた F_{cont} (式(19)) を運動方程式に適合する形に変形して式(5)の F_{inc} に代入する。ただし、架線に対しては正（上向き）の力として、パンタグラフに対しては負（下向き）の力として代入する。

3.4 接触状態の変化

式(21)のようにパンタグラフの接触状態（離線または着線、相対速度の正負）に応じてペナルティ係数を適宜切り替えていくが、収束計算過程で切り換えると計算が不安定になる（収束しない）可能性がある。そこで、本シミュレータでは次の方法によりペナルティ係数の切り替えを行う。

まず、 $n - 1$ ステップ目の接触状態が n ステップ目でも継続するものと仮定して 3.1 節の数値積分および収束計算を実行して第一収束解を得る。ここで、接触点にお

けるトロリ線とパンタグラフの相対変位および相対速度を算出し、 $n - 1$ ステップ目の接触状態が継続していれば第一収束解を n ステップ目の解であるものとして次ステップ ($n+1$ ステップ) の計算に進む。一方、 $n - 1$ ステップ目と n ステップ目の接触状態が異なれば、第一収束解の接触状態に合致するペナルティ係数を用いて数値積分および収束計算を再度実行する。これにより得られた近似解を n ステップ目の解として次ステップの計算に進む。なお、本シミュレータでは、第1ステップにおいては、パンタグラフが離線しているものとして計算を開始することとしている。

4. 温度変化が集電性能に与える影響の検討

本シミュレータを用いた解析例として、温度を変えた条件（線条が伸縮する条件）での計算結果を以下に示す。架線は図1に示したシンプル架線（全長 300m）とする。ここでは、温度変化による架線構成の変化を確認しやすいように、自動張力調整装置がトロリ線のみに取り付けられているものとし、ちょう架線は固定引留とした。温度は 15℃と -10℃の2パターンとし、15℃におけるトロリ線のハンガ下点高さを 0、ちょう架線の張力を 9.8kN とした。なお、自動張力調整装置は現実には伸縮量により張力（引張力）が変動するが⁹⁾、本計算ではこれを考慮せず、温度が変化しても張力が一定（9.8kN）に保たれているものとしている。これ以外の架線条件は表1と同一である。

しゅう動するパンタグラフは図3と同様に2つの質点によりモデル化し、パンタグラフ数を1基、走行速度を 120km/h とした。パンタグラフ条件の詳細は表2のとおりである。

ペナルティ係数 α 、 β を 100Ns/m、 5×10^4 N/m、時間刻み幅を 1.0×10^{-3} s、架線の線条（トロリ線、ちょう架線）の要素長を 0.25m とした。また、温度を変化させるときの温度刻み ΔT を 1℃として静構造計算を行った。

架線モデルの静構造の拡大図を図5に、ちょう架線とトロリ線の静的な張力の計算結果を図6にそれぞれ示す。気温が -25℃に下がるとちょう架線の張力が 4kN 程度増加した。これに伴いトロリ線の径間中央が上昇し、支持点付近と径間中央の高低差が 90mm 程度となった。また、図6より張力が全区間で様になっていないことがわかるが、これは抑制抵抗によるものと考えられる⁶⁾。さらに、トロリ線に挿入した自動張力調整装置により計算区間両端のハンガ位置が計算区間中央側に約 60mm ずつ移動していた。なお、ちょう架線は固定引留であるものの線条の伸縮が生じるため、計算区間両端のハンガのちょう架線側の位置は約 20mm ずつ計算区間中央側に移動していた。このように、本シミュレータでは、

表2 パンタグラフ諸元

質量 (kg)	m_1	8
	m_2	10
ばね定数 (N/m)	k_1	1000
減衰定数 (Ns/m)	c_1	40
	c_2	100
静押上力 F_0 (N)		54
揚力係数 (N/(km/h) ²)		3×10^{-4}
速度 (km/h)		120

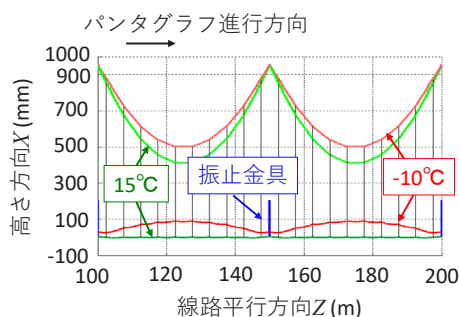


図5 温度変化前後の架線高さ (X-Z 平面)

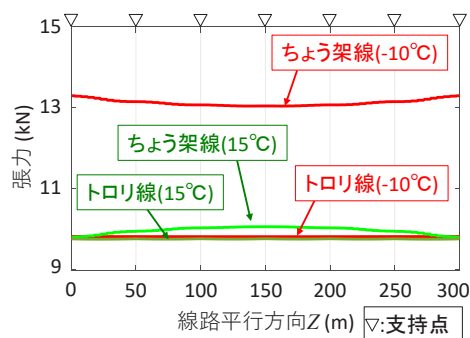


図6 温度変化前後の張力の分布

気温変化に伴う張力変化を計算するだけでなく、線路平行方向に対する線条の移動を考慮することが可能である。従来のシミュレータでは気温変化に伴う張力変化を別途計算し入力条件として扱うことで弛度などを再現することはできたものの、上述のような抑制抵抗やハンガ位置の移動などを考慮することができなかった。

図7に 100Hz のローパスフィルタを施した接触力の時刻歴波形を、表3に 100m ~ 200m 間の接触力の統計値を、それぞれ示す。支持点間の最大値は支持点手前 ($Z=140$ m, 190m 付近) で観測され、-10℃の方が 15℃のときより高いこと、最小値は支持点通過後 ($Z=105$ m, 155m 付近) で観測され -10℃の方が小さいことがわかる。また、統計値 (表3) より -10℃の方が接触力変動 (標準偏差) が大きく、集電性能が悪化していることがわかる。これは、図7に示したように、-10℃において支持点を通じた後はトロリ線が上りこう配になり、支持点の手前ではトロリ線が下りこう配になってい

特集：鉄道力学

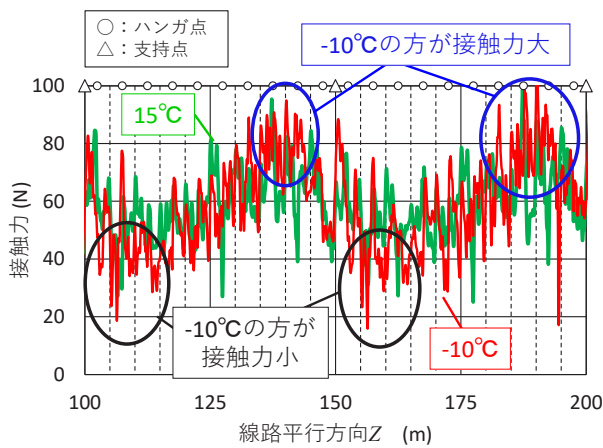


図7 接触力の時刻歴波形

(100m～200m間, ローパスフィルタ: 100Hz)

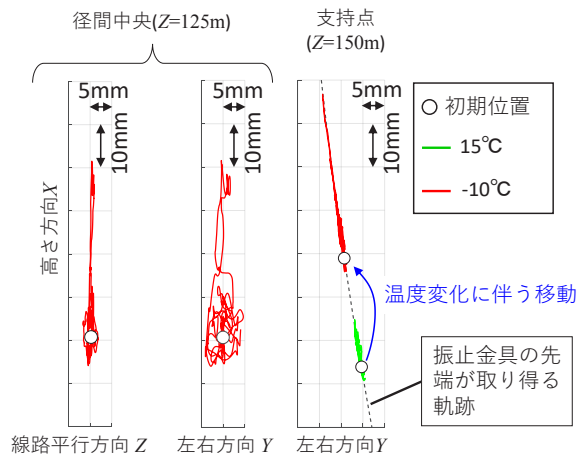


図8 トロリ線の節点の軌跡

るためと考えられる。

また、図8に径間中央 (Z=125m) と支持点 (Z=150m) のトロリ線節点の X-Y 面および X-Z 面に投影した軌跡を示す。3.3 節のように接触力は鉛直方向にしか与えていないが、Y 方向および Z 方向にも運動していることがわかる。これは、支持点の振止金具が鉛直方向の力に対して回転運動する (図8右) ため左右方向の振動が励起されること、パンタグラフの接触によるトロリ線の局所的な張力増加が生じること、要素の回転により節点が Z 方向に変位することなどによると考えられる。このように、本シミュレータでは三次元運動を表現できることから、例えば圧縮力の作用した曲線引金具など、これまでのシミュレータで再現が困難であった様々な架線条件での評価を行えるようになった。

5. まとめ

直線区間に架設され、温度伸縮による架線の構造変化を考慮可能な三次元 FEM による架線モデル上を、集中質量で表現されたパンタグラフモデルがしゅう動するシミュレータを開発した。今後は、曲線や勾配を含む任意線形の軌道上に架設された架線をしゅう動可能とするとともに、三次元 FEM でモデル化されたパンタグラフのしゅう動も計算可能となるようシミュレータの拡張を行う予定である。

文献

1) 網干光雄：弾性支床弦モデルによる架線・パンタグラフ系の径間周期運動解析, 日本機械学会論文集 (C 編), 75 巻 755 号, pp.1950-1956, 2009

表3 接触力の統計値

温度	接触力 (N)	
	15°C	-10°C
最大	98.6	105.0
最小	25.1	13.7
平均	59.0	58.4
標準偏差	11.3	16.3

2) Stefano Bruni, Jorge Ambrosio, Alberto Carnicero, Yong Hyeon Cho, Lars Finner, Mitsuru Ikeda, Sam Young Kwon, Jean-Pierre Massat, Sebastian Stichel, Manuel Tur, Weihua Zhang: The results of the pantograph-catenary interaction benchmark, Vehicle System Dynamics Vol.53, No.3, pp.412-435, 2015.

3) 池田充：有限要素法に基づく架線・パンタグラフ系の3次元運動シミュレーション, 鉄道総研報告, Vol.26, No.8, pp.11-16, 2012

4) 小山達弥, 長尾恭平, 池田充：任意の線形に対応した架線およびパンタグラフモデルの開発, 鉄道総研報告, Vol.32, No.6, pp.5-10, 2018

5) 池田充, 小山達弥：任意軌道に対する電車線モデルの作成手法 (その2), 日本機械学会 2017 年度年次大会講演論文集, 2017

6) 池田充, 常本瑞樹：FEM による温度変化に伴う架空電車線の静構造変化解析, J-RAIL2017 講演論文集, 2017

7) 小山達弥, 池田充, 長尾恭平：有限要素法による三次元架線モデルと集中質量パンタグラフモデルの接触解析手法, J-RAIL2018 講演論文集, 2018

8) 日本機械学会：マルチボディダイナミクスの接触問題 (発展編) 講習会資料, 通計番号 No.08-91, 2008

9) 神保圭佑, 常本瑞樹, 清水政利, 齊藤真吾：電車線の張力変動, J-Rail2014 講演論文集, 2014