

# バラスト軌道の動的応答特性に関する力学的評価

相川 明\*

## Load Transmission Characteristics and Natural Modes of Ballast Layer subject to Traffic Loads

Akira AIKAWA

This paper details the field measurement and FE analysis carried out to clarify the transmission characteristics of dynamic loads within a ballast layer. Base on the spectral analysis of the measured data, the accelerance curve and compliance curve of the ballast layer indicate existence of two typical different natural modes of the ballast layer. One is the first-order elastic resonance mode of the ballast aggregate at around 650 Hz at which the whole ballast aggregate repeats the vertical expansion and shrinkage elastically as a continuous body. The other is the rigid body vibrational mode at around 40 Hz at which the mass of the track structure and the indirect additional mass given by a train vibrates simultaneously up and down due to the spring stiffness of the ballast layer. It is apparent that the ballast layer has hardly any capacity to reduce vibration components around these natural frequencies. A weak roadbed and overburdened mass theoretically cause the reduction of the frequency in the rigid body mode. It can be inferred that the occurrence of ballast resonance with the passing-axle frequency causes the shift and the flow of ballast.

キーワード：バラスト軌道，現場測定，スペクトル解析，剛体振動モード，弾性振動モード

### 1. はじめに

バラスト軌道は「軌道破壊」と呼ばれる不同沈下現象が避けられず、長期に亘る高頻度の補修作業が欠かせない。そのため、軌道破壊を低減できる対策工の開発を含めた、長期的な維持管理のあり方が技術課題となっている。従来、軌道破壊現象に関しては、列車の動荷重の影響でバラストの摩耗が進み、徐々に不同沈下が発生するものと考えられている。しかしながら、軌道破壊に至る力学的なメカニズムについては未解明なことが多く、その現象解明と対策工の評価法の確立が希求されている。

一般的に動的な荷重は物体内部を波動として伝わり、その結果、その物体特有の固有振動特性の影響を受ける。このことは、バラスト軌道の動的な応答特性にもあてはまることであり、したがって、軌道破壊の現象解明には、まずはバラスト層の固有振動特性を調べるのが重要である。そこで、本論文では、実軌道での動的応答測定結果<sup>1)</sup>に基づくスペクトル解析により、バラスト層の固有振動特性を同定するとともに、数値解析と理論解析を併用してバラスト層の動的応答特性について調べた。

### 2. バラスト層の鉛直方向の固有振動モード

#### 2.1 バラスト層の固有振動モードの概要

図1は、バラスト層で発生すると考えられる鉛直方向

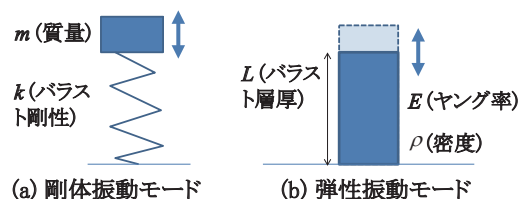


図1 バラスト層の固有振動モード

の固有振動モードの特徴を示したものである。1つは剛体振動モードであり、もう1つは弾性振動モードである。剛体振動モードは、まくらぎ、レールなどの軌道構造の上載質量と、バラスト層および路盤の剛性からなる1自由度系が、列車の動荷重を受けて上下方向に剛体的に振動するモードである。この場合、バラスト層は弾性的なばねとしての役割を果たす。剛体振動モードには、3軸方向に並進、回転の計6モードが存在するが、バラスト層に加わる動荷重およびバラスト層の応答ともに鉛直方向の振動成分が卓越することから、本論文では鉛直方向の並進挙動のみについて考えるものである。従来、バラスト層の剛体並進モードについてはおよそ100Hz近傍に存在すると言われている<sup>2)</sup>。一方、弾性振動モードは、バラスト層が弾性体(連続体)として上下方向に伸縮する定在波の振動モードである。本モードは、通常の状態のバラスト層では発生せず、バラスト層に列車の重量が加わり、大きな拘束圧を受けた状態において発生する。

\* 鉄道力学研究部 軌道力学研究室

特集：軌道技術

2.2 バラスト層の固有振動モードの同定

バラスト層の固有振動モードを同定するために、路盤条件が比較的良好な在来線において実施した現場測定データ（走行速度 122.1 km/h、サンプリング周波数 10 kHz）を用いた。測定現場は 60 kg ロングレールと 3 号まくらぎからなる直線区間であり、道床の厚さは約 30 cm である。測定結果の例を図 2 に示す。ここでは、まくらぎ下面荷重（バラスト層に作用する動荷重）、および、バラスト振動加速度の 2 つについて、高速フーリエ変換 (FFT) によりリアスペクトルを求め、バンド幅 20 Hz で平滑化した。

図 3 は、列車通過時にまくらぎ下面荷重に対するバラスト層の鉛直方向応答に関するコンプライアンス曲線とアクセラランス曲線である。コンプライアンス曲線とは、周波数領域での荷重応答に対する変位応答の伝達関数であり、アクセラランス曲線は周波数領域での荷重応答に対する加速度応答の伝達関数である。図では、最大値が 1 になるように基準化した。

図中のコンプライアンス曲線より、40 Hz 近傍に顕著なピーク形状が存在することがわかる。また、40 Hz 近傍の周波数領域における位相特性を調べたところ、まくらぎとバラスト層はほぼ同相で一体的に振動していることがわかった。したがって、本モードは、軌道構造の質量がバラスト層の剛性により、上下方向に振動する剛体振動モードであると考えられる。この点に関しては 3 章にて述べる。また、図中のアクセラランス曲線より、650 Hz 近傍に山形の応答倍率のピーク値があることがわかる。このピーク値に関しては 4 章にて後述するが、バラスト層が弾性体として上下方向に伸縮する弾性振動モードであると考えられる。

3. バラスト層の剛体振動モード

3.1 実物大軌道模型による加振実験

現場測定では、バラスト層の剛体振動モードが 40 Hz 近傍で確認された。そこで、図 4 に示すようなまくらぎとバラスト層からなる実物大軌道模型を構築し、バラスト道床の固有振動特性を調べた。実験では、インパルスハンマでまくらぎ端部を三方向より逐次加振し、まくらぎ上およびバラスト層内部の加速度応答を収録し、実験後に、実験モーダル解析により、固有振動数とモード形状を求めた。本実験結果では、鉛直方向の剛体並進振動は 98 Hz で発生した<sup>3)</sup>。

3.2 剛体振動モードの低下現象

前節で述べたように、剛体振動モードは実物大模型では 98 Hz で発生したが、現場測定ではそれより約 60 Hz も低い周波数で剛体振動モードが観測された。剛体振動モードとは、軌道構造の質量とバラスト層の剛性からな

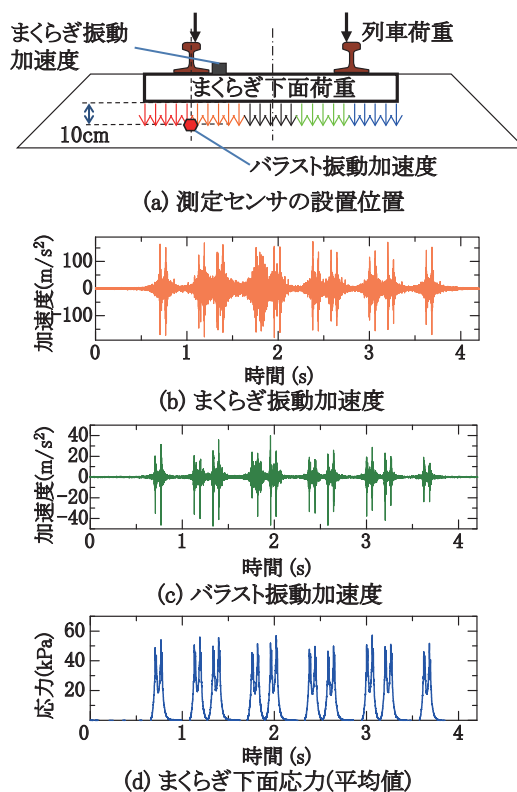


図 2 時刻歴応答波形の測定例（実測値）

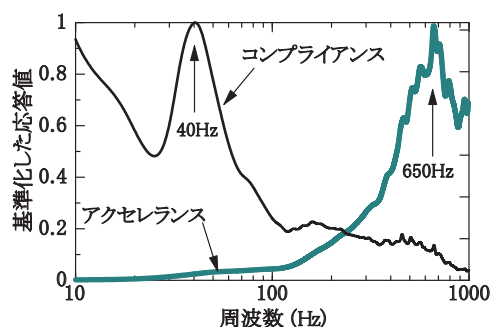


図 3 バラスト層の応答倍率（実測値）

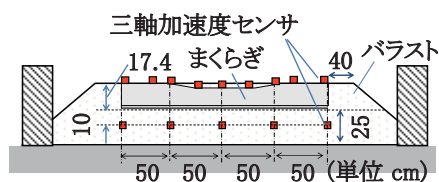


図 4 実物大模型加振実験の概要

る 1 自由度系が、動荷重を受けて、上下方向に剛体振動するモードである。軌道構造の質量を  $m$  (kg)、バラスト層のヤング率を  $E$  (MPa)、層厚を  $L$  (m)、まくらぎ底面積を  $A$  (m<sup>2</sup>) とすると、1 次の固有振動数は近似的に  $f_1 = \sqrt{(EA/Lm)}/(2\pi)$  で与えられる。したがって、軟弱路盤で  $E$  が低下した場合や、上載質量  $m$  が大きくなると固有振動数が低下する。当該現場は比較的高剛な路盤であり、路盤の影響で固有振動数が低下したとは考えがたい。そこで、本理論式をもとに、どれだけの質量が付

加されると実験値が実測値に一致するかを考えてみた。ここで、加振実験より、まくらぎ質量を  $m_1 = 160$  (kg)、バラスト層厚を  $L = 0.3$  (m)、 $A = 0.48$  (m<sup>2</sup>)、 $f_1 = 98$  (Hz) とおいて、バラスト層の(見かけ上の)ヤング率を求めると  $E = (L/A)(2\pi f_1)^2 m_1 = 37.9$  (MPa) となる。一方、まくらぎ1本分のレールの質量は  $m_2 = 68.2$  kg であるから、上載質量の概算値は  $m = m_1 + m_2 = 160 + 68.2 = 228.2$  (kg) となる。この条件で固有振動数が実測値 40 Hz に一致する付加質量の大きさを計算した。その結果、まくらぎ1本あたり約 730 kg の質量が付加されると、概ね測定結果に一致する固有振動数となる。このことは、列車通過時には車両の質量が見かけ上分布質量として作用しており、輪重通過時以外の時点においても、まくらぎに付加質量として働く可能性を示唆していると考えられる。

### 3.3 剛体振動モードと荷重の伝達特性

現場データを用いて、剛体振動モードがバラスト軌道の動的応答特性に及ぼす影響について調べる。図5は、まくらぎ-バラスト間の変位応答倍率である。図では変位について示すが、加速度応答倍率も同じ曲線となる。図より、約 100 Hz 以上の振動成分については、それらがまくらぎ下面からバラスト層に到達する間に、振幅が 1/3 ~ 1/5 に低減している。したがって、バラスト層は高周波の振動成分を低減する十分な性能を有することが分かる。一方、同図の約 100 Hz 以下の振動成分については、特に、鉛直方向の剛体振動モードに相当する 40 Hz 近傍では応答倍率がほぼ 1 であり、このことから、低い周波数領域ではバラスト層内部では振動成分が減衰しにくいことがわかる。

### 3.4 剛体振動モードに関する対策工の方向性

剛体振動モードの固有振動数は、バラスト層および路盤の剛性によって決まり、路盤条件が悪くなると剛性が小さくなり、固有振動数が低くなる。周波数が低下すると、変位振幅が増大し、バラストを流動させる要因になり得ると考えられる。剛体振動モードが原因となる軌道破壊を抑止するには、剛体振動モードの固有振動数を高くすることが効果的であると考えられる。固有振動数が高くなると、変位振幅が小さくなり、バラストの移動や流動現象を引き起こしにくくなることが予想される。また、振動数が高くなると、図5で示したようにバラスト層内部での振動の低減効果が期待できるので、列車の動荷重の影響をさらに小さくすることが可能である。これらの観点に基づく対策工としては、たとえば、路盤の改良、バラスト素材の高強度化によるバラスト層の剛性の増大、土嚢や枠組み構造による拘束圧付加、粘着性の物質の塗布やアンカーボルトによるバラスト層の一体化、車両や軌道部材の軽量化などが提案できる。

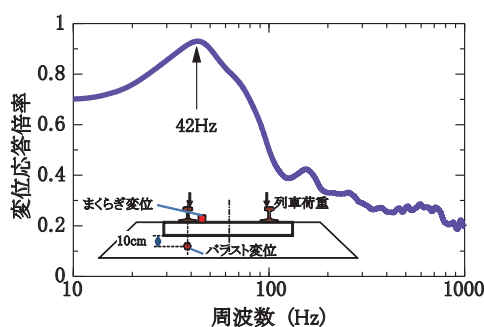


図5 まくらぎバラスト間の応答倍率(実測値)

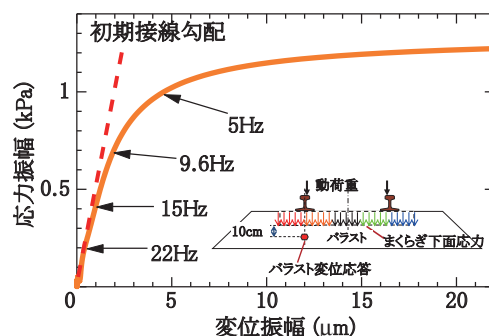


図6 変位振幅と応力振幅の関係(実測値)

### 3.5 変位振幅と応力振幅の関係

図6は、現場測定結果をもとに、バラスト層に加わる応力振幅(載荷面の大きさ 24 cm × 40 cm)と、バラスト層の変位振幅の関係をプロットしたものである。図中に記した値は、その点を与える応答スペクトルの周波数である。なお、図には 5 ~ 22 Hz の周波数を離散的に示したが、それらよりも高い周波数に関しては、図中では概ね原点近傍の直線上に集中して存在する。また、同図の曲線の勾配(応力/変位)がバラスト層の動的な剛性を意味する。

図より、動荷重が加わったときのバラスト挙動に関しては、原点近傍の変位振幅が小さい領域(すなわち約 20 Hz 以上の周波数領域)では、荷重振幅と変位振幅の間に明瞭な線形性がみられ、その接線勾配も大きい。このことより、変位振幅が小さい 20 Hz 以上の周波数領域では、バラスト層は概ね線形な弾性体として挙動し、バラスト層は動荷重に対して十分な剛性を有することがわかる。しかし、変位振幅 0.5 μm 近傍(約 20 Hz)を閾値として、変位振幅が増大し、その勾配も急激に小さくなることがわかる。すなわち、20 Hz よりも低い周波数の振動成分に関してはバラスト層の剛性が低下するといえる。

### 3.6 バラスト層の低周波域の変位応答

20 Hz 以下の低い周波数域の振動成分に対して、バラスト層が大きく変形し十分な抵抗力を有しない原因について調べる。図7は、実測データから求めたバラスト層の動質量と動剛性である。動質量は周波数領域において、

特集：軌道技術

荷重振幅を加速度振幅で除したもの（アクセラランスの逆数）であり，運動方程式における見かけ上の質量を意味する。また，動剛性は，荷重振幅を変位振幅で除したもの（コンプライアンスの逆数）であり，バラスト層の動的な剛性を意味する。両者の単位が異なることから，図では，最大値が1になるように規格化した。図中の値が1に近い場合は，動きにくく変形しにくいことを表しており，逆に値が0に近い場合は，動きやすく変形しやすいことを意味する。一般に，周波数がある程度以上大きい領域では，動剛性は周波数に比例して大きくなり，また，動質量は周波数の逆数に比例して小さくなる傾向があり，両対数上のグラフ上では，いずれも直線となる。

図より，動質量および動剛性ともにおよそ 20 Hz 以上の振動成分に対しては，両対数軸のグラフ上で直線となり，概ね周波数の 1 乗に正比例もしくは反比例する傾向が確認できる。なお，図中の 40 Hz 近傍で変動があるのは，剛体振動モードの共振の影響による。ここで，振動周波数が 20 ～ 30 Hz より小さくなると，動剛性は概ね周波数の 2 乗に比例し，一方，動質量は一定値に漸近する傾向がわかる。このことより，周波数が 20 ～ 30 Hz 近傍を閾値として，それ以下の周波数の振動成分に関しては，それ以上の周波数の領域とは異なる物理現象により，バラストの挙動が決まることがわかる。

同図において，特に 20 Hz 以下の動剛性に注目すると，周波数の 2 乗に比例する直線をなしているが，これは，20 Hz を下回る周波数領域では，変位振幅の増大に伴い，载荷時に蓄えられたひずみエネルギーの急激な解放により，バラスト層内部での粒子間接触力の低下による緩みの発生や，急激な除荷によるバラスト層自体の上方に向かう伸張運動を起こしている可能性がある。上述の図 6 において，およそ 20 Hz を閾値にして，急激に変位振幅が増加した現象に関しても，周波数が 20 ～ 30 Hz 近傍を閾値として，それ以下の周波数の振動成分に関しては，それ以上の周波数の領域とは異なる物理現象により，挙動が決まっているものと考えられる。

バラスト層内部における粒子間接触力の減少や，バラスト層の急激な伸張運動は，バラスト層に流動や側方への移動をもたらすことが容易に想像できる。図 8 は，砂質地盤上のバラスト軌道で，軌道不整が頻繁に発生する現場での測定結果を示したものである。当該地点において，路盤改良を行った条件と，路盤改良を行わない条件での，コンプライアンス曲線を示す。なお，図中の 6 ～ 7 Hz 近傍のピークおよび 12 ～ 14 Hz のピークは台車および車輪の通過周波数による応答である。図より，軟弱路盤条件では，コンプライアンス値が 1 桁大きくなっており，バラスト層の上下方向に関して大きな変位挙動が発生していることがわかる。上述の考察より，この大きな変位挙動については，軸重の除荷時に，バラスト層内

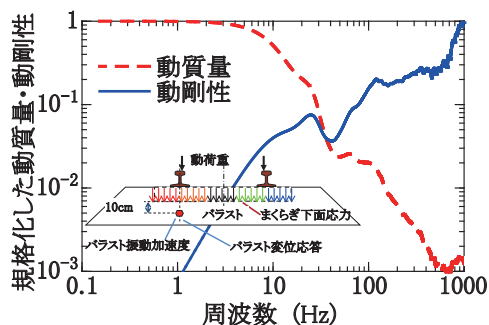


図7 バラスト層の動剛性と動質量（実測値）

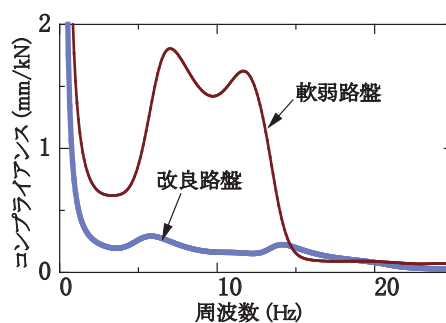


図8 バラスト層の跳ね上がり現象（実測値）

部に大きな変位挙動が発生しているものと考えられる。

これらバラスト軌道の除荷時における変位挙動を低減するには，バラスト層の剛体振動モードに関する固有周波数を高めて，変位振幅を小さくすることが有効である。また，バラスト層に拘束圧や粘着力を与えてバラスト層の一体化を図るとともに，軌道部材とバラスト層との一体性を確保することが必要である。

#### 4. バラスト層の弾性振動モード

##### 4.1 弾性振動モードに関する過渡応答解析

バラストの詳細形状を模擬した数値モデルを用いて，弾性振動モードを再現する。図 9 は，幅，奥行き 20 cm，高さ 17 cm のバラスト集合体の有限要素モデルである。本モデルは，バラストの実形状を模擬した多面体モデルを個別要素法（DEM）により締固め，その後，個々の多面体内部をメッシュサイズ約 5 mm の有限要素法四面体 2 次要素に細分割したものである。また，DEM の計算結果より，個々の接触箇所が点接触，辺接触，面接触のいずれの接触構造なのか，さらに，バラスト間の荷重伝達特性の違いも分かっており，その特徴を有限要素モデルにも取り入れる必要がある。本解析では，バラスト間の接触条件については点接触の場合は 1 点を共有節点で結合し，隣接するバラスト間での回転挙動を許し，辺接触の場合は両端 2 点を共有節点で結合し，バラスト間の蝶番のような挙動を可能とした。また，面接触の場合は，接触面の周囲の 3 点以上を共有節点で結合し，接触面の大きさにより荷重伝達特性を考慮する。なお，こ

れら共有節点でつながれた2点については、その変位量が同値となり、したがって、接触部近傍の複数の四面体要素の局所的な弾性変形にて、隣接するバラスト相互の伸縮およびせん断変形挙動を表現する。

なお、接触点でのバラスト自体の摩擦については、共有節点の代わりにばね要素を導入し、変形量に応じた摩擦によるエネルギー損失を考慮することも可能である。しかしながら、現場測定結果より、列車による荷重が加わって、バラストの連続性が確保できる条件では、バラスト間の変位振幅は十分小さく、接触点近傍の弾性変形挙動のみで十分再現できると考えられる。したがって、今回の解析では摩擦の影響については考慮していない。

バラスト石材のヤング率  $E = 30$  (GPa)、単位体積質量  $\rho = 2700$  (kg/m<sup>3</sup>)、ポアソン比  $\nu = 0.2$  とし、モデル上面に最大荷重 10kN、荷重時間  $5\mu\text{s}$  のインパルス加振をした時のバラストの応答を、大規模構造解析ソフト FrontISTR の直接法解析により計算した。解析結果を図 10 に示す。図はモデル正面中央部の荷重点近傍におけるバラストの、鉛直方向の変位応答波形を示したものである。図より、上下方向に一定周期の伸縮振動が発生することがわかる。その振動数は 1710 Hz であった。

本モードに関し、層厚  $L$ 、密度  $\rho$ 、ヤング率  $E$  の弾性体を仮定すると、理論的には鉛直方向に伸縮する 1 次の固有振動数は  $f_1 = \sqrt{E/\rho}/(4L)$  となる。ここで、数値モデルの層厚  $L = 0.17$  (m)、モデルの単位体積質量  $\rho = 1670$  (kg/m<sup>3</sup>)、固有振動数  $f_1 = 1710$  (Hz) をあてはめると、 $E = (4L \cdot f_1)^2 \times \rho = 2.26$  (GPa) となり、図 11 に示すようなバラスト層厚  $L$  (cm) と固有振動数  $f$  (Hz) の関係が得られる。図より、バラスト層厚が 30 cm の場合、その弾性振動に関する固有振動数は 969 Hz、層厚 40 cm の場合、726 Hz であり、現場における測定結果に比較的近い値が得られた。

#### 4.2 大規模モデルによる固有値解析

さらに、幅 2.4 m、奥行き 40 cm、厚さ 34 cm のバラスト層上に 3 号 PC まくらぎを載せた大規模有限要素モデル（節点数 115 万節点、要素数 400 万要素）を構築した（図 12）。本モデルに関して、FrontISTR による固有値解析を実施した。解析の結果より、図 13 に示すようなバラスト層が鉛直方向に伸縮する弾性振動モードが 722Hz で発生した。この結果は、前節で示した小型のモデルを用いた理論推定値、および、現場での実測値に基づくバラスト層の弾性振動モードの固有振動数に概ね符合する。以上より、現場測定で捕捉された 650 Hz 近傍の振動モードは、バラスト層が弾性体として伸縮する弾性振動モードであると判断できる。

#### 4.3 弾性振動モードと荷重の伝達特性

現場における実測データを用いて、弾性振動モード

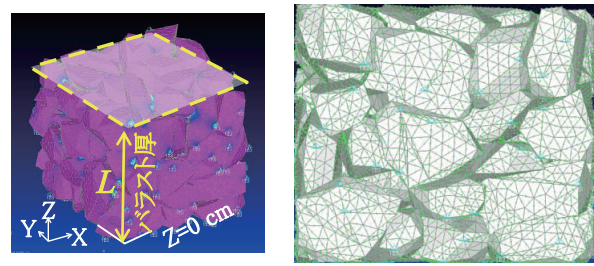


図 9 バラスト集合体モデルの構築

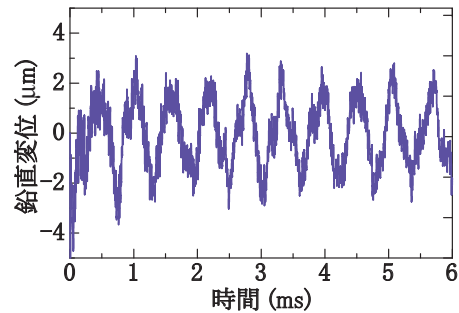


図 10 荷重点近傍の鉛直方向の変位応答（解析値）

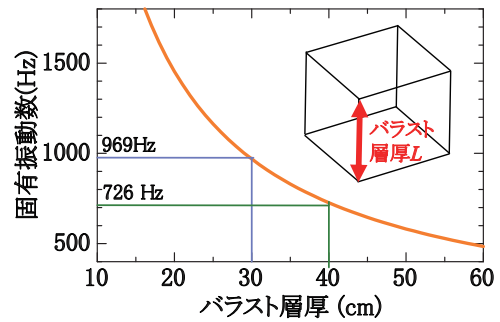


図 11 層厚と固有振動数の関係

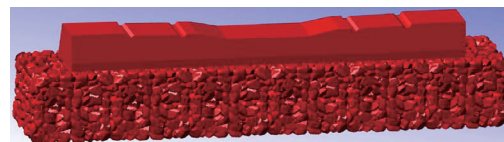


図 12 バラスト—まくらぎ有限要素モデル

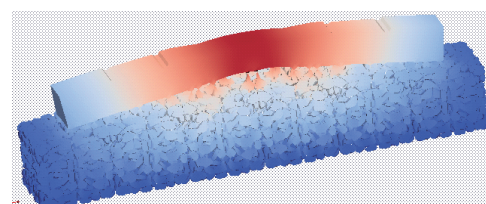


図 13 固有値解析結果の例（722 Hz）

がバラスト軌道の動的な応答特性に与える影響について調べる。図 14 は、まくらぎ下面を 5 等分し、それぞれの区分ごとに、まくらぎ下面荷重とその直下のバラスト振動加速度との間の応答倍率を示したものである。図より、いずれの区分でも、バラスト層の弾性振動モード 650 Hz 近傍で、応答倍率が大きくなっている。すなわち、バラスト層の共振現象により衝撃荷重の振動成分がバラスト層に作用し、砕石間に高周波の振動が発生している

特集：軌道技術

ことが想定される。このことはバラスト碎石の摩耗や欠損に与える可能性がある。

また、この周波数近傍に、まくらぎの鉛直2次曲げ(424 Hz)、1次振り(524 Hz)、水平2次曲げ(628 Hz)、鉛直3次曲げ(805 Hz)などの、まくらぎに関する曲げ振動や振り振動が卓越する固有振動モードがある<sup>3)</sup>。これらの固有振動数は高い周波数領域にあり、通常ならば、バラスト層内部のエネルギー散逸効果により、その振動エネルギーはすぐに消散してしまうはずである。ところが、現場実測結果では高周波数領域でも大きな応答値を与えており<sup>4)</sup>、この原因の一つとして、バラスト層の弾性共振現象が関与していることが推察される。

なお、本モードは、バラスト層の定在波の固有振動モードであり、その1次の固有振動数の理論解に関しては4.2節で述べた。同式はバラスト層の弾性波速度を $C_p$  (m/s) とおくと、 $f = c_p / (4L)$  とも表現できる。本式に $f = 650$  (Hz)、 $L = 0.3$  (m) を代入すると、列車通過時のバラスト層内部での弾性波速度が780 m/sとなる。一般にバラスト碎石層の弾性波速度は400～600 m/s程度であり、路盤やバラストの状態によっては、もう少し低い周波数帯にて本モードが発生する可能性がある。

4.4 弾性振動モードに関する対策工の方向性

弾性振動モードに関連するバラスト劣化の対策の方向性としては、バラスト層の共振周波数を高くすることや振動吸収素材で振動エネルギーを低減することなどが有効であると考えられる。その際、高周波領域ではバラスト層自体が本来振動成分を低減する能力を有していることから、バラスト稜角部での角の摩耗を防ぎ、かつ、バラスト間の接触構造を維持することが重要である。たとえば、バラスト層に拘束圧を与えて、バラスト稜角部の接触構造を維持すること、バラストの高強度化によるバラストの稜角部の剛性増大、バラストの一体化などが有効な対策として考えられる。

5. まとめ

本研究では、現場測定結果を用いたスペクトル解析、実物大軌道模型を用いた加振実験、および、実バラスト形状を模擬したバラスト軌道の大規模有限要素法解析により、バラスト層の固有振動特性と動荷重の伝達特性について調べた。研究の成果をまとめると以下の通りである。

軌道部材等の上載質量がバラスト層の剛性により上下方向に剛体的に振動する剛体振動モードが低い周波数域に存在し、この振動数近傍では、列車通過時の動荷重が減衰しにくいことがわかった。対策の方向性として、剛体振動モードの振動数を高めることが効果的であり、たとえば、路盤の改良・高強度化、バラスト素材の高強度化、

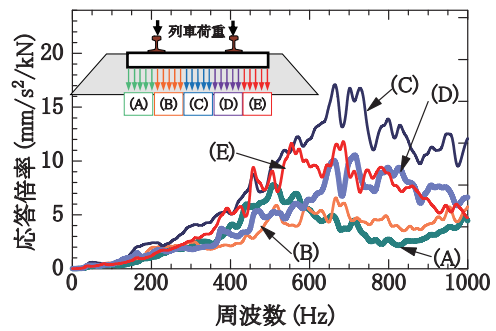


図14 バラストの応答倍率

軌道部材の軽量化などが有効な方策として考えられる。

また、バラスト層自体が連続体として上下方向に弾性伸縮する弾性振動モードが高い周波数領域に存在することがわかった。本モードの振動数近傍に、まくらぎの曲げやねじり挙動が卓越するまくらぎの固有振動モードがあり、これらの共振現象の影響で、この振動数近傍では衝撃荷重成分が減衰しにくいことがわかった。対策の方向性としては、バラスト層の共振周波数を高くすることが有効である。また、高周波領域ではバラスト層自体が本来振動成分を低減する能力を有していることから、バラスト稜角部での接触構造を維持することが重要である。たとえば、バラスト層に拘束圧を与えて、バラスト稜角部の接触構造を維持すること、バラストの高強度化によるバラスト層の剛性増大、バラストの一体化などが有効な方策として考えられる。

なお、バラスト層の剛体振動モードに関しては、バラストの摩耗や流動などの劣化挙動にこの固有振動モードが関与している可能性があり、今後、実物大模型実験と大規模数値解析により、詳細なメカニズム解明と対策工の効果に関する評価を実施予定である。

参考文献

- 1) 浦川文寛, 相川明, 他: 軌道動的応答の長期測定を目的とした遠隔自動測定システムの開発, 鉄道力学論文集, No. 13, pp.23-28, 2009
- 2) S.L.Grassie, R.W.Gregory, D.Harrison, K.L.Johnson, "Modelling of railway track and vehicle/track interaction at high frequencies," *Vehicle System Dynamics*, Vol.22(3-4), pp.209-262 (1993).
- 3) H. Sakai and A. Aikawa, "Three-Dimensional Finite Element Analysis of Sleeper Vibration with the Influence of Ballast," *Proceedings of the First International Conference on Railway Technology: Research, Development and Maintenance*, 2012.
- 4) 相川明: 実軌道測定に基づくバラストに加わる衝撃荷重とその減衰特性, 鉄道総研報告, Vol.27, No.4, pp.41-46, 2013