

# 多自由度架線モデルを用いた 集電系ハイブリッドシミュレーション手法

小林 樹幸\* 山下 義隆\* 臼田 隆之\*

David P. STOTEN\*\*

Hybrid Simulation of Pantograph-Catenary Systems based on Multi Degree-of-Freedom Catenary Model

Shigeyuki KOBAYASHI Yoshitaka YAMASHITA Takayuki USUDA

David P. STOTEN

This study presented a hybrid simulation (HS) method for pantograph/catenary systems based on dynamically substructured system (DSS). In this method, contact force between an actual pantograph and a hydraulic actuator is utilized to calculate the motion of the catenary in real-time, and the actuator is driven according to the calculated motion of the catenary. The advantage of the proposed method, compared with the commonly-used method, is that DSS is able to avoid instability that can be caused by delay characteristics of the actuator. The proposed method is able to accurately represent dynamic interaction between the pantograph and the catenary. In this paper, the DSS methodology is introduced firstly, then the proposed method is validated based on simulation and experiment.

キーワード：パンタグラフ，ハイブリッドシミュレーション，動的相互作用，Dynamically substructured system

## 1. はじめに

パンタグラフの集電性能を評価する際には、架線・パンタグラフ系（以下、集電系）の動的な相互作用を考慮することが重要である。集電性能を評価する方法には、シミュレーションや試験装置の活用、さらに実設備を用いた現車試験が挙げられる。集電系のシミュレーションは、様々な条件を任意に設定できる長所がある一方で、シミュレーション結果が架線やパンタグラフのモデル化誤差の影響を受けるという短所がある。パンタグラフと架線との動的な相互作用を考慮可能な試験装置としては、鉄道総研の集電試験装置が挙げられる。集電試験装置ではパンタグラフを搭載した走行台車を最高速度 200km/h で走行させることで集電性能を評価することが可能である。しかし、定速区間が 70m 程度に制限されるため、複数径間での集電性能を評価することが難しい。一方、現車試験では実際の設備環境下における集電性能を評価することができるが、パンタグラフや架線の運動を測定するには多くの制約を受ける場合がほとんどである。また、現車試験の実施には大きなコストが必要とされる。

鉄道総研では、定置試験の利便性を有しながら、集電系の動的相互作用を評価可能な試験手法としてハイブリッドシミュレーション（以下、HS）手法を開発している。HS では架線の挙動を実時間シミュレーションに

よって計算し、算出されたトロリ線の変位をパンタグラフ加振装置が実現し、これによって実機パンタグラフを加振する。パンタグラフ加振装置とパンタグラフ舟体との間の接触力をトロリ線のモデルへ次の時間ステップの計算入力として与えることで前述のシミュレーションを実施し、なおかつ接触力を与える位置を時々刻々と変化させることで、あたかもパンタグラフが架線下を走行しているかのような状況を模擬することが可能となる。

これまでの研究で Dynamically substructured system（以下、DSS）手法<sup>1)</sup>を適用することで、従来用いられていた逆伝達関数法を適用した HS 手法よりも安定的かつ高精度に動作可能な集電系の HS 手法を開発した<sup>2)</sup>。当該 HS 手法では架線全体を 1 自由度振動系としてモデル化し、その剛性を時変とすることでパンタグラフの走行と、これに伴う架線の剛性変化を表現することが可能である（以下、1 自由度 HS）。一方で、本架線モデルが有する剛性はパンタグラフが架線の各点において静止しているものと仮定して算出された値であるため、パンタグラフの走行速度が高くなるにつれてその動的相互作用を表現することが困難になる。

以上の背景を踏まえて本研究では、パンタグラフの走行に伴い架線に作用する接触力の作用点の変化を取り扱うことを可能とするために架線を多自由度振動系としてモデル化する。さらに、多自由度架線モデルへ DSS 手法を適用することで、安定的かつ高精度な集電系 HS（以下、多自由度 HS）を提案する<sup>3)</sup>。このような移動荷重

\* 鉄道力学研究部 集電力学研究室

\*\* ブリストル大学 機械工学科

特集：鉄道力学

問題に対して DSS 手法を適用した例はこれまでにない。本研究の目的を以下に記す。

- (1) 移動荷重問題を取り扱うことが可能なように、架線を多自由度振動系としてモデル化し、さらにモード解析を用いてモデルを低次元化することで、パンタグラフとの動的相互作用を考慮可能であり、かつリアルタイムでシミュレーション可能な架線の力学モデルを構築し HS 手法へ適用する。
- (2) 逆伝達関数法に基づく HS 試験と多自由度 HS 試験をシミュレーション上で実施し、これらの結果を比較することで多自由度 HS を用いることによる誤差の低減を検証する。
- (3) パンタグラフの走行速度を 300km/h として 1 自由度 HS 試験および多自由度 HS 試験を行い、通常集電系のシミュレーション結果と各 HS 試験結果を比較することで、多自由度 HS がハンガ到来周波数である約 20Hz までの周波数範囲において集電系の動的挙動を高精度に表現できることを示す。

## 2. ハイブリッドシミュレーションシステム

### 2.1 ハイブリッドシミュレーションの概要

HS を構成するシステムの概要図を図 1 に示す。HS は、実機パンタグラフ、リアルタイムシミュレータおよびパンタグラフ加振装置から構成される。加振装置は油圧駆動型であり、入力された指令信号に応じた変位を発生するように、加振装置内部においてフィードバック制御が施されている。

リアルタイムシミュレータの内部には架線の力学モデルが構築されており、架線モデルの時刻歴応答をリアルタイムで計算する。この時刻歴応答計算において架線モデルへ与える外力には、パンタグラフ舟体が加振された際の加振力、すなわち接触力を用いる。ここで、パンタグラフの走行に応じて外力の作用箇所を時々刻々と変化させることで、パンタグラフの走行状態を模擬する。このようにシミュレータによって計算されたパンタグラフの在線位置におけるトロリ線の変位をパンタグラフ加振装置が発生するように、加振装置へ指令信号を与える。

ここで、指令信号を生成するためにはいくつかの手法が知られている。従来用いられていたのは、指令信号を入力としパンタグラフ加振装置の加振変位を出力とした伝達関数の逆関数を、シミュレータによって算出されたトロリ線変位に乗じることで指令信号を求める逆伝達関数法<sup>2)</sup>である。逆伝達関数法は HS の安定性を確保することが困難なため、既報<sup>2)</sup>と同様に本研究では DSS 手法に基づいて指令信号を生成する方法を提案する。

## 2.2 架線モデル

### 2.2.1 架線モデルの概要

先行研究<sup>2)</sup>では架線を 1 自由度のばね質点系とし、ばね要素の剛性を時変とすることでパンタグラフの走行に伴う架線の剛性変化を表現している。ここでの剛性とは、パンタグラフが静止した状態でトロリ線を単位量押上げるのに必要な力を指す。

本研究で用いる架線モデルは、図 2 に示すようにちょう架線とトロリ線をそれぞれ複数の質点で離散化した多質点系とする。互いに隣り合う質点同士をばね要素と減衰要素で結合することで、線条に作用する張力に起因した剛性と、線条のエネルギー散逸をそれぞれ表現する。ハンガ設置箇所ではちょう架線とトロリ線の質点を互いにばね・減衰要素で接続することでハンガを表現する。架線モデルの両端部では各線条の運動を拘束する。本研究で用いる架線の諸元を表 1 に示す。径間長とハンガ間隔はいずれも一定とし、それぞれ 50m および 5m とした。

ちょう架線の質点はハンガ間を 2 等分するように 2.5m 間隔で設ける。これは、ちょう架線の運動が集電系のシミュレーションに及ぼす影響が比較的小さく、その質点間隔を拡大することでリアルタイムシミュレーションの計算負荷を低減させることが可能なためである。一方で、集電系のシミュレーションを高精度に行うためにはトロリ線の運動を極力精細に表現する必要がある。そこでトロリ線についてはちょう架線よりも小さい間隔で質点を設ける。



図 1 集電系ハイブリッドシミュレーション

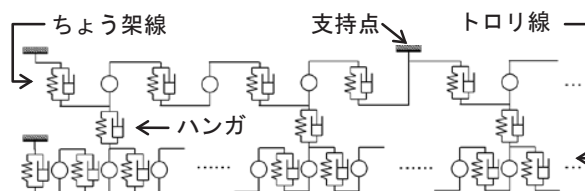


図 2 多自由度振動系としてモデル化された架線 (モード解析によりリアルタイム計算を可能とする)

表 1 架線モデルの諸元

ちょう架線	張力	19,600 N
	線密度	1.375 kg/m
トロリ線	張力	19,600 N
	線密度	0.935 kg/m



特集：鉄道力学

$$\dot{x}_{N2} \equiv \mathbf{M}^{-1} \int_0^t (-\mathbf{K}x_{N1} + \mathbf{f}) dt \quad (8)$$

$$\mathbf{A}_{N11} \equiv -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{C} \quad (9)$$

$$\mathbf{A}_{N21} \equiv -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} \quad (10)$$

$$\mathbf{B}_{N2} \equiv \mathbf{M}^{-1} \quad (11)$$

次に、パンタグラフ加振装置 ( $\Sigma_A$ ) の動特性を1次遅れ系として定義すると、その状態空間モデルは式(12)で表される。

$$\dot{x}_p = -ax_p + bu \quad (12)$$

いま、トロリ線モデルの質点  $i$  の位置にパンタグラフが在線しているものと仮定し、トロリ線モデルの質点  $i$  における変位  $x_{N1(i)}$  とパンタグラフ加振装置の変位  $x_p$  を同期させることを考える。 $x_{N1(i)}$  と  $x_p$  に関する誤差  $x_{e(i)}$  のダイナミクスを、式(6)と式(12)に基づいて式(13)で定義する。

$$\begin{aligned} \dot{x}_{e(i)} &\equiv \dot{x}_{N1(i)} - \dot{x}_p \\ &= A_{N11(i,i)}x_{e(i)} + A_{N11(i,i-1)}x_{N1(i-1)} \\ &\quad + A_{N11(i,i+1)}x_{N1(i+1)} + x_{N2(i)} \\ &\quad + (A_{N11(i,i)} + a)x_p - bu \end{aligned} \quad (13)$$

ここで、各変数に付した下付きの括弧は、式(6)における行列やベクトルの成分であることを表す。

トロリ線モデルの質点  $i$  における変位  $x_{N1(i)}$  とパンタグラフ加振装置の変位  $x_p$  との同期誤差を時間とともに零へ収束させるために、式(13)が斉次微分方程式となるように加振装置に対する指令信号  $u$  を式(14)で定義する。

$$\begin{aligned} u &= K_{e(i)}x_{e(i)} + K_{N1(i-1)}x_{N1(i-1)} \\ &\quad + K_{N1(i+1)}x_{N1(i+1)} + K_{N2(i)}x_{N2(i)} + K_px_p \end{aligned} \quad (14)$$

ここで、 $K_{e(i)}$  は同期誤差  $x_{e(i)}$  に対するフィードバックゲインを表し、 $K_{N1(i-1)}$ 、 $K_{N1(i+1)}$ 、 $K_{N2(i)}$ 、 $K_p$  はそれぞれ、 $x_{N1(i-1)}$ 、 $x_{N1(i+1)}$ 、 $x_{N2(i)}$ 、 $x_p$  に対するフィードバックゲインを表す。

式(14)を式(13)に代入すると式(15)を得る。

$$\begin{aligned} \dot{x}_{e(i)} &= (A_{N11(i,i)} - bK_{e(i)})x_{e(i)} \\ &\quad + (A_{N11(i,i-1)} - bK_{N1(i-1)})x_{N1(i-1)} \\ &\quad + (A_{N11(i,i+1)} - bK_{N1(i+1)})x_{N1(i+1)} \\ &\quad + (1 - bK_{N2(i)})x_{N2(i)} + (A_{N11(i,i)} + a - bK_p)x_p \end{aligned} \quad (15)$$

式(15)の右辺第2項から第5項までをそれぞれ零とするようなフィードバックゲイン  $K_{N1(i-1)}$ 、 $K_{N1(i+1)}$ 、 $K_{N2(i)}$ 、 $K_p$  は式(16)～式(19)で与えられる。

$$K_{N1(i-1)} = \frac{A_{N11(i,i-1)}}{b} \quad (16)$$

$$K_{N1(i+1)} = \frac{A_{N11(i,i+1)}}{b} \quad (17)$$

$$K_{N2(i)} = \frac{1}{b} \quad (18)$$

$$K_p = \frac{A_{N11(i,i)} + a}{b} \quad (19)$$

式(16)から式(19)を式(15)へ代入すると、DSSの同期誤差ダイナミクスは式(20)で与えられる。

$$\dot{x}_{e(i)} = (A_{N11(i,i)} - bK_{e(i)})x_{e(i)} \quad (20)$$

フィードバックゲイン  $K_{e(i)}$  は式(20)の閉ループ特性方程式に基づいて決定する。

上記の手法はパンタグラフがトロリ線の質点位置に在線している状態にのみ成立し、質点と質点の間にパンタグラフが存在する場合には以下のようにトロリ線モデルの状態量とフィードバックゲインを近似的に求めることで、移動荷重に対応させる。質点  $i$  と質点  $i+1$  との間にパンタグラフが存在する図4のような状況を考える。図中の  $q$  は、パンタグラフ接触点から質点  $i+1$  までの距離を質点間隔で除した値である。パンタグラフ接触点における任意の状態量  $x_j$  は、両隣の質点の状態量  $x_{j(i)}$  と  $x_{j(i+1)}$  を線形補間することで式(21)により近似的に求める。

$$x_j = qx_{j(i)} + (1-q)x_{j(i+1)} \quad (21)$$

また、パンタグラフ接触点における任意のフィードバックゲイン  $K_j$  についても両隣の質点に対するフィードバックゲイン  $K_{j(i)}$  と  $K_{j(i+1)}$  を線形補間することで式(22)により近似的に求める。

$$K_j = qK_{j(i)} + (1-q)K_{j(i+1)} \quad (22)$$

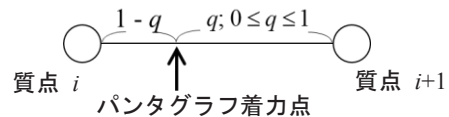


図4 質点・質点間にパンタグラフが存在する場合

### 3. シミュレーションによる検証

本研究で提案する多自由度 HS 試験と、従来の逆伝達関数法を用いた HS 試験をそれぞれシミュレーション上で行い(以下、擬似 HS), HS 手法の精度を比較する。なお、通常の集電系のシミュレーションを別途実施し、これによって得られるシミュレーション結果(以下、Ref)を比較対象の真値として用いる。本シミュレーションの目的は、1 自由度架線モデルに基づいた逆伝達関数法に対する 1 自由度 HS の優位性が文献<sup>2)</sup>で示されているのと同様に、多自由度架線モデルに基づいた逆伝達関数法に対する多自由度 HS の優位性を示すことである。

擬似 HS は、架線モデルだけではなく HS を構成する実機パンタグラフやパンタグラフ加振装置をモデル化して、HS 試験をコンピュータ上で行うものである。実機パンタグラフの力学モデルを図 5 に示し、実機パンタグラフとパンタグラフ加振装置のパラメータを表 2 に示す。

本シミュレーションではトロリ線の質点間隔を 0.5m とする。擬似 HS においてトロリ線の力学モデルを低次元化するには 50Hz までの固有モードを用いる。なお、基準とするモデル(Ref)ではトロリ線モデルの低次元化は行わない。DSS に用いるフィードバックゲイン  $K_c$  の値は 0 とし、パンタグラフの走行速度を 300km/h とする。また、オイラー法を 0.2ms 間隔で実行することにより数値積分を行った。

シミュレーションによって得られた接触力と舟体変位をそれぞれ図 6 と図 7 に、走行距離 50m から 150m の範囲について示す。図 6 より、多自由度 HS を用いることで接触力の Ref に対する誤差が小さくなることを確認できるが、舟体変位の波形からは両手法の差異を認めることが難しい。そこで、擬似 HS で得られた舟体変位の Ref に対する誤差として式 (23) のように ISE (Integrated Squared Error) を定義する。

$$ISE = \left[ \frac{1}{t_f} \int_0^{t_f} (y_1 - y_0)^2 dt \right]^{0.5} \quad (23)$$

ここで  $y_0$  と  $y_1$  はそれぞれ、Ref と擬似 HS で得られる舟体変位であり、 $t_f$  はシミュレーション時間長である。図 8 に ISE を示し、図から多自由度 HS を用いることで HS 試験の誤差を 0.5mm 程度低減できることがわかる。

### 4. ハイブリッドシミュレーション結果

鉄道総研のパンタグラフ加振装置で実機パンタグラフを用いた HS 試験を実施した(図 9)。本研究では 1 自由度 HS と多自由度 HS をそれぞれパンタグラフの走行速度を 300km/h として実施し、これらの試験結果を比

較することで、提案手法である多自由度 HS の優位性を示す。多自由度 HS ではリアルタイムシミュレーションを実行可能な上限値である 4 径間の架線モデルを用い、トロリ線の質点間隔は 0.833m とした。また多自由度 HS が安定的に動作可能な上限である 17.5Hz までの固有モードを用いてトロリ線の力学モデルを低次元化した。さらに本章においても第 3 章と同様に、通常の集電系のシミュレーション結果(Ref)を示す。Ref では 0.2ms

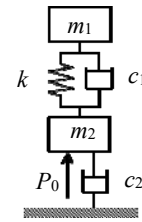


図 5 パンタグラフの力学モデル

表 2 パンタグラフおよびパンタグラフ加振装置のパラメータ

記号	値	記号	値
$m_1$	3 kg	$k$	38000 N/m
$m_2$	15 kg	$P_0$	114 N
$c_1$	100 Ns/m	$a$	266.4 s <sup>-1</sup>
$c_2$	100 Ns/m	$b$	1332 mm/sV

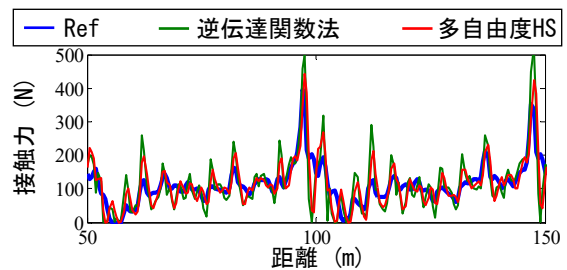


図 6 シミュレーション結果(接触力)

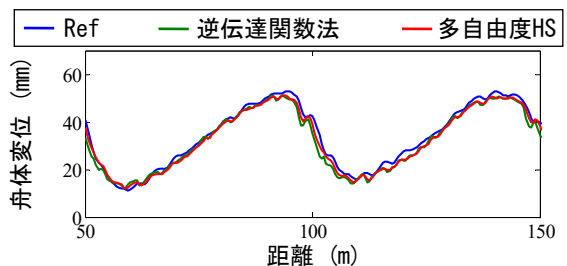


図 7 シミュレーション結果(舟体変位)

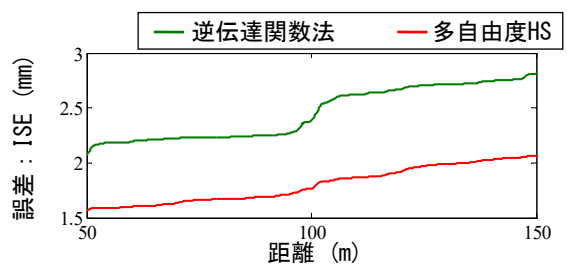


図 8 逆伝達関数法と多自由度 HS のシミュレーション上における比較(舟体変位の誤差の比較)

特集：鉄道力学

間隔で、HS では 1ms 間隔でそれぞれオイラー法を用いて数値積分を行った。



図9 実機パンタグラフを用いた HS 試験

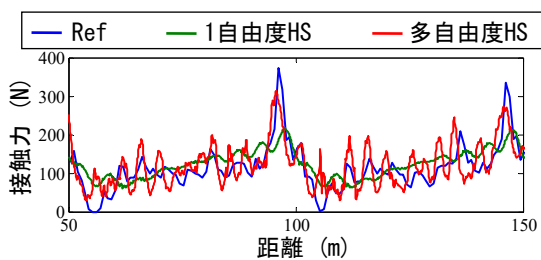


図10 通常集電系のシミュレーションと HS 試験の時間領域における比較 (接触力)

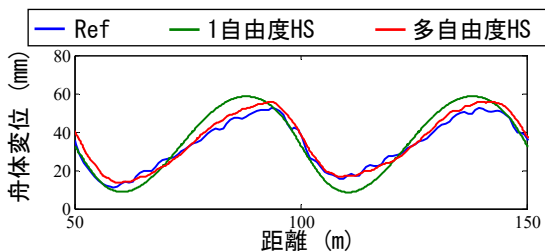


図11 通常集電系のシミュレーションと HS 試験の時間領域における比較 (舟体変位)

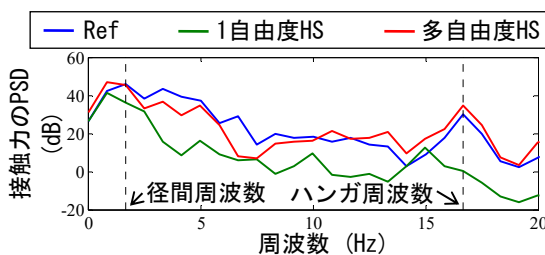


図12 通常集電系のシミュレーションと HS 試験の周波数領域における比較 (接触力)

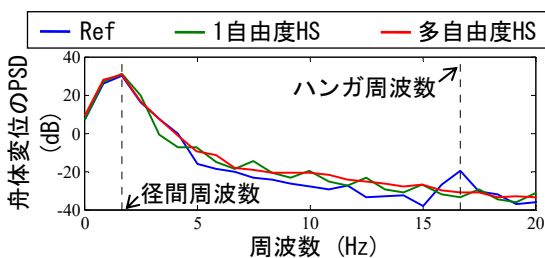


図13 通常集電系のシミュレーションと HS 試験の周波数領域における比較 (舟体変位)

接触力について HS 試験と Ref とを比較した結果を図 10 に、舟体変位について同様の比較を行った結果を図 11 に示す。また、接触力と舟体変位のパワースペクトル密度関数 (以下、PSD) を、それぞれ図 12 と図 13 に示す。多自由度 HS を用いることで 1 自由度 HS よりも高精度に径間周波数 (1.67Hz) とハンガ到来周波数 (16.7Hz) に起因する現象を表現できることが時刻歴波形と PSD からわかる。

5. まとめ

パンタグラフの走行に伴い架線に作用する接触力の作用点の変化を取り扱うことが可能な架線モデルを用いて、架線とパンタグラフの動的相互作用を考慮可能な定置試験手法であるハイブリッドシミュレーション (HS) システムを開発した。以下に、本研究のまとめを示す。

- (1) 架線を多自由度振動系としてモデル化し、さらにモード解析を用いてモデルを低次元化することで、パンタグラフとの動的相互作用を考慮可能であり、かつリアルタイムでシミュレーション可能な架線の力学モデルを構築し HS 手法へ適用した。
- (2) 逆伝達関数法に基づく HS 試験と多自由度 HS 試験をシミュレーション上で実施し、これらの結果を比較することで多自由度 HS を用いることによる誤差の低減を検証した。
- (3) パンタグラフの走行速度を 300km/h として 1 自由度 HS 試験および多自由度 HS 試験を行い、通常集電系のシミュレーション結果と各 HS 試験結果を比較することで、多自由度 HS がハンガ到来周波数である約 20Hz までの周波数範囲において集電系の動的挙動を高精度に表現できることを示した。

今後は、パンタグラフが 4 径間以上の長距離を走行できるように多自由度 HS 手法の改良を行う。さらに、DSS におけるフィードバックゲインの最適化により、HS の更なる安定性向上を検討する。

文献

- 1) Stoten, D. and Hyde, R., "Adaptive control of dynamically substructured systems: the single-input single-output case," *Proc. IMechE Part I: J. Systems and Control Engineering*, Vol. 220, pp.63-79, 2006.
- 2) 山下義隆, 小林樹幸, 白田隆之: 架線・パンタグラフ系ハイブリッドシミュレーション手法, 鉄道総研報告, Vol.31, No.4, pp.11-16, 2017
- 3) Kobayashi, S., Stoten, D., Yamashita, Y. and Usuda, T., "Substructured testing for pantograph/overhead catenary systems based on dynamically substructured systems", *Proceedings of the Railway Engineering-2017*, Edinburgh, United Kingdom, June 21-22, 2017.