

## バラスト軌道大規模モデルの構築

相川 明\* 高垣 昌和\*\* 坂井 宏隆\*\*  
林 雅江\*\* 西浦 泰介\*\*\* 阪口 秀\*\*\*

### Construction of Large-Scale Ballasted Track Analytical Model by QDEM

Akira AIKAWA Masakazu TAKAGAKI Hirotaka SAKAI  
Masae HAYASHI Daisuke NISHIURA Hide SAKAGUCHI

The dynamic characteristics of ballast layers in relation to repeated impact loads have not yet been sufficiently elucidated. To gain greater insight into the causes of ballasted track deterioration, it is critical to be able to evaluate the dynamic internal behavior of ballast with high precision. A new method for numerical simulations, namely quadruple discrete element method (QDEM), was developed to build a ballasted track model capable of reproducing various ballast states in detail. The QDEM takes into account the interaction defined by four particles consisting a tetrahedron vertex. Assuming a micro-continuum for each tetrahedron with viscoelasticity in continuum mechanics, the relationship between the motion of four particles and the stress developed in the tetrahedron can be formulated. In this research, the parallelized QDEM simulation is applied to the analysis of ballast track behavior influenced by impulse load associated with a running train on a rail, which made it possible to simulate track subsidence due to the elastic vibrations and the rolling / displacement of the ballasted track caused by passing trains. In future these analytical models can be used to gain deeper insight into mechanisms leading to ballasted track deterioration. It is also expected to be used to evaluate various corrective measures.

キーワード：バラスト軌道，弾性体個別要素法（QDEM），過渡応答解析，大規模並列解析

### 1. はじめに

車輪の転動時にレールとの接触面で発生する衝撃荷重はまくらぎやバラストに伝播し、軌道構造やバラストに劣化現象を引き起こす。こうした劣化の発生メカニズムには未解明な点が多く、鉄道総研ではその現象解明に向けて、列車走行時の道床バラストの動的応答挙動を再現する解析プログラムの開発に取り組んでいる。衝撃荷重による実現象を模擬するには詳細モデルでの数値解析が不可欠であるため、本プログラムは大規模並列計算にも対応可能なものとした。

図1に実軌道で用いられているバラスト砕石を示すが、道床バラスト層は、これら硬いバラスト砕石の集合体であり、車輪・レール間において発生する衝撃荷重を吸収・緩和し、路盤が許容できるレベルまで低減して伝えるという重要な役目を担っている。その際、バラスト自身の劣化現象が避けられず、その性能を維持するためのメンテナンスが必要になることが問題となっている。数値解析を用いてバラスト層の動的挙動や劣化現象を解

明するには、硬い石でできた弾性体としての性質とともに、粒子集合体からなる不連続体としての性質という、相反する2つの性質を同時に考慮した上で、バラスト内部の弾性変形挙動や波動伝播特性を十分な精度で評価する必要がある。

そこで、鉄道総研では海洋研究開発機構との共同研究により、バラスト集合体としての砕石間の接触挙動とともに、弾性体としての変形挙動を同時に扱うことのできる弾性体個別要素法（QDEM）を新たに開発した<sup>1)~4)</sup>。QDEMは、一般の個別要素法のように、粒子の回転・並進による剛体変位、および、粒子間の接触・摩擦挙動に関する動解析が実施でき、その上で、粒子内部を細か



図1 バラスト砕石

\* 鉄道力学研究部 軌道力学研究室  
\*\* 鉄道力学研究部 計算力学研究室  
\*\*\* 海洋研究開発機構

特集：鉄道力学

四面体要素に分割することで、粒子内部における弾性変形・応力分布も同時に解析可能という特徴を有する。本手法は、さらに、構成式を変更することにより、粘弾性解析や弾塑性解析も可能である。しかしながら、列車通過時の衝撃荷重によるバラストの劣化現象の解明および対策工の評価解析に QDEM を用いる場合、まくらぎ 1 本分の軌道を解析対象とするだけでも、バラスト軌道断面に含まれるバラストの数は数万個～10 万個になるため、トータルの四面体数は数百万個から数千万個のオーダーとなる可能性がある。そこで本プログラムでは、複数の GPU ボード上で相互に通信を行いながら、QDEM による大規模並列解析ができるようにアルゴリズムを改良し、そのアルゴリズムを実装した。

本稿では、まず QDEM の基礎理論とそのアルゴリズムについてまとめるとともに、解析プログラムの特徴について解説する。さらに、バラスト詳細構造を再現したバラスト軌道モデルを構築し、これに実測荷重を入力する動的応答解析を実施し、本プログラムによる解析の妥当性を検証した。

2. 弾性体個別要素法解析 (QDEM) の基礎理論

本章では QDEM の計算方法の概要について説明する。図 2 は、通常の個別要素法 (DEM) と、QDEM の概念の違いを模式的に示したものである。通常の個別要素法モデルでは、1 次元的に並んだ 2 要素間のポテンシャルを考えるのに対して、QDEM では、3 次元的に並んだ 4 要素間で 1 つのポテンシャルを考えるという大きな違いがある。通常の DEM モデルでは、2 要素間に仮想的なばねを配し、要素間の距離の変化により、要素間の接触力を求める。しかし、DEM 粒子の仮想ばねのパラメータとして、バラスト現物のヤング率やポアソン比などの材料特性を用いても、実際の材料特性を再現することはできない。また、モデル自体は基本的に剛体モデルであり、解析より得られた粒子間の接触力から要素内部の応力を求めることはできない。一方、QDEM では、3 次元空間における 4 要素間のポテンシャルを考えることで、実際の物性を粒子モデルに与えやすい方法を採用している。すなわち、4 要素間の位置変化より、4 要素で構成される四面体内部の応力を求めるものである。ここでは簡単に考えるために、弾性体を仮定し、四面体要素の変

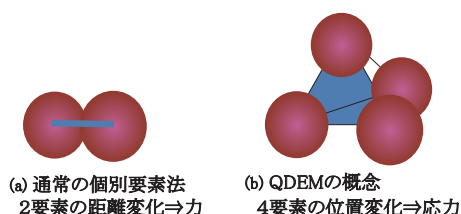


図 2 通常の個別要素法と QDEM の概念

形勾配テンソルから、四面体要素に働く弾性応力テンソルを求める方法について述べる。

図 3 に示すように、3 次元空間内において四面体の微小要素とその頂点の位置ベクトルについて考える。基準時刻 ( $t=0$ ) における微小要素の位置ベクトルを基準配置とし、基準配置から変形と平行移動と回転を伴った現時時刻 ( $t=t$ ) における微小要素の位置ベクトルを現配置とする。ここに、現配置の微小要素は、基準配置にある微小要素内部の変形、微小要素の平行移動と剛体回転という 3 つの要因により生じたものである。

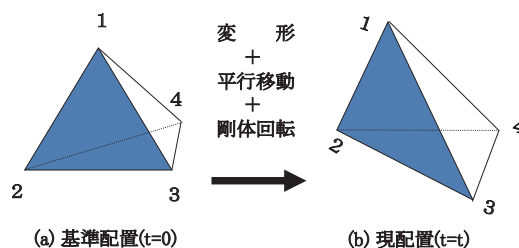


図 3 物質内の微小要素の変形

いま、基準配置および現配置の四面体要素に関して、図 4 に示すような 3 つの一次独立なベクトル  $d\mathbf{X}$  と  $d\mathbf{x}$  を考える。変形量が微小な場合、 $d\mathbf{X}$  から  $d\mathbf{x}$  への変換は線形変換とみなせるので、変形勾配テンソル  $\mathbf{F}$  は式 (1) のように  $d\mathbf{X}$  を  $d\mathbf{x}$  に変換する線形変換テンソルとなる。したがって、 $\mathbf{F}$  を構成する 9 つの成分は、3 組の一次独立なベクトルの変形前後の関係を調べれば良い。つまり、 $\mathbf{F}$  は変形前後の四面体の 4 頂点の位置ベクトルから求められる。

$$d\mathbf{x} = \mathbf{F} \cdot d\mathbf{X} \tag{1}$$

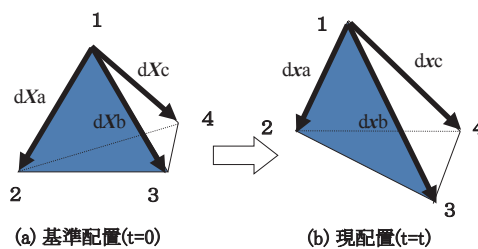


図 4 3 つの 1 次独立なベクトルの変換

このように、四面体の変形勾配テンソル  $\mathbf{F}$  が決まれば、あとは、弾性応力テンソル  $\mathbf{E}$  を  $\mathbf{F}$  の関数として計算によって求めることができる。つまり、四面体の 3 次元的な変形によって生じる 3 次元的な応力をテンソルとして与える。これは、通常の個別要素法において、接触する 2 つの要素間において 1 次元的な距離の変化から 1 次元的な接触力を求める操作に対応する。

次に、変形勾配テンソル  $\mathbf{F}$  から弾性応力テンソル  $\mathbf{E}$  への変換手順について説明する。 $\mathbf{R}$  を直交テンソル、 $\mathbf{U}$  を正値対称テンソルとしたとき、変形勾配テンソル  $\mathbf{F}$  は一般に式 (2) のように分解できる。

$$\mathbf{F} = \mathbf{R}\mathbf{U} \tag{2}$$

ここに、 $\mathbf{U}$  は純粋な変形であるストレッチ成分 (右スト

レッチテンソル) であり,  $\mathbf{R}$  は回転成分を表す。これを変形勾配の右極分解と呼ぶ。なお, 現配置の位置ベクトルは, 変形, 平行移動および剛体回転の3つの要因により生じたものであると上述した。しかし, 要素内部に3つの一次独立なベクトルを考える際に, 両配置における位置ベクトルの差は相殺されるので,  $\mathbf{F}$  は変形成分と回転成分の2つから構成されることになる。

同様に,  $\mathbf{R}$  を右極分解と同一の回転成分を表す直交テンソル,  $\mathbf{V}$  を正値対称テンソルとして, 変形勾配テンソル  $\mathbf{F}$  は式 (3) のようにも分解できる。

$$\mathbf{F} = \mathbf{V}\mathbf{R} \quad (3)$$

ここに,  $\mathbf{V}$  は純粋な変形であるストレッチ成分(左ストレッチテンソル) であり, 本式のことを変形勾配テンソルの左極分解と呼ぶ。式 (2), (3) より, 次式の関係が成り立つ。

$$\mathbf{F} = \mathbf{R}\mathbf{U} = \mathbf{V}\mathbf{R} \quad (4)$$

本式には回転成分  $\mathbf{R}$  が含まれているので  $\mathbf{R}$  を取り除き, 純粋な変形成分のみを抽出する必要がある。そこで, 式 (5) に示すように  $\mathbf{F}$  とその転置行列  $\mathbf{F}^T$  の積をとって左コーシーグリーン変形テンソル  $\mathbf{B}$  を作る。

$$\mathbf{B} = \mathbf{F}\mathbf{F}^T = \mathbf{V}\mathbf{R}\mathbf{R}^T\mathbf{V}^T = \mathbf{V}^2 \quad (5)$$

ここに,  $\mathbf{R}$  と  $\mathbf{R}^T$  は回転量が同じで, 回転の向きだけが逆回転の関係にあるので, 上式では  $\mathbf{R}\mathbf{R}^T$  により回転成分がキャンセルされて, 左コーシーグリーン変形テンソル  $\mathbf{B}$  は左ストレッチ成分だけで構成されることになる。したがって, 弾性応力テンソル  $\mathbf{E}$  を  $\mathbf{B}$  の関数で表わせば良いことが分かる。 $\mathbf{E}$  と  $\mathbf{B}$  の一般的な関係は等方性を仮定すると式 (6) で表せる。

$$\mathbf{E} = a_0\mathbf{I} + a_1\mathbf{B} + a_2\mathbf{B}^2 \quad (6)$$

解析モデルで使用する構成則に合わせて, これら3つの定数  $a_0, a_1, a_2$  を適切に選ぶことで, 弾性応力テンソル  $\mathbf{E}$  が求められることになる。ここでは, フック弾性体を仮定すると, 高次の  $\mathbf{B}^2$  を考慮しないので, 定数は  $a_0, a_1$  の2つになり, これらのパラメータはラメの定数 ( $\lambda, \mu$ ) に対応させることができる。すなわち弾性応力テンソルは次式で表される。

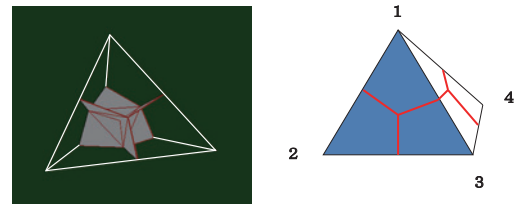
$$\mathbf{E} = \lambda\text{tr}(\boldsymbol{\varepsilon})\mathbf{I} + 2\mu\boldsymbol{\varepsilon} \quad (7)$$

ここに,  $\boldsymbol{\varepsilon}$  は左グリーンラグランジュ歪みテンソルであり,  $\mathbf{B}$  を用いて次式で与えられる。

$$\boldsymbol{\varepsilon} = (\mathbf{B} - \mathbf{I})/2 \quad (8)$$

四面体に生じる弾性応力テンソル  $\mathbf{E}$  が求められたら, 次に  $\mathbf{E}$  を四面体の4つの頂点に位置する4つの粒子の寄与分に分解し, さらにそれぞれの粒子に加わる力に変換する。これに関して, 一般の有限要素法のように要素内に積分点を設けて数値積分する方法では, 計算負荷が非常に大きくなり, 高速化・大規模化の面で非効率である。そこで本法では, 図5に示すように, 任意の四面体に対して, 4つの頂点座標データから4面体を幾何学的に等体積に4分割する方法を導入した。すなわち, 図5(a)に示すよ

うに, 四面体要素の4頂点の座標データをもとに, 四面体要素内部に三角形による分割面を設けて, 図5(b)のように等体積に4分割するものである。その際, 三角形の分割面は12個あり, そのそれぞれについて単位法線ベクトル  $\mathbf{n}$  と面積  $dS$  を求める。ただし, 分割面には裏表があり, それぞれの頂点について各頂点側の法線ベクトルを使う。



(a) 12個の分割面を有する四面体 (b) 等体積分割状況

図5 等体積分割された四面体要素

四面体の弾性応力テンソル  $\mathbf{E}$  と, 12個の三角形からなる分割面と, それぞれの分割面三角形の  $\mathbf{n}$  と  $dS$  が得られたら, 図6に示すように, 式 (9) にしたがって, それぞれの面の両側に働く応力ベクトル  $\mathbf{t}_n$  を求め, 式 (10) のように面積  $dS$  を乗じて力のベクトル  $d\mathbf{f}$  を得る。

$$\mathbf{t}_n = \mathbf{E} \cdot \mathbf{n} \quad (9)$$

$$d\mathbf{f} = \mathbf{t}_n dS \quad (10)$$

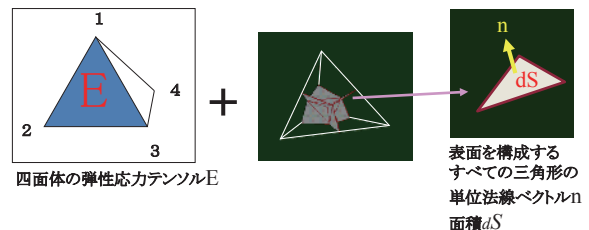


図6 四面体応力から力への変換

全ての分割三角形の両面における  $d\mathbf{f}$  が求められたら, 各頂点  $i$  ごとの総和を求め, これを頂点  $i$  に存在する要素に作用する力  $\mathbf{f}_i$  とする。得られた  $\mathbf{f}_i$  と要素の質量  $m$  をもとに, 運動方程式を数値的に解いて, 要素の加速度  $\mathbf{f}_i/m$ , 速度  $\mathbf{v}$ , 位置  $\mathbf{x}$  を更新する。以上を簡単にまとめると, 実際の計算の流れは以下ようになる。

- ①：四面体の各頂点の位置ベクトルとその変化量から, 変形勾配テンソル  $\mathbf{F}$  を求める。
- ②：①のテンソルを独立変数とするテンソル値関数である構成式を使って四面体に生じる応力を求める。
- ③：②の応力テンソルと, 四面体内の分割面三角形の法線ベクトルから, 分割面三角形生じる応力ベクトルを求める。
- ④：③と分割面三角形の法線ベクトルと面積から粒子に加わる力を求める。
- ⑤：④で得られた力をもとに粒子の運動方程式を解き,

特集：鉄道力学

粒子の物理量と位置を更新する。

⑥：①に戻り、これを繰り返す。

なお、実際の QDEM の計算では、DEM と同様に異なる要素の表面粒子間における接触判定を行って粒子間接触力を計算し、個々の要素の弾性力計算を行う。それらの力をもとに粒子情報の更新を行う。以上が、4 要素 1 四面体モデルの QDEM の計算方法の概要である。

QDEM の構成則や破壊基準は 3 次元であり、現実の物質のマクロな構成則との整合性がある。また本手法は、要素が接触状態にある場合は弾性体を模擬し、一方、粒子が分離した場合は通常の個別要素法演算を行うことにより、弾性体と粒子集合体という相反する 2 つの性質を同時に考慮することが可能となる。

### 3. QDEM によるバラスト軌道の動的挙動解析

#### 3.1 まくらぎ 1 本分のバラスト軌道モデルの応答解析

##### (1) まくらぎ 1 本分のバラスト軌道モデルの構築

本節ではまくらぎ 1 本分のバラスト軌道 QDEM モデルをもとに試計算を行い、解析手法の有効性を検証する。図 7 は、まくらぎ 1 本分のバラスト軌道 QDEM モデルの諸元である。バラスト粒子は、領域内部に核をランダムに配置し、核から粒子形状を成長させ、その後 QDEM を用いて重力場での動的応答解析により締め固めを実施して作成したものである。まくらぎに関しては、3 号まくらぎの外形を台形の柱で近似し、その内部を四面体要素でランダムに分割しモデル化した。構築したモデルはバラスト数 5700 個、四面体要素数 253711 個、四面体の頂点数 920103 個からなる。

##### (2) 実測荷重入力による応答解析

構築したまくらぎ 1 本分のバラスト軌道モデルの左右

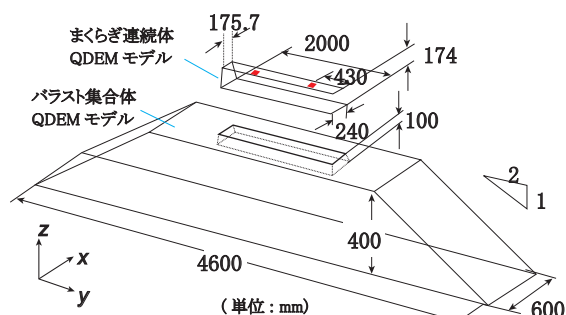


図 7 まくらぎ 1 本分のバラスト軌道 QDEM モデル

表 1 解析で用いた物性値の諸元

項目	バラスト	まくらぎ
ヤング率 (GPa)	30	45
(試計算での値)	(0.30)	(0.45)
ポアソン比	0.2	0.167
摩擦係数	0.57	0.57
密度 (kg/m <sup>3</sup> )	2700	2350

のレール位置に、実軌道で測定した 5 両編成の特急車両通過時のレール圧力波形を入力する動的応答解析の試計算を実施した。解析に用いた物性値を表 1 に示す。時間刻みは 100 (ns) である。なお、まくらぎ 1 本分の試計算では、ステップ当たりの変形量を拡大して計算を加速させるために、バラストおよびまくらぎのヤング率を実際の値の 1/100 の大きさに設定した。

##### (3) 実測荷重入力による応答解析結果

図 8 は変位応答を描画したものである。図では、変形量を 100 倍の大きさに拡大して描写している。図より、車輪直下のまくらぎは端部がたわみ、その下のバラストが大きく動いている様子がわかる。

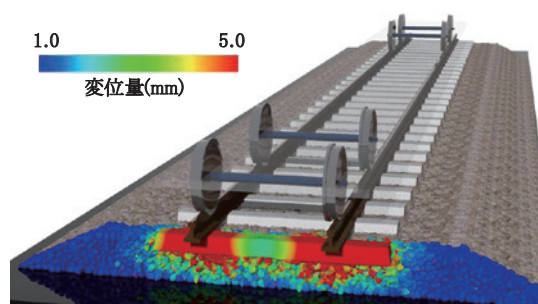


図 8 実測荷重入力時の変位応答計算例

また、図 9 は、まくらぎの直下に位置する 3 か所のバラストについて、バラストが受ける接触力の時刻歴を示したものである。走行荷重を初めて受けるバラスト層は、走行荷重の繰り返しによる締め固めが十分では無いために、バラスト間の接触点数が少なく、载荷当初は接触点 1 点当たりに働く接触力が大きいことがわかる。しかし、その後、荷重が繰り返し加わることで徐々にバラスト層が高密度に充填され、その影響で接触点数が増加するので、バラストに働く力が安定することを解析的に確認することができた。接触力が安定したところでは、バラストが受ける接触力は場所によらずほぼ同じであった。

図 10 は、まくらぎの振動加速度のリニアスペクトルである。図より、まくらぎは端部ほど大きく振動してい

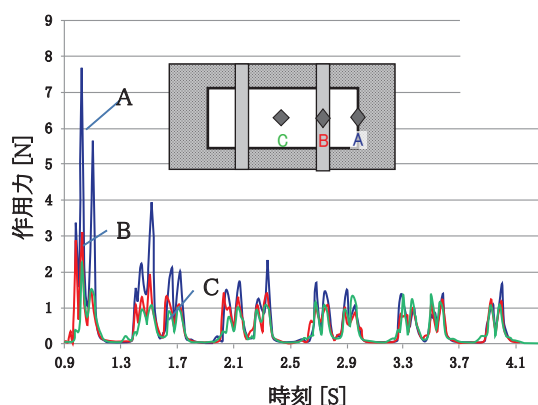


図 9 バラストの接触力の時刻歴応答

ることがわかる。また、100Hz 付近に応答のピークがあるが、これはまくらぎがバラスト層のバネ作用で並進的な上下動を行う剛体振動モードである。バラスト層の剛体振動モードはバラスト層の劣化挙動に大きく関与する重要な挙動であり、既往の文献では約 100Hz 付近にあるとされている<sup>5) 6)</sup>。本解析では解析条件が現場の状況とは異なるので定量的な比較はできないものの、定性的な傾向に関しては、バラスト層における剛体振動モードの発生機構を概ね再現できているものと判断される。

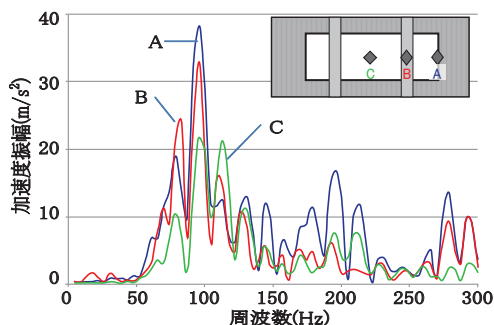


図 10 まくらぎの振動加速度スペクトル

また、図 11 は、バラスト軌道の鉛直方向の初期沈下挙動を示したものである。本解析ではヤング率を小さく設定している影響で軌道の沈下量が大きくなっている。しかしながら、その定性的な沈下挙動に関しては、軸通過により沈下量が増加するものの、1 軸あたりの沈下量は徐々に減少し一定値に漸近する傾向が得られた。これらの傾向は、実物大載荷実験や実軌道でのバラスト軌道の初期沈下の特徴に概ね符合している。

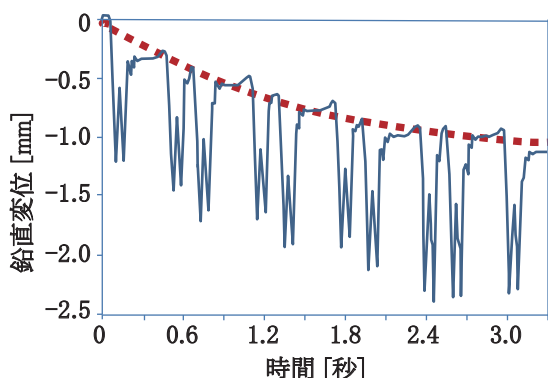


図 11 バラストの初期沈下挙動

### 3.2 複数まくらぎモデルに関する応答解析

#### (1) 周期境界を用いたバラスト軌道モデルの構築

つぎに、まくらぎ 4 本分の実軌道を模擬したモデルを構築し、それに列車通過時の実測荷重波形を入力する動的応答解析を実施した。その際、軌道長手方向にまくらぎ本数を増したバラスト軌道モデルの解析を行う際には、まくらぎ 1 本のバラスト軌道モデルを複製して用い

ることが計算コスト上望ましい。しかし、この手法では、軌道長手方向の接合面においてバラストが滑らかな平面上に並んでしまう。そこで、本解析では、バラスト形状を初期発生する段階において、図 12 に示すように、軌道延長方向の接続面に周期境界を導入し、この周期境界の条件下で重力場において締固め解析を施すこととした。本手法によると、境界面ではバラストがランダムに並んでいるものの、隣接する接合面の形状は隙間無く一致させることが可能となる。また、前述の試算ではまくらぎの形状を正確には再現していなかったが、ここでは 3 号まくらぎの詳細形状を再現したモデルを用いた。

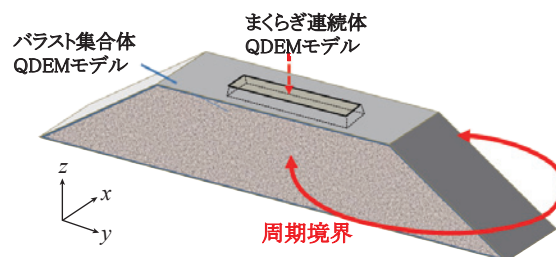


図 12 周期境界を用いたモデル作成

#### (2) 3号まくらぎの QDEM モデルの構築

図 13 は、在来線で広く使用されている 3 号まくらぎの詳細形状を模擬した有限要素モデルを構築し、その内部を約 10 mm サイズの四面体要素にランダムに分割し、さらにこれを QDEM 用に変換したモデルである。このように四面体要素のみのモデルの場合、有限要素法モデルをそのまま QDEM 解析においても用いることが可能である。

つぎに、まくらぎモデルをバラスト軌道の解析領域の中央に置き、上述の周期境界条件に基づき、まくらぎの周囲にバラストを生成し充填したまくらぎ 1 本分のバラスト軌道モデルを構築した。さらに、このまくらぎ 1 本分のバラスト軌道モデル 4 ブロックを隙間無く並べて、さらに QDEM の動的応答解析により重力場での締固め計算を実施して、モデル全体を一体化した。なお、バラストの両端の断面に関しては、周期境界で得られた最端部のバラストのみ水平方向の動きを固定した。

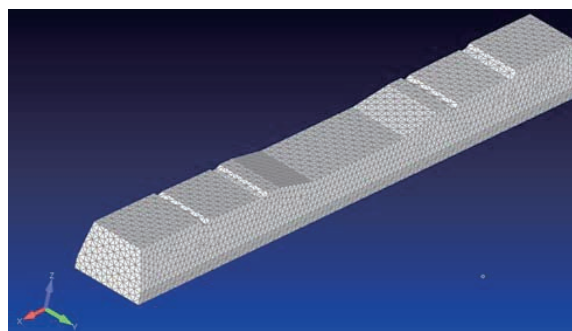


図 13 3号まくらぎの QDEM モデル

## 特集：鉄道力学

## (3) 実測波形に対する動的応答解析結果

QDEM プログラムに関して、さらに大規模なモデルに対応可能とするために、QDEM コードをマルチ GPU 並列化し、大規模モデルを解析する手法を開発した。そのうえで、まくらぎ 4 本分のバラスト軌道モデルを 2 枚の GPU ボードで計算するマルチ GPU 並列解析により、実測荷重波形を列車の走行速度に合わせて時間差を設けて各まくらぎのレール位置に入力する動的応答解析を実施した。

図 14 は、異なる時刻での変位分布（沈下量）を示したものである。図では変位量の大きいところを赤で、変位量が小さいところを青で、その間の変位量を色の濃淡で示す。同図より、車軸の通過に伴ってバラスト層に変位が発生している様子や、計算ノード境界面で GPU 間の通信が正しく行われ、不自然な挙動が生じていないことが確認できる。

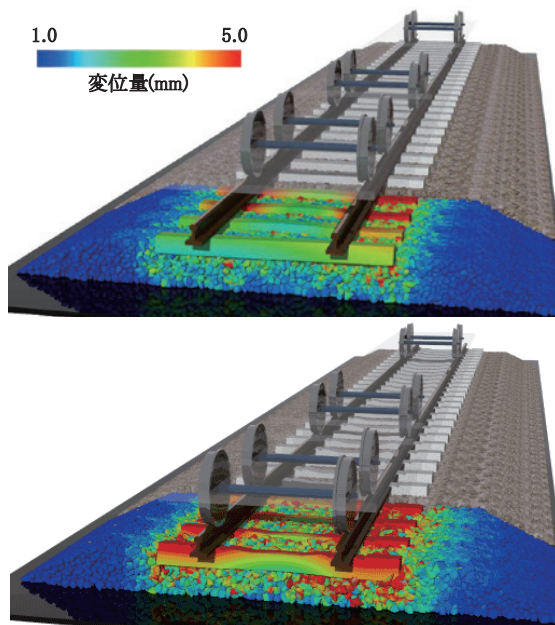


図 14 異なる時刻における変位分布

## 4. おわりに

バラスト軌道の劣化現象解明のためには、バラスト層内部の動的挙動を十分な精度で評価する必要がある。そこで、本研究ではバラストの動的相互作用を詳細に評価可能なバラスト軌道大規模モデルを開発し、その有効性を検証した。とくに本論文においては、バラストとまくらぎの詳細構造とともに QDEM でモデル化することにより、まくらぎ-バラスト系構造の動的応答解析を可能とした。まず、まくらぎ 1 本分のバラスト軌道モデルに関する応答解析を実施して、実現象に即した解析が実現されていることを確認した。続いてまくらぎ 4 本分のバラスト軌道モデルを構築し、2 個の GPU を用いたマル

チ GPU 並列解析を実施し、概ね妥当な計算結果が得られることを確認した。得られた成果は以下のとおりである。

- (1) まくらぎ 1 本分のバラスト軌道に関する QDEM (弾性体個別要素法) モデルを構築して、実測荷重波形に対する動的応答解析を実施した。本解析では、計算効率のためヤング率を実際の 1/100 としており、結果に関して定量的な比較はできないものの、バラスト層の剛体振動モードの発生メカニズムと、バラスト層の初期沈下挙動とを定性的に概ね再現できていることが確認できた。
- (2) 周期境界を用いたまくらぎ 4 本分のバラスト軌道に関する QDEM モデルを構築し、複数の GPU を用いたマルチ GPU 並列解析により、実測荷重波形に対する動的応答解析を実施した。車軸の通過に伴ってバラスト層に変位が発生している様子や、計算ノード境界面で GPU 間の通信が正しく行われ、不自然な挙動が生じていないことが確認できた。

本研究で開発した解析モデルは、バラスト軌道の劣化発生メカニズムの解明や、各種対策工の評価等への活用が期待される。今後は、軸重による繰返し载荷の解析計算を実施することにより、従来の数値解析では再現できなかったバラスト内部の長期劣化挙動の解明に活用する予定である。

## 文献

- 1) Nishiura, D. and Sakaguchi, H. : Parallel-vector algorithms for particle simulations on shared-memory multiprocessors, *Journal of Computational Physics*, Vol. 230 (5), pp. 1923-1938, 2011.
- 2) Nishiura, D., Matsuo, Y.M. and Sakaguchi, H. : ppohDEM, Computational performance for open source code of the discrete element method, *Computer Physics Communications*, Vol.185 (5), pp.1486-1495, 2014.
- 3) 西浦泰介, 阪口秀, 相川明, Multi-QDEM シミュレーションによるバラスト軌道の衝撃応答試験, 日本機械学会第 27 回計算力学講演論文集, Vol.27, 2014 年 11 月
- 4) 西浦泰介, 阪口秀, 相川明, Multi-QDEM の Multi-GPU 計算によるバラスト軌道の衝撃応答シミュレーション, 計算工学講演会論文集, Vol.20, 2015 年 6 月
- 5) L. Grassie, R. W. Gregory, D. Harrison, K. L. Johnson : Modelling of railway track and vehicle/track interaction at high frequencies, *Vehicle System Dynamics*, Vol.22 (3-4), pp.209-262, 1993.
- 6) 相川明: 実軌道測定に基づくバラストに加わる衝撃荷重とその減衰特性, 鉄道総研報告, Vol.27, No.4, pp.41-46, 2013