

# 任意の線形に対応した架線および パンタグラフモデルの開発

小山 達弥\* 長尾 恭平\* 池田 充\*\*

Development of Models of the Contact Lines and Pantograph for Railway Lines of Various Alignments

Tatsuya KOYAMA Kyohei NAGAO Mitsuru IKEDA

An analytical method by three dimensional non-linear FEM for determining the static geometry of the overhead contact lines (OCL) installed on the railway lines of the various alignments including curve sections (OCL analytical method), and another one for analyzing dynamic behavior of a pantograph were respectively developed. As for the OCL analytical method, static geometry of the OCL which changes depending on the ambient temperature can also be calculated. This paper shows the outline of their algorithms and indicates the calculation results.

キーワード：架線，パンタグラフ，シミュレーター，静構造計算，FEM，MBD

## 1. はじめに

架線・パンタグラフ系の動的挙動解析シミュレーターは、架空電車線やパンタグラフの設計、開発を行う上でなくてはならないツールであり、1960年代後半に開発されて以来、種々な改良が継続的に行われてきた<sup>1)</sup>。近年では、吊り金具や曲線引金具などの幾何学的非線形性を考慮可能な、非線形有限要素法に基づく運動シミュレーターが開発されている<sup>2) 3) 4)</sup>。ただし、これまでに開発されたシミュレーション手法は全て直線区間を前提としたものであり、架線の左右偏位は再現可能であるものの、曲線区間などの任意の軌道形状に対してはシミュレーションを行うことができなかった。曲線区間を含む任意の軌道形状における架線・パンタグラフ系の動的挙動解析を行うためには、まず軌道形状に適合した架空電車線の有限要素モデルを作成する必要がある。このモデルは各要素が完全な3次元の自由度を持ち、なおかつ実際の架空電車線の静構造を精度よく再現するものでなければならない。そこで、従来の架空電車線の静構造計算アルゴリズムを改良し、任意の軌道形状に対する架線の3次元有限要素モデルを作成するプログラムを作成した<sup>5) 6) 7)</sup>。

また、前述の運動シミュレーターでは、パンタグラフをばね-質点モデルとして表現していたため、架線偏位や枠組の姿勢変化、各部材の弾性振動を考慮することができなかった。そのため、舟体のローリングの影響や、舟体が2列あるパンタグラフや微動すり板方式のパンタ

グラフのような、パンタグラフの3次元形状が大きな影響を及ぼす場合の解析を行うことができなかった。そこで、過去の研究においてマルチボディダイナミクス（以下、MBDと記す）に基づくパンタグラフの3次元モデルを作成した<sup>8)</sup>。ただし、このモデルでは各部材の伸縮と曲げ変形を考慮しているが、パンタグラフの枠組と舟体はそれぞれ2次元平面内でモデル化されており、面外への変形や運動を考慮することができなかった。そこで、面外の変形や運動、さらに部材のねじれを考慮可能な3次元柔軟MBDによるパンタグラフモデルを作成した<sup>9)</sup>。

本稿では、開発した3次元の架線モデルおよびパンタグラフモデルについて概説するとともに、これらを用いた計算事例を紹介する。

## 2. 架線モデル

### 2.1 作成手順

3次元架線モデルの作成手順を図1に示す。実際の架線は、軌道中心線を基準として架設されており、トロリ線

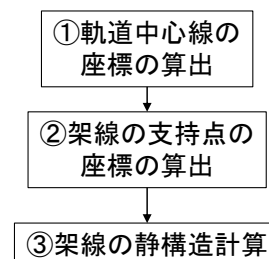


図1 架線の3次元モデルの作成手順

\* 鉄道力学研究部 集電力学研究室

\*\* 電力技術研究部

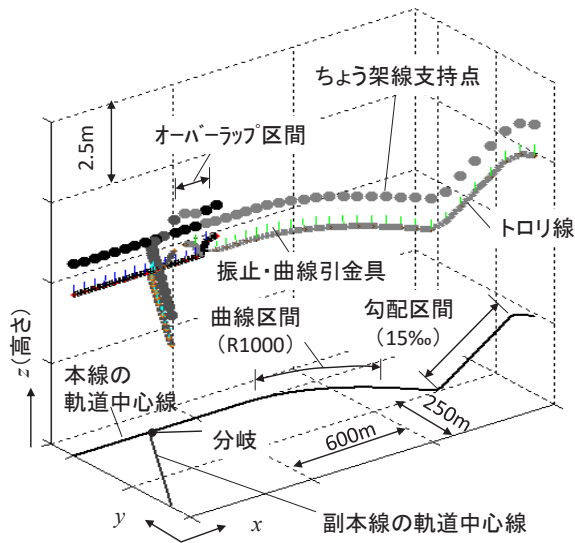


図2 架線の支持点の計算例

高さなどは軌道中心線を基準に管理されている。そこで、架線の3次元モデルを作成する際も、はじめに所与の軌道形状に従って軌道中心線の座標を算出する(図1①)。

次に、軌道中心線の座標や曲線半径、カント量などの軌道情報と、架高や径間長などの架線情報に基づき、架線の支持点とハンガ点におけるトロリ線位置の座標を算出する(図1②)。なお、ここでいう架線の支持点とは、ちょう架線の支持点、引留点、ブラケット側の曲線引金具の支持点を意味し、後述する静構造計算においては架線モデルに拘束条件を与える点となる。図2に曲線区間や勾配区間を含む軌道に対する架線支持点の算出事例を示す。この図では参考としてわたり線区間とオーバーラップ区間も併記する。

最後に、架線の支持点の座標と、線条の張力、線種などの架線条件に基づき、次節に記す架線の静構造計算を行うことで架線モデルを作成する(図1③)。

## 2.2 架線モデルと静構造計算

### 2.2.1 架線モデルの自由度

前述の計算では、軌道中心線と架線情報を基に幾何学的に架線の支持点の座標を算出している。そのため、この座標に従って架線モデルを構築すると、ちょう架線支持点などに過大な反力(不釣り合い力)が生じ、力学的に平衡な状態にならない。そこで、後述する静構造計算において、不釣り合い力が無視できるようになるまで収束計算を行っているが、この収束計算では架線がレール方向に変位する必要がある。そこで、今回の改良において線条要素のレール方向に対する変位および伸縮を考慮するとともに、さらに要素のねじりも考慮できるようにした。つまり、節点を6自由度(変位(3自由度)+たわみ角(2自由度)+ねじり角(1自由度))で表現するこ

ととした。これにより、直線区間のみを対象とした架線モデルでは、張力を線条要素の剛性として与えていたのに対し、本モデルでは張力を外力として直接付加することができるようになった。そのため、後述するような温度変化を伴う架線静構造解析を容易に行うことが可能となった。

### 2.2.2 静構造計算の解析手法

架線が静的につり合っている状態においては式(1)が成り立つ。ただし、この式は所与の境界条件を満足するものとする。

$$G_L(\mathbf{q}) + F_{int}(\mathbf{q}) - F_{ext} = 0 \quad (1)$$

ここで $\mathbf{q}$ は架線表現する各有限要素の節点の変位ベクトルである。 $G_L$ は各節点に作用する線形復元力であり、ばね拘束等による境界条件を表す項や、ハンガとちょう架線との結合を表す項などがこれに含まれる。 $F_{int}$ は各有限要素に作用する非線形復元力、 $F_{ext}$ は各節点に作用する外力ベクトルをそれぞれ示す。

式(1)は非線形項を含むため、そのままでは解けない。そこで反復計算によりこれを求めるが、ハンガ長により決定されるトロリ線高さ、後述する不釣り合い力を同時に満たすには計算負荷が大きくなる。そこで、反復計算における第1近似解(初期値)を以下の手順で算出する。  
①2.1節で求めた架線の支持点位置のうち、レール方向に対する各支持点の径間長にのみ注目して架線の2次元線形静構造解析を行い、各ハンガ長、つまりトロリ線高さを確定する。

②上記①で求めたハンガ長を用いて3次元空間内における架線の支持点位置に応じてトロリ線とちょう架線を軌道上に配置し、静構造計算を行う。

上記②の第1近似解は2.1節で幾何学的に算出した架線の支持点座標を用い、さらに非線形項を線形項とみなして得た解であるため式(1)を満足していない。そこで、式(1)を式(2)の形式に書き直す。

$$\mathbf{g}(\mathbf{q}) \equiv G_L(\mathbf{q}) + F_{int}(\mathbf{q}) - F_{ext} = 0 \quad (2)$$

ここで、 $\mathbf{g}(\mathbf{q})$ は不釣り合い力を表すベクトルであり、 $\mathbf{q}$ が真値の場合には $\mathbf{g}(\mathbf{q})$ は $\mathbf{0}$ となるべきものである。式(2)に対してNewton-Raphson法により、 $\mathbf{g}(\mathbf{q}) \doteq \mathbf{0}$ を満足する $\mathbf{q}$ を反復計算により求める。その際、線条要素の変位が計算ステップの都度変化するため、直前の計算ステップで用いた要素座標を基に要素力と剛性を導出する更新枠法<sup>10)</sup>を用いる。

## 2.3 計算例

### 2.3.1 曲線区間の計算例

曲線区間を対象としたシンプルカテナリ架線の静構造

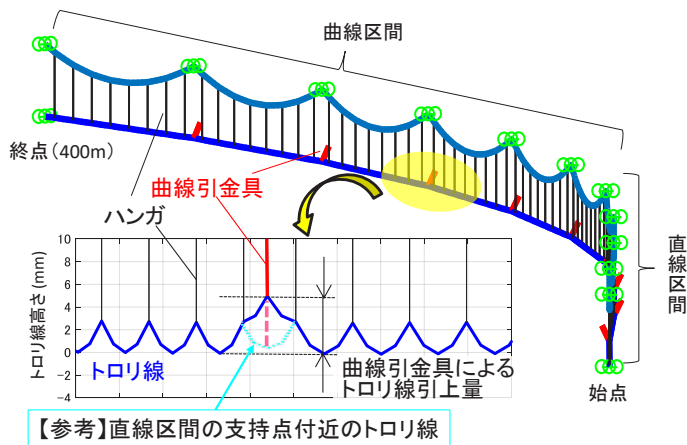


図3 曲線区間と対象とした計算例

表1 曲線区間の架線静構造計算の計算諸元

架線条件		パラメータ
架線種別		シンプル架線
径間長		40m
ハンガ間隔		5m
トロッコ線	種別	Cu110
	線密度	0.99kg/m
	張力	9.8kN
ちょう架線	種別	St90
	線密度	0.70kg/m
	張力	9.8kN

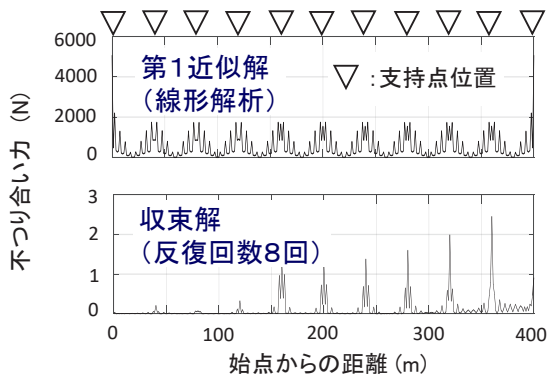


図4 不つり合い力の収束

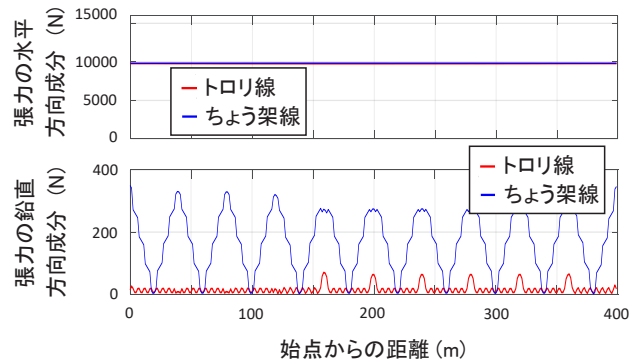


図5 線要素に作用する張力

計算事例を図3に、計算諸元を表1に示す。本例は直線区間(図3右側)とR400mの曲線区間(図3左側)からなる全長400mの軌道に対する架線モデルを示している。曲線区間においては、トロッコ線に作用するまくらぎ方向の力(横張力)が増加するためトロッコ線引上量が大きくなっていることがわかり、実際の架線と同等の状態となっている。

また、本例におけるトロッコ線の不つり合い力の収束状況を図4に、線要素の各要素に作用する張力の水平方向成分と鉛直方向成分を図5に、それぞれ示す。なお、ここでいう水平方向成分、鉛直方向成分とは、要素に作用する張力の絶対値に $\cos\theta$ 、 $\sin\theta$ ( $\theta$ : 水平面と各要素のなす角)をそれぞれ乗じたものである。図4から、第一近似解の段階では不つり合い力が2kN程度であるが、収束計算(反復回数8回)を行うことで数Nにまで低減しており、収束計算が正しく行われていることがわかる。また、図5から、張力の水平成分は全区間でほぼ一定であり、その値が付与した張力(トロッコ線、ちょう架線ともに9.8kN)と等しいことからこの結果が妥当であることがわかる。一方、支持点における線要素の張力の鉛直方向成分については、約300Nとなっている。この値は、トロッコ線(線密度0.99kg/m)とちょう架線(線密度0.70kg/m)

m)の1/2径間分の重量(1.69(kg/m)×20(m)×9.81(m/s<sup>2</sup>)≒330N)にほぼ等しく、妥当な結果である。

### 2.3.2 温度変化を伴う静構造解析

線要素の有限要素の自然長が温度 $t_1$ において $l_{01}$ であったとすれば、温度 $t_2$ における有限要素の自然長 $l_{02}$ は熱膨張係数 $\alpha$ により式(3)で表わされる。

$$l_{02} = l_{01} [1 + \alpha(t_2 - t_1)] \quad (3)$$

そこで、適切な境界条件のもとで架線の3次元静構造解析を行い、温度 $t_1$ における静構造を求めたうえで、各線要素の自然長を $[1 + \alpha(t_2 - t_1)]$ 倍して再度静構造計算を行えば、温度 $t_2$ における架線の静構造と張力が得られることとなる。ただし、温度 $t_1$ から温度 $t_2$ まで一度に温度を変更すると計算が不安定となるので、適切な温度刻み $\Delta t$ 毎に数値解析を行うこととする。

表2に示すシンプルカタナリ架線を対象として、温度変化に伴う静構造変化の解析を行った。ここでは、直線区間を対象とし、ちょう架線・トロッコ線とも張力調整装置がない場合を想定した。この計算では、温度15℃において表2の仕様を満足し、なおかつトロッコ線のハンガ下点高さが水平となるものとした。そのうえで、-10℃

表2 温度変化に伴う架線構造の変化に関する計算諸元

架線条件		パラメータ
架線種別		シンプル架線
径間長		50m
ハンガ間隔		5m
トロリ線	種別	Cu110
	線膨脹係数	$1.7 \times 10^{-5} \text{K}^{-1}$
	張力	9.8kN
ちょう架線	種別	St90
	線膨脹係数	$1.2 \times 10^{-5} \text{K}^{-1}$
	張力	9.8kN

～40℃の温度範囲を対象として、架線の各線條の張力変化、ならびにちょう架線の弛度変化を計算した。

図6に解析結果を示す。温度が低い状態(-10℃)ではトロリ線が上に凸(ホグ)に(図6(a))、温度が高い状態(40℃)ではトロリ線が下に凸(サグ)に(図6(b))それぞれなっており、実際の架線と定性的に一致することがわかる。

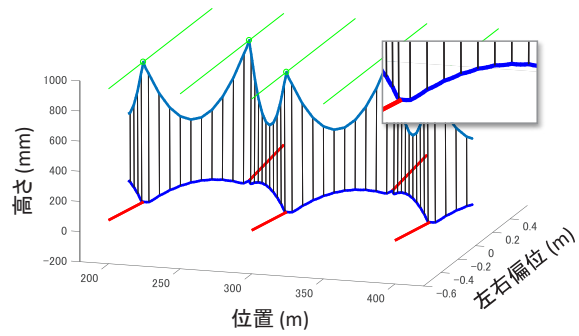
ところで、温度変化に伴う架線の静構造変化を理論的に取り扱う方法として、連続的に分布するハンガを想定して静構造計算を行う方法<sup>11)</sup>が吉澤により提案されている。そこで、この理論解法とFEM解析により線條の張力を計算し比較した。図7(a)に全要素の張力の平均値を、図7(b)に全径間のちょう架線の弛度の平均値を、それぞれ示す。図7からFEMによるトロリ線の張力変化と弛度変化が理論解法とほぼ一致していることがわかる。

以上のように、今回の改良により、任意の軌道形状に対応する架線モデルを構築できるだけでなく、気温変化に伴う架線構造の変化も算出できるようになった。

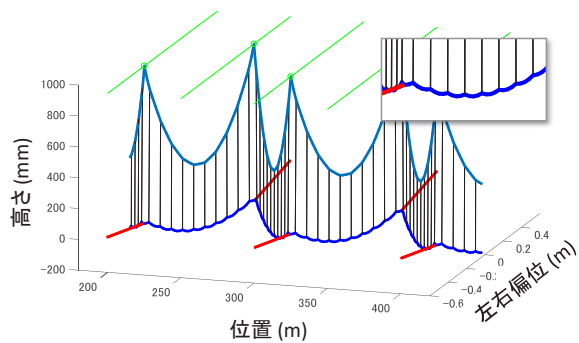
### 3. パンタグラフの3次元モデル

#### 3.1 解析モデル

MBDによるシングルアームパンタグラフの新しい解析モデルを図8に示す。なお、図中の丸印は節点を示す。このモデルは、柔軟マルチボディダイナミクスに基づいて、はり要素とリンク機構とを接続することで構築されている。基本的な構成は架線モデルと同様であり、各要素の伸縮、曲げ、ねじり変形を考慮しているため、接触力による枠組の上下運動に加え、枠組のまくらぎ方向の弾性振動やねじれ振動を考慮することが可能である。なお、図8のモデルでは、復元ばねを剛性の低いはり要素としてモデル化している。

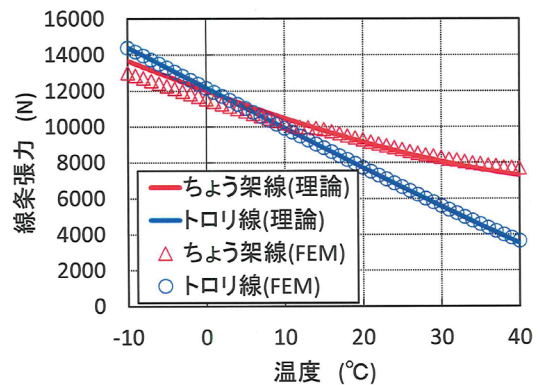


(a) 温度が-10℃のとき

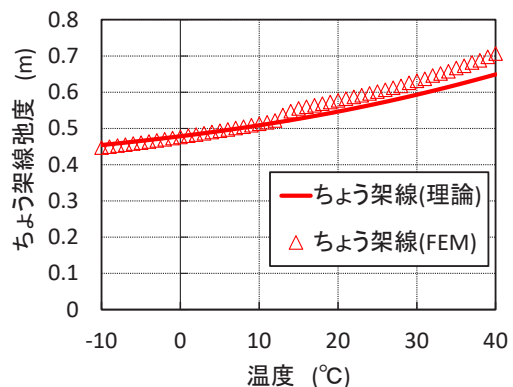


(b) 温度が40℃のとき

図6 温度変化に伴う架線静構造の変化の様子



(a) 線條張力



(b) ちょう架線弛度

図7 温度と線條張力ならびに ちょう架線弛度との関係

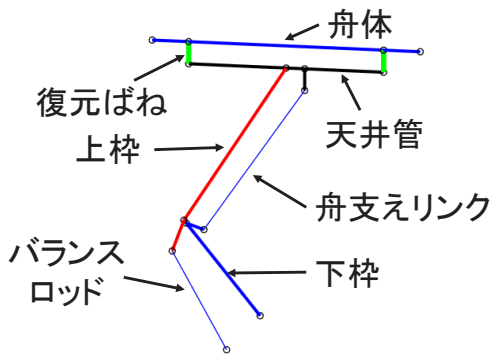


図8 パンタグラフモデル

3.2 解析手法

パンタグラフモデルの静的な力のつり合い式にも非線形項が含まれるが、前章で示した架線モデルと同様に Newton-Raphson 法によりパンタグラフモデルの静的な初期状態を求める。また、パンタグラフモデルの動的な挙動解析については、運動方程式 (式 (4)) を数値積分することによって求めることができる。

$$M\ddot{x} + C\dot{x} + Kx = F + F_{cont} \quad (4)$$

なお、式 (4) の  $M$ 、 $C$ 、 $K$ 、 $x$  はそれぞれ質量マトリクス、減衰マトリクス、剛性マトリクス、節点変位ベクトルである。また、 $F$  は静押上力をパンタグラフに与えるために下枠基部に与えるモーメント、 $F_{cont}$  は接触力を表すベクトルをそれぞれ表す。逐次積分法としては Newmark- $\beta$  法を採用している。

ところで、剛性マトリクス  $K$  には部材の回転による幾何学的非線形性が含まれている。また、減衰をレイリー減衰と仮定しているため減衰マトリクス  $C$  も非線形となる。このように運動方程式に非線形項が含まれることから、式 (4) を逐次積分するだけでは正確な解を求めることができない。そこで、逐次積分によって 1 計算ステップ後の近似解を求めるごとに、Newton-Raphson 法による収束計算を行い解を修正する必要がある。具体的には、次の手順で逐次積分を実行する。なお、以下では  $i$  ステップ目における変数に下付き添え字  $i$  を付加する。

- ①  $n$  計算ステップ目における運動方程式 (4) から Newmark- $\beta$  法による逐次積分を行い、 $n+1$  計算ステップ目の状態量  $q_{n+1}$  を求める。ただし、式 (4) には非線形項が含まれるため、この時点における  $q_{n+1}$  は式 (4) を満足していない。
- ② 上記①で求めた状態量  $q_{n+1}$  を初期値として Newton-Raphson 法による収束計算を行う。
- ③ 上記②において  $q_{n+1}$  の値が収束して式 (4) が十分な精度で成り立つならば  $q_{n+1}$  を確定し、次の計算ステップ ( $n+2$ ) に進む。

なお、手順②では、系の不つり合い力が、パンタグラフモデルがモデル境界から受ける支持点反力よりも十分に小さくなるまで収束計算を行う。

3.3 解析例

以上で述べた 3 次元パンタグラフモデルを用いて、パンタグラフの代表的な特性である追随振幅特性を求めた。追随振幅はある周波数においてパンタグラフが離線しない最大振幅を示すものであり、実機パンタグラフにおいては実際に離線が生じる振幅まで加振振幅を徐々に増加させて評価する。しかし、数値計算でこれを行うのは時間を要するため、ここではランダムな強制変位をペナルティばね (剛性:  $1 \times 10^5 \text{N/m}$ , 減衰:  $1 \times 10^5 \text{Ns/m}$ ) を介して舟体上面に与え、加振力を強制変位で除した周波数応答 (コンプライアンス) に静押上力を乗じることで擬似的な追随振幅を求めることとした。なお、加振力についてはペナルティばねの伸縮量と伸縮速度にペナルティばねの剛性と減衰をそれぞれ乗じた値から算出した。また、式 (4) における下枠基部に与えるモーメントは、基準作用高さにおいて静押上力が 54N となるように調整した。

計算結果を図 9 および図 10 に示す。図 9 には擬似的な追随振幅特性の計算結果を示し、青線は舟体中央を加振した結果を、赤線は偏位 200mm を加振した結果をそれぞれ示す。なお、参考として今回使用した 3 次元パンタグラフモデルと上下並進振動の特性が等価な二元系ばね-質点モデルによる計算結果も併記している。図 9 の A ~ D のピークではそれぞれ次の振動モードが観測される。

- ピーク A: 舟体のローリングが卓越するモード
- ピーク B: 枠組が曲げ・ねじり変形などを伴いながら弾性振動するモード (図 10 (a))
- ピーク C: 舟体と枠組が逆位相で振動するモード
- ピーク D: 舟体の 1 次の弾性振動モード (図 10 (b))

特にこのうちのピーク B のモードは、文献 8) のパンタグラフモデルでは再現することができないモードである。

計算結果より、従来のモデルでは考慮することができない部材のねじり変形などを確認することができた。

以上のような振動モードを考慮可能なパンタグラフモデルを用いて架線・パンタグラフの動的挙動解析シミュレーターを構成することにより、架線・パンタグラフ系のより詳細な動的挙動を解析できるようになる。

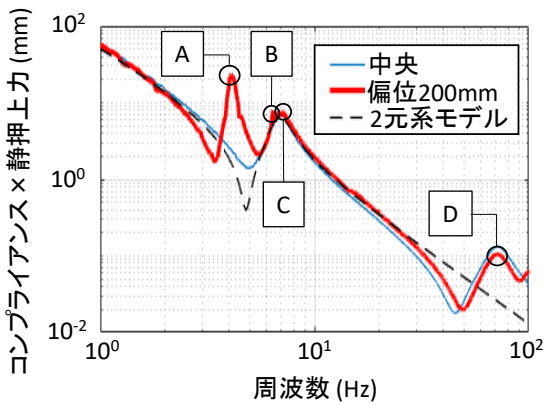


図9 パンタグラフモデルの疑似的な追従振幅特性

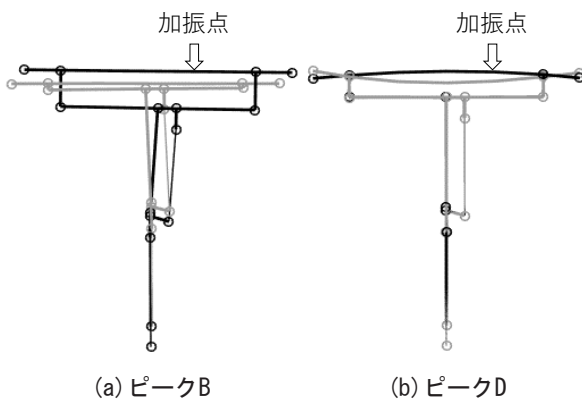


図10 振動モード

#### 4. おわりに

任意の軌道形状に対する架線・パンタグラフ系の動的挙動解析シミュレーターを構築するために、架線とパンタグラフの3次元モデルの開発を行った。

架線モデルについては、曲線区間を含む任意の軌道形状におけるモデルを構築しただけでなく、気温変化に伴う架線構造変化の解析手法を構築した。

パンタグラフモデルについては、従来のMBDモデルを拡張することで、ねじり変形や3次元挙動などを考慮できる解析手法を構築した。

今後は開発したモデルを組み合わせることで、架線・パンタグラフ系の動的挙動解析シミュレーターの開発を進めていく。

#### 文献

- 1) 小山達弥, 池田充: 3次元構造に対応した架線・パンタグラフ運動シミュレーション, RRR, Vol.72, No.12, pp.18-21, 2015
- 2) 池田充: 有限要素法に基づく架線・パンタグラフ系の運動シミュレーション(基本的な定式化), J-RAIL2008, CD-ROM, 2008
- 3) 池田充: 有限要素法による架線・パンタグラフ系の3次元運動シミュレーション, Dynamic and Design Conference 2011, CD-ROM, 2011
- 4) 池田充: コンパウンド架線に対応したFEMに基づく架線パンタグラフ系3次元運動シミュレーション, J-RAIL2012, CD-ROM, 2012
- 5) 小山達弥, 池田充: 任意軌道に対する電車線モデルの作成方法(その1), 日本機械学会2017年度年次大会, CD-ROM 論文集, 2017
- 6) 池田充, 小山達弥: 任意軌道に対する電車線モデルの作成方法(その2), 日本機械学会2017年度年次大会, CD-ROM 論文集, 2017
- 7) 池田充, 常本瑞樹: FEMによる温度変化に伴う架空電車線の静構造変化解析, 第24回鉄道技術・政策連合シンポジウム(J-RAIL2017), CD-ROM 論文集, 2017
- 8) 池田充, 小林樹幸: マルチボディダイナミクスによるパンタグラフの接触性能評価, J-RAIL2013, CD-ROM, 2013
- 9) 長尾恭平, 小山達弥, 池田充, 白田隆之: マルチボディダイナミクスを用いた3次元パンタグラフモデル, 第24回鉄道技術・政策連合シンポジウム(J-RAIL2017), CD-ROM 論文集, 2017
- 10) 日本機械学会編: コンピュータダイナミクスシリーズ4 マルチボディダイナミクス(2)-数値解析と実際-, コロナ社, pp.121-124, 2007
- 11) 吉澤武司: カテナリ吊架式電車線の構造計算法に関する研究, 鉄道技術研究報告, No.1213, 1982.3