

蛇行動限界速度評価における加振条件の影響

山長 雄亮* 木戸 和哉**

Influence of Excitation Condition on Evaluating the Critical Hunting Speed

Yusuke YAMANAGA Kazuya KIDO

Hunting of a railway vehicle is the self-excited oscillation, which is unfavorable to the running stability of the vehicle because it can generate relatively large lateral forces between the wheels and the tracks. In order to verify the running stability of a train bogie, we usually conduct a hunting motion test on the roller rigs. The test has two types: a simple rotation test and an excitation test. It is well known that the critical hunting speed can vary depending on the way of excitation. Therefore, we experimentally investigated how the waveform of roller the rigs influenced the critical hunting speed, and we confirmed that whether the hunting oscillation would occur or not depended on the initial lateral amplitude of the free oscillation that was generated by the excitation. In this paper, we reported the results of the hunting motion tests, then examined them from the viewpoint of the global stability of hunting oscillation. In addition, we pointed out an analogy between the hunting oscillation and a bifurcation phenomenon that is known to occur in a nonlinear system.

キーワード：蛇行動試験，蛇行動限界速度，車両試験装置，加振方法，非線形，分岐

1. はじめに

鉄道車両の自励振動現象である蛇行動は、走行安定性上好ましくない現象である。したがって、台車設計においては支持ばねの剛性や減衰力、車輪踏面のこう配などさまざまな要素を考慮して、蛇行動の防止を図る。製作した台車の走行安定性を実際に評価する方法の一つに、車両試験装置を用いた定置での蛇行動試験がある。車両試験装置は、外周部の断面形状が実際のレールと同じになっている軌条輪上に台車を載せて高速回転することで軌道上の走行を模擬することが出来る。本装置を用いる蛇行動試験は、単純回転試験と加振試験に大別される。単純回転試験は明示的な外乱を与えず、軌条輪の回転のみで発散にいたる速度をもとめる試験方法である。一方、加振試験には、供試体に対して直接外力を加える方法や軌条輪を加振する方法などがある。いずれの加振方法も、不整のないまっすぐなレール上の走行を模擬する単純回転試験と比較して、明示的な外乱を作用させた場合の走行安定性を評価することを目的としている。しかし、その加振方法の違いにより、蛇行動限界速度が異なる場合があることが経験的に知られている。また、加振方法を軌条輪加振に限定した場合でも、その加振波形によって蛇行動限界速度に差が生じる場合がある。

そこで、本研究では、加振方法の差異が蛇行動限界速度に与える影響を評価するために、実物台車を用いて蛇

行動試験を実施した。その結果、加振方法と蛇行動限界速度の関係が、台車に固有の特性曲線（蛇行動限界曲線）と加振後の振幅の大きさで決まることを見出した¹⁾。

本稿では、まず、加振方法を軌条輪加振に限定したいくつかの加振波形とその時の蛇行動限界速度の差を示す。次に、蛇行動の基本特性の調査を目的として実施した単純回転試験と加振試験の結果の比較から、蛇行動限界速度と収束速度間の速度域における大域的な安定性を明らかにし、蛇行動と収束を分ける条件が、自由振動の初期振幅の大きさにあることを指摘する。そして、それらの結果を基に、前述した軌条輪加振方法の差異が蛇行動限界速度に与える影響について合理的な説明を与えるとともに、軌条輪加振に限らず、任意の加振方法において走行安定性上、等価となるような加振条件を示す。最後に、蛇行動と収束とを決定する大域的な安定性について、非線形系に特有の分岐現象の観点から考察する。

2. 軌条輪装置上での蛇行動試験と加振方法

2.1 荷重枠を用いた半車体条件

軌条輪装置上で蛇行動試験を実施する場合、実際の車体と2台車を用いた1車両条件と、荷重枠と呼ばれる枠組みに死荷重を配置して車体の半分の質量特性を模擬した仮想半車体と1台車を用いた半車体条件で行う場合がある。今回の試験では、後者の条件にて試験を実施した。図1に写真と模式図を示す。今回、軌条輪の回転方向は、図1において反時計回りとしている。この場合、供試台車は、一車両走行を想定した場合の進行方向後位台車に

* 車両構造技術研究部 走り装置研究室

** 車両構造技術研究部 走り装置研究室（現九州旅客鉄道株式会社）

特集：車両技術

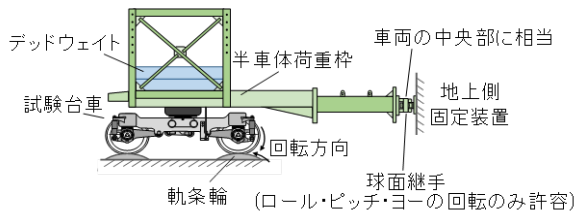
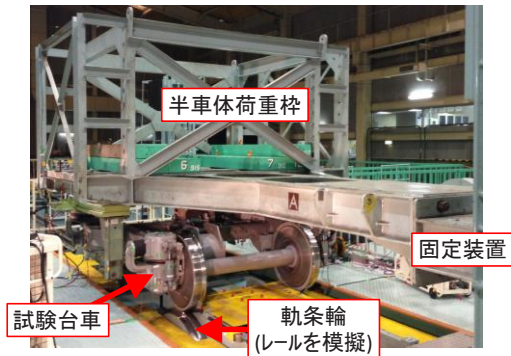


図1 半車体条件

相当する。

2.2 蛇行動のモードと台車蛇行動

蛇行動には、その振動モードによって幾つかの種類があり、輪軸単体が激しく振動する輪軸蛇行動と、輪軸と台車が概ね一体となって大きく振動する台車蛇行動は比較的高い走行速度で発生する。一方、外乱によってそれらと比べて低い速度帯域においても、比較的低い周波数で車体が大きく揺れることがあり、車体蛇行動と呼ばれている。

今回の試験では台車蛇行動に相当する振動モードのみが観測され、車体蛇行動や輪軸蛇行動に相当するモードは確認されなかった。以降、本稿で取り扱う蛇行動はすべて台車蛇行動である。

実際に発生する台車蛇行動の波長は、幾何学的台車蛇行動波長 (S_2) と呼ばれる波長に概ね近い値を示す場合が多い。 S_2 は、輪軸が台車枠に対して剛に取り付いている2軸剛台車を仮定した場合の幾何学的な波長であり、車輪径と踏面勾配および軌間から計算される1輪軸の幾何学的蛇行動波長 (S_1) と2軸剛台車の軸距を用いて算出できる。

2.3 軌条輪の加振方法

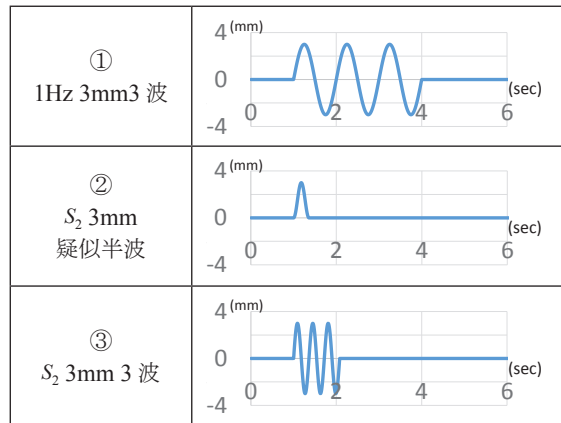
蛇行動試験において軌条輪を加振する場合、一般に、周期関数や、実際の軌道変位を模擬した実軌道波形が用いられる。周期関数の場合、周波数や、波数などが様々

に考えられるが、本試験では、以下に示す3つの周期関数を加振方法の例として取り上げる。

- ① 周波数が1Hzで片振幅3mmの正弦波を連続3波で加振する方法。以降、1Hz 3mm 3波と称する。
- ② 走行速度を S_2 で除した幾何学的台車蛇行動角周波数 (ω) により、 $A(1-\cos\omega t)$ で表される周期関数1波で加振する方法。全振幅3mmの時 $A=1.5\text{mm}$ となる。見かけ上片振幅3mmの周期関数の半波長に類似していることと S_2 に由来することから、以降 S_2 3mm 疑似半波と称する。
- ③ 周波数は②と同じ幾何学的台車蛇行動周波数とし、片振幅3mmの正弦波を連続3波で加振する方法。以降 S_2 3mm 3波と称する。

表1にそれぞれの加振波形の概形を示す。

表1 軌条輪加振波形の例



2.4 蛇行動試験結果

前節で示した軌条輪加振方法を用いて蛇行動試験を実施した。それぞれの加振方法と単純回転において蛇行動が発生した速度を表2に示す。なお、加振試験では、10km/h ずつ速度を向上させて実施した。通常、加振試験においては、蛇行動が発生した速度段の一つ前(収束が確認された最高の速度段)を蛇行動限界速度と定義する場合があるが、本稿では、説明の都合上、蛇行動が発生した速度を蛇行動限界速度として定義する。

表2に示す様に、加振方法の違いにより蛇行動限界速度が異なることを、実験的に確認した。以降では、これらの結果にもとづき、加振方法により蛇行動限界速度が異なる理由を検証する。

表2 軌条輪加振方法と蛇行動限界速度

加振方法	単純回転	1Hz 3mm 3波	S_2 3mm 疑似半波	S_2 3mm 3波
蛇行動限界速度	282km/h	270km/h	250km/h	240km/h

3. 蛇行動が発生する速度帯域と発生条件

3.1 単純回転試験結果の検証

供試台車の蛇行動安定性に関する基本特性を調べるため、単純回転試験を実施した。これは、軌条輪試験装置自体が有する微小なミスアライメント等によって、軌条輪単純回転時に発生する微小外乱に対する安定性を調べる試験に相当する。

軌条輪の回転速度を徐々に増加し、中立位置が不安定化して蛇行動に発展する速度と、そこから徐々に減速して蛇行動が収束するまでの推移を調べた。結果を図2に示す。軌条輪回転速度を横軸に、蛇行動発生時の輪軸左右変位の定常振動片振幅を縦軸として蛇行動発生から収束までの推移を表したものである。

軌条輪を加速して、時速282km/hに達したとき、中立位置で安定であったものが、突如発散して大振幅の蛇行動に至った。この状態から減速する過程では、速度の低下とともに僅かに定常振動振幅は減少するが、蛇行動状態を維持する。そして、最終的には時速240km/hまで下ったときに急速に減衰し、中立位置に収束した。同様の試験を複数回繰り返したところ、蛇行動限界速度については、最大で10km/h程度の差が生じたが、蛇行動が収束する速度については、その差異は最大でも3km/h程度であり、再現性の高い結果が得られた。

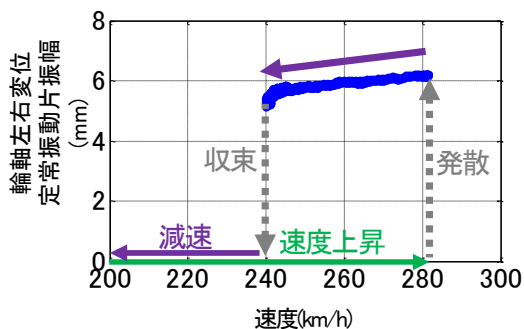


図2 蛇行動発生から収束までの推移（単純回転）

3.2 加振試験時の推移

加振試験時における、蛇行動発生から収束までの推移を検証する。前節の図2に対して、2.3節で示した3種類の加振方法での試験における、蛇行動発生から収束までの推移を重ねたものを図3に示す。各加振方法で、蛇行動が発生する速度は異なるが、その後の推移は、単純回転時で辿った推移とほぼ一致していることが分かる。 S_2 3mm 3波では、蛇行動発生後にわずかな減速で収束していることを表している。なお、振動周波数についても、図3と同様に、加振方法に関わらず同じ推移をたどることを確認している。

これらのことから、単純回転も含めて加振方法の違い

は蛇行動発生速度に差異を与えるが、それぞれの加振方法によって生じる蛇行動発生後の状態に差異はなく、すべて同じ状態に移行していることが実験的に明らかになった。

前節の結果も含めて、単純回転試験において蛇行動が発生する速度から、減速して収束する速度に至るまでの速度帯域において、大振幅の蛇行動を維持する定常状態と中立安定な状態との2つの定常状態が存在することが分かった。このことは、変位や速度など運動の初期状態（以降、初期条件）に、収束するか蛇行動にいたるかを分ける境界が存在することを示唆するものであり、次節においてその境界条件を探索する。

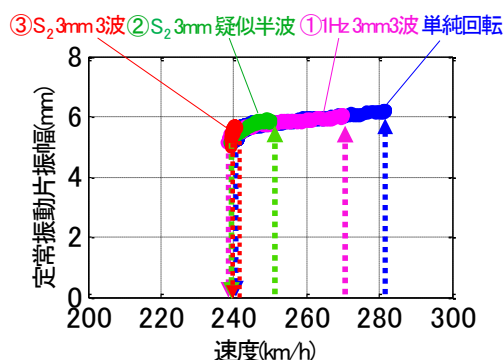


図3 蛇行動発生から収束までの推移（加振試験）

3.3 収束と蛇行動を分ける境界

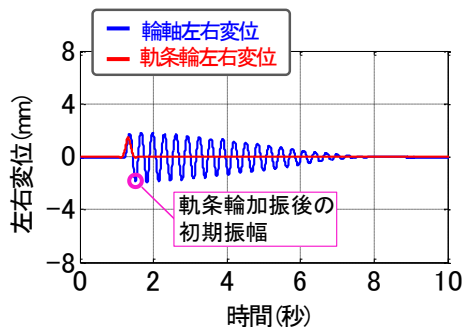
収束と蛇行動を分ける境界を探索するためには、できるだけ連続的に、初期状態を変えながら試験を実施する必要がある。一つの方法として、供試台車に対して外側から静的に力を加え、期待する初期状態になった状態で外力を解放することが考えられるが、現有設備では難しい。そこで、軌条輪の単発加振をトリガーとして自由振動を促し、図4において○囲みで示すような軌条輪加振直後の初期振幅を、初期状態とみなすことにした。

軌条輪の加振振幅を調節することによって、自由振動の初期振幅を変化させ、図4に示すように、加振後の自由振動が収束する場合と、加振後の自由振動が発散し蛇行動に至る場合の境界を探索した。

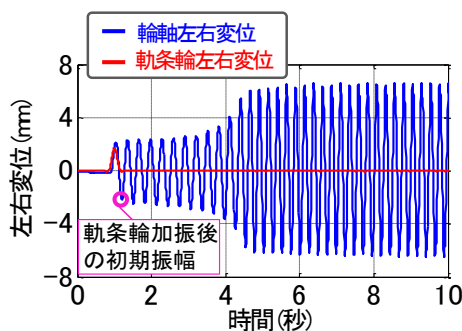
図5に実験結果を示す。同図中の○印は中立位置へ収束し、×印は蛇行動に至ることをそれぞれ示す。図5より、収束と蛇行動を分ける初期振幅には、明確な境界が存在することが実験的に明らかになった。この境界線のことを、以降、蛇行動限界曲線と称する。さらに図5から、蛇行動限界曲線の高速側終端点が単純回転試験時の蛇行動限界速度に概ね一致していることが分かる。また、蛇行動発生後に減速をして中立位置に収束する直前の定常振動振幅（図5の灰色実線の左端）と蛇行動限界曲線の低速側終端が概ね一致している。

特集：車両技術

以上のように、単純回転試験において蛇行動が発生する速度（A点）と、発生した蛇行動が減速時に収束する直前の定常振動振幅となる点（B点）との間に、連続的に蛇行動限界曲線が存在し、自由振動の初期振幅が蛇行動限界曲線を超過するか否かで、蛇行動発生の有無が一義的に決まることが実験的に明らかとなった。



(a) 収束する場合



(b) 蛇行動に至る場合

図4 軌条輪加振と初期振幅の関係

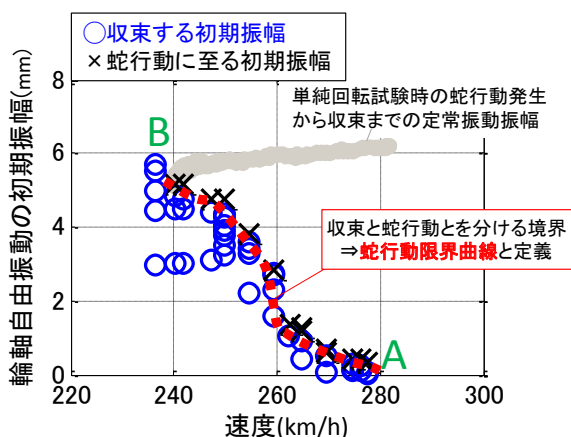


図5 蛇行動と収束を分ける境界

4. 加振方法の違いと蛇行動限界速度の関係

4.1 加振直後の初期振幅と蛇行動限界曲線

蛇行動試験における軌条輪加振についても、3.3節と同様に、軌条輪加振自体はあくまで自由振動を促すトリガーとみなし、加振直後の初期振幅で整理する。2.3節の3種類の加振方法を用いた蛇行動試験について、蛇行動限界曲線図（図5）に重ねた結果を図6に示す。図の△印はその初期振幅の自由振動が収束したことを表し、■印は収束せずに蛇行動に至ったことを表す。

3種類すべての加振方法で、自由振動の初期振幅が蛇行動限界曲線の左側の領域にあれば収束し、右側の領域にあれば蛇行動に至っている。加振方法を問わず、加振直後の初期振幅が蛇行動限界曲線を越えるか否かで、蛇行動発生の有無が決まることが実験的に明らかとなった。

以上の結果から、加振波形の差異によって蛇行動限界速度が異なる理由の本質は、加振によって生じる自由振動の初期振幅の大きさの違いに帰着できるものと考えられる。

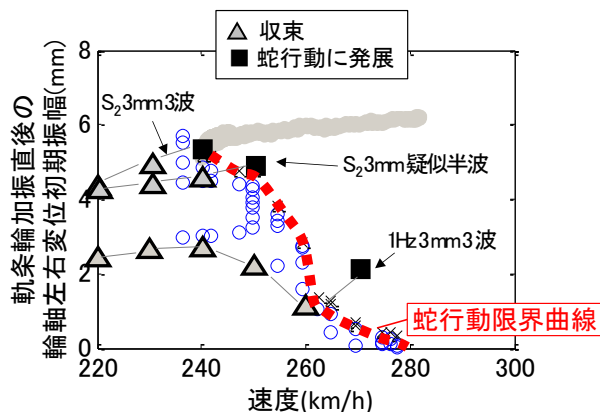


図6 軌条輪加振波形と蛇行動限界速度の関係

4.2 走行安定性上等価な外乱となる加振方法

ここまで、加振方法を軌条輪加振に限定し、加振波形の違いと蛇行動限界速度の関係が、蛇行動限界曲線を用いて説明できることを述べた。一方で、外乱付与方法として、供試体に対して直接外力を加えて蛇行動試験を行う場合もある。

そこで、台車枠中心部分を引っ張り、所定の力になった時点で力を解放する方法（以降ワイヤーカット）を例として、ボルスタレス台車の半車体モデルを用いた数値シミュレーションを行い、軌条輪加振との関係を調査した。

まず、走行速度を段階的に上昇させながら、ワイヤーカットによって蛇行動が発生した時の輪軸左右変位の時刻歴波形を図7(a)に示す。次に、この蛇行動が発生した速度を固定し、段階的に加振振幅を増加させた軌条輪

加振試験により、蛇行動が発生した時の輪軸左右変位の時刻歴波形を図7(b)に示す。図7(a)でのワイヤーカット直後の輪軸左右変位初期振幅と、図7(b)での輪軸加振直後の輪軸左右変位初期振幅はほぼ同じ値を示していることがわかる。

従って、例えば、加振装置の異なる車両試験装置を用いて、台車の走行安定性を評価する場合、加振後の初期振幅を揃えることで、走行安定性上の外乱として等価な加振試験が実施可能であることが推察される。但し、車両試験装置の加振機構のみが異なる場合を想定しているため、それ以外の主要諸元、例えば軌条輪半径の大きさや半車体荷重枠の長さなどが異なる場合には、適当な補正が必要となるものと考えられる。

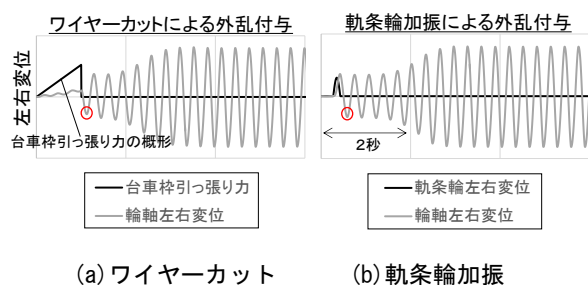


図7 異なる加振方法（加振機構）による蛇行動試験

5. 蛇行動と分岐現象

ここまで、実験的検証により、単純回転試験での蛇行動限界速度以下でも、加振によって生じる初期振幅の大きさが一定の閾値を超過すると蛇行動が発生すること、また、その閾値が速度によって連続的に変化（蛇行動限界曲線が存在）することを示した。

ところで、解析的手法を用いて蛇行動に対する安定性を評価する場合、一般的には、力学モデルを中立点近傍において線形化し、固有値解析を行うことが多い。固有値の実部が負から正に変わる速度を固有値解析における蛇行動限界速度とみなすことが一般的で、これを実現現象に当てはめた場合は、単純回転試験時の蛇行動限界速度に相当する。先述したように、実際の蛇行動試験では、単純回転であっても、軌条輪装置自身が元来有するミスアライメントにより、微小な外乱を誘発するため、単純回転試験はその微小外乱に対する局所的な安定性を評価することに相当する。また、線形系では、蛇行動限界速度以下であれば、どのような外乱を与えても蛇行動に相当する発散現象は起こらない。しかし、実際には、単純回転試験での蛇行動限界速度以下であっても、初期条件次第で蛇行動が発生する。このことを理論的に再現するには、線形モデルでは不十分で、系の非線形性を適切に反映する必要がある。

本章では、蛇行動限界曲線の存在により単純回転試験での蛇行動限界速度以下でも蛇行動が発生する実験的検証結果に対して、非線形系に特有な現象である分岐現象との類似性を指摘する。

5.1 分岐現象

分岐現象とは、パラメータの僅かな変化に伴って力学的特性が劇的に変化する現象のことを言う。例えば、梁の座屈現象がその一例であり、座屈荷重以下の垂直荷重が作用している状況であれば、微小な外乱を与えても梁はまっすぐな状態を維持するが、垂直荷重が座屈荷重をわずかも上回ると、まっすぐな状態を維持できず、座屈して新たな変形状態へ移行する。この場合、垂直荷重をパラメータとすると、座屈荷重を分岐点と呼ぶ。単純回転試験を例にすると、走行速度をパラメータとした場合、蛇行動限界速度近傍において中立安定だったものが走行速度の僅かな上昇によって突如大振幅の蛇行動の定常振動状態に至っているため、これも分岐現象の一つであると言える。蛇行動限界速度が分岐点となる。この分岐点近傍において、初期値に依存した蛇行動安定性を再現するには、非線形性を適切に力学モデルに反映させる必要がある。具体的には、非線形復元力を有するバネや、踏面とレールとの接触特性の非線形性などが考えられる。以下では、分岐点近傍の蛇行動安定性を支配する非線形要素については言及せず、実験から得られた蛇行動限界曲線について、分岐現象との関係を考察する。

5.2 亜臨界ホップ分岐²⁾

図8に、分岐現象の一つである亜臨界ホップ分岐の分岐図を示す。状態量 x_1 , x_2 およびパラメータ μ を有する2次元非線形系について、 μ を変数とみなして、状態量の運動を3次元の相空間上に模式的に表したものであり、 $\mu = 0$ で亜臨界ホップ分岐が生じている様子が示されている。以降は、3次元空間において $\mu = \text{一定値}$ とした断面での状態量 x_1 , x_2 の運動を表現する2次元平面を相平面と称する。

亜臨界ホップ分岐では、 $\mu > 0$ のとき、中立位置は不安定になり、状態量は振動的に発散する。一方、 $\mu < 0$ の場合、中立位置自体は局所的には安定であるものの、必ずしも相平面上の全ての状態量が中立位置に収束する訳ではない。図に点線で示した中立点を囲むように存在する閉曲線を境に、安定性が異なる。閉曲線より内側に状態量が位置すれば、振動的に中立位置へ収束し、外側であれば振動的に無限遠へ発散する。この中立位置への収束と発散とを分ける相平面上の閉曲線を不安定なリミットサイクルと呼ぶ。不安定なリミットサイクルの大きさは、 $\mu < 0$ の範囲において、 μ が小さいほど大きく、 μ の増加に伴って縮小し、 $\mu = 0$ で消滅する。

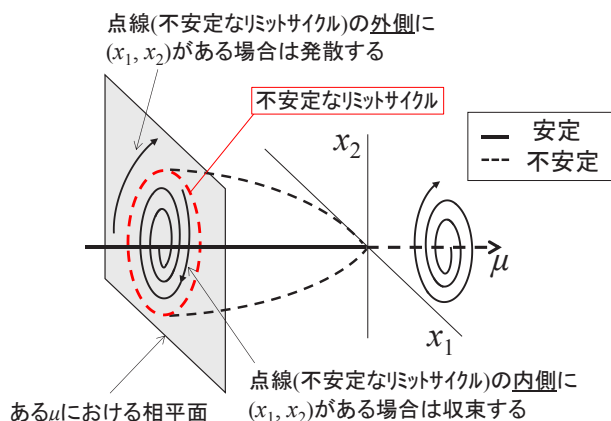


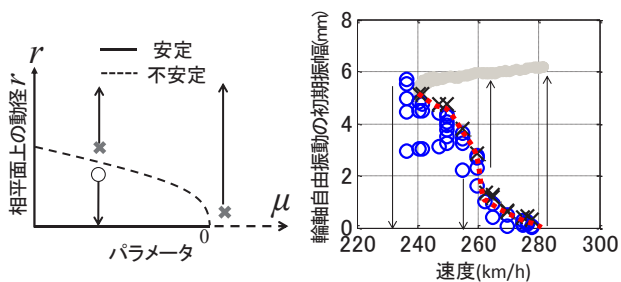
図8 亜臨界ホップ分岐

5.3 蛇行動限界曲線と分岐線図

蛇行動限界曲線を分岐現象の観点から考察する。簡単のために、輪軸の左右変位の運動のみに着目し、変位と速度を状態量と考えた場合、蛇行動限界曲線は、相空間上で収束と蛇行動を分ける近傍の状態量の中で、速度が0となる点の集合となる。

今、図8において相平面上での状態量の運動を動径 r と回転角 θ で極座標表示した場合の動径 r の分岐図と、試験で得られた蛇行動限界曲線をそれぞれ図9に示す。図9から、以下の点において亜臨界ホップ分岐と蛇行動の類似性が認められる。まず、不安定なリミットサイクルを境に内側と外側とで平衡点への収束と発散に分かれているのに対し、蛇行動限界曲線上の点を境に内側の初期振幅では収束し外側では蛇行動が発生している。また、 $\mu = 0$ の分岐点に近づくにつれて不安定なリミットサイクルの半径が縮小しているのに対し、単純回転での蛇行動限界速度に近づくにつれて蛇行動限界曲線が0に近づいている。さらに、分岐点を超えると平衡点が不安定化していかなる初期値の状態量でも発散するのに対し、蛇行動限界速度を超えると外乱がなくとも蛇行動に至っている。

以上のように、蛇行動限界速度近傍における安定性が、亜臨界ホップ分岐の力学的特性によって説明できることが分かった。



(a) 亜臨界ホップ分岐

(b) 蛇行動限界曲線

図9 亜臨界ホップ分岐と蛇行動限界曲線の類似性

蛇行動限界曲線の内側に初期変位が存在することは、相平面上において、不安定なリミットサイクルの内側に初期状態が存在することと等価である。また、蛇行動限界曲線の外側に初期変位があれば、それは不安定なリミットサイクルの外側に初期状態があることと等価である。不安定なリミットサイクルの力学的特性から、収束と発散にその後の挙動が分かれていたことになる。但し、実際の蛇行動では、振幅が無限大に発散することはなく、フランジ根元部での接触によって振幅が抑えられて定常振動となる。

4章の結果は、蛇行動試験において各種軌条輪加振波形による蛇行動発生の有無が、軌条輪加振直後の初期状態が不安定なリミットサイクルの外側にあるか否かで決定されることを示すものであると考えられる。

6. まとめ

軌条輪装置上で実物台車を用いた蛇行動試験を実施し、軌条輪の加振方法と蛇行動限界速度の関係を調査した。得られた結果は以下の通りである。

- (1) 単純回転試験における蛇行動限界速度以下でも、輪軸の自由振動の初期振幅の大きさが一定の閾値を超えた場合に蛇行動が発生することを確認した。その閾値は、単純回転試験での蛇行動限界速度と収束速度との間に連続的に存在し、これを蛇行動限界曲線と定義した。
- (2) 蛇行動試験における各種加振方法の本質的な差は、加振によってもたらされる自由振動の初期振幅の差に帰着できることが分かった。
- (3) 非線形力学における分岐現象の観点からは、蛇行動限界速度近傍の安定性が、亜臨界ホップ分岐の力学的特性と一致しており、蛇行動限界曲線は、亜臨界ホップ分岐に伴う不安定なリミットサイクルの大きさと等価であると考えられる。

今後は、実験的に得られた蛇行動限界曲線を解析的に導出する手法の構築にむけて取り組んでいく予定である。また、特に車輪踏面とレールとの接触特性の非線形性に着目し、それらが蛇行動限界曲線に与える影響を明らかにしたいと考えている。

文献

- 1) 山長雄亮, 木戸和哉: 軌条輪装置上での蛇行動試験の加振方法に関する実験的検証, 第24回鉄道技術連合シンポジウム (J-RAIL2017), S1-3-3
- 2) 日本機械学会編: 非線形系のダイナミクス, コロナ社, pp. 147-186, 2007