

実測データに基づく車体3次元弾性振動解析モデルの精度向上

富岡 隆弘* 瀧上 唯夫* 鈴木 康文** 秋山 裕喜***

Parameter Updating of an Analytical Model for Three-Dimensional Flexural Vibrations of Carbody by Using Measured Data

Takahiro TOMIOKA Tadao TAKIGAMI Yasufumi SUZUKI Yuki AKIYAMA

This report proposes a method to construct well-suited numerical models for complicated three-dimensional flexural vibrations of railway vehicle carbodies by updating model parameters using a genetic algorithm (GA) together with measured data. The frequency response functions (FRFs) at several points on the carbody are used to evaluate agreement between calculation and measurement results, and the updating process of the model parameters is performed automatically using an ordinary personal computer within a reasonable CPU time. By considering the FRFs at the points on the roof together with those on the floor, appropriate model parameters can be obtained both for FRFs and modal characteristics. Two different vehicle cases, a commuter type vehicle and a Shinkansen vehicle, are examined in order to evaluate the effectiveness of the method. Good agreements between measurement and calculation results are observed and the validity of the proposed method is confirmed.

キーワード：乗心地，車体上下曲げ振動，振動解析法，コリレーション，モデルアップデート，GA

1. はじめに

乗り心地の観点から車体の上下弾性振動（曲げ振動ともいう）の低減が求められる例が増えている。従来，車体弾性振動は車体を一本の弾性はりとしみなして扱われることが多かったが，軽量化・構造簡素化された最近の車体は屋根と床が異なる形状や位相で振動する3次元的な弾性振動モードを持ち^{1)~3)}，それらが乗り心地に影響していることが示されている。そのような振動の低減対策を検討するための簡便な解析モデルとして，著者らは車体を平板とはりの接続系からなる箱形構造物として扱うモデル（以下，箱形モデルと呼ぶ）を提案している^{4), 5)}。

本稿では，その解析精度向上の検討を行い，実測データを適応度関数に用いた遺伝的アルゴリズムの適用により精度の良い解析モデルが得られることを示す。

2. 箱形モデル

2.1 概要

鉄道車両のような大型構造物では，実物を模擬した振動モデルを作成して有効な対策を検討することが重要となる。従来，車体弾性振動を含む振動乗り心地に関する

数値的な振動解析には，車体を単純な弾性はりとしみなした解析法（はりモデル）あるいは有限要素法（FEM）が用いられてきた。しかし前者については「はり」として表現できない複雑な車体振動を対象とする場合には適用できず，後者については後述するようにモデル作成や数値計算のコストが多くなることなどが問題となる。

そこで著者らは車体の3次元振動解析のための簡便な解析モデルとして，箱形モデルを提案している^{4), 5)}。これは，屋根と床を弾性平板，側面を弾性はりの組合せ，前後の妻部を剛体平板で表現し，各面の結合部に仮想的なばねを導入して車体を6面体箱形構造物としてモデル化したものであり（図1），通常のFEMモデルに比べて解析に必要なパラメータが少ないという特徴を持つ。

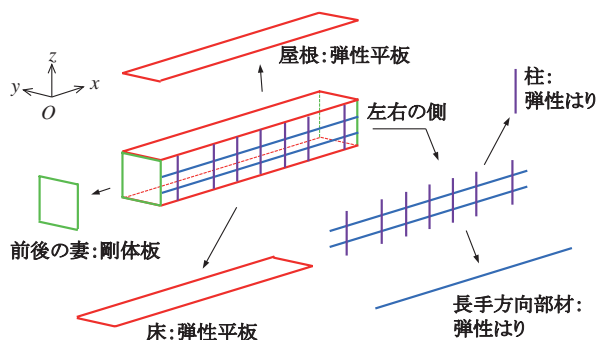


図1 平板とはりの接続による車体3次元振動解析モデル（箱形モデル）

* 車両構造技術研究部 車両振動研究室
 ** 研究開発推進室
 *** 東京農工大学大学院（現 鉄道総研）

特集：車両技術

2.2 箱形モデルの特徴

鉄道車両の車体の3次元弾性振動解析には、FEMが使われるのが一般的である。しかし現状では、以下のような点から、FEMは条件を変えた繰り返し計算（パラメータスタディ）を伴う検討には必ずしも使い勝手が良いとは言えない。

- ・一般に鉄道車両の車体弾性振動解析用のFEMモデルは数千から数十万自由度を有する大規模なものとなり、モデル作成や計算に多大なコストがかかる。
- ・詳しい図面情報をもとに詳細なFEMモデルを作成した場合でも、振動乗心地の検討に重要性の高い周波数領域（0～20Hz程度）における精度は保証されず⁶⁾、材料パラメータ等の変更による実測結果との合わせ込み（コリレーション）が必要となる。しかしその手法は確立されておらず、試行錯誤的に行われるため、計算精度はモデル作成者に依存する。
- ・詳細なFEMモデル作成には詳しい図面情報が必要であるが、一般に対象車両を保有する鉄道事業者が製造メーカー以外にそれらの入手は困難である。なお、外形図や構体概略図など比較的容易に得られる情報から簡易FEMモデルを作成し、実測結果とのコリレーションで精度を確保する試みもあるが⁷⁾、本解析法に比べ労力を要し、計算精度も充分とはいえない。

以上のように、FEMによる車体振動解析の困難さは、その多くが「解きたい問題（高々、低次の5～10個程度の弾性振動モードが対象）に対し計算規模が大きいこと」に起因していると考えられる。

これに対し箱形モデルは、着目する周波数領域での実車の振動形状の特徴を考慮するとともに、弾性はりや弾性平板など物理的意味がつかみやすい簡易な構造で車体を表現し、重要度が低いと考えられる部位や方向の運動は無視している。これにより、注目する振動形状を表現可能な自由度を持ちつつ通常のFEMモデルに比べ計算規模が小さく、要素の質量や剛性など計算に必要な入力パラメータの数も少ない、という特徴を有する。本稿ではこの利点を生かし、繰り返し計算により自動的にコリレーションを行う手法を提案する。なおこのモデルは、詳細なFEMモデルとごく簡易なはりモデルの中間的なもので、補剛部位の検討など車体の3次元構造を考慮した振動低減対策の方向性を定める、あるいは支持系変更による車体振動への影響を調べる、といった目的のために開発したものであり、車体各部の部材寸法の決定など具体的な車体設計に使用することは想定していない。

2.3 箱形モデルによる振動解析手順

箱形モデルによる振動解析手順は既報⁵⁾に詳述したので、ここでは概略のみを示す。

図1に示すように、箱形モデルでは屋根・床を弾性平

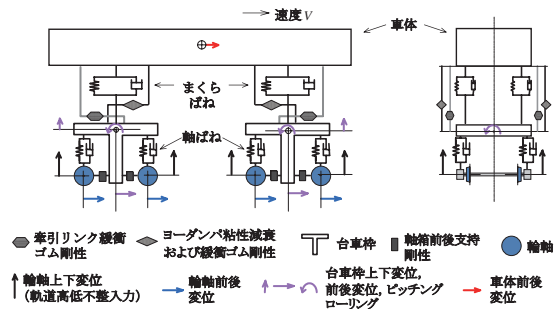


図2 車体支持系を含む一車両の振動モデル

板、側面を弾性はりの組み合わせ、妻部を剛体板とし、それらを回転・並進運動を拘束するばねにより接続することで車体を表現する。各面の要素の自由度として、屋根・床の弾性平板はz（高さ）方向の変位，側面の弾性はりはz方向とy（左右）方向の変位，妻部の剛体板はz方向の変位を考慮している。また、図2に台車を含めた車両全体のモデルを示す。台車枠の前後・上下・ピッチング・ローリングと輪軸の上下・前後，剛体としての車体前後自由度を考慮している。

本解析法ではラグランジュの方程式を用いて運動方程式を導出するため、車体や台車の構成要素のエネルギーの総和を求める。

$$\left. \begin{aligned} T_T &= T_{plates} + T_{beams} + T_{bogies} + T_{wheels} \\ U_T &= U_{plates} + U_{beams} \\ V_T &= V_{artificial springs} + V_{bogies} \\ D_T &= D_{bogies} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

ここで、 T は各要素の運動エネルギー、 U は弾性平板と弾性はりのひずみエネルギー、 V は仮想ばねおよび台車のばね要素に蓄えられるポテンシャルエネルギー、 D はダンパの散逸エネルギーで、添字のTは総和、platesは弾性平板、beamsは弾性はり、bogiesは台車、wheelsは輪軸、artificial springsは仮想ばねに対するものをそれぞれ表す。

本解析法では弾性平板、弾性はりのひずみエネルギーとして、それぞれ等方性平板の面外曲げ、オイラーはりの曲げおよび棒の伸縮に対するものを用いた。ここで、弾性平板、弾性はりの弾性変形を表す変位関数 w は、位置 x, y, z に関する関数 $X(x), Y(y), Z(z)$ と時間に関する未知関数 $q(t)$ を用いた次式の級数で仮定する。

$$\left. \begin{aligned} w_{plates}(x_p, y_p, t) &= \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N q_{mn}^p(t) X_m^p(x_p) Y_n^p(y_p) \\ w_{beam}(x_b, t) &= \sum_{r=1}^R q_r^b(t) X_r^b(x_b) \quad (\text{長手方向部材}) \\ w_{beam}(z_b, t) &= \sum_{s=1}^S q_s^b(t) Z_s^b(z_b) \quad (\text{柱部材}) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

上式において、 M, N はそれぞれ弾性平板の x_p, y_p に関する級数の項数、 R, S は弾性はりの x_b, z_b に関する級数の項数であり、下付きあるいは上付き添字のp, bはそれぞ

れ弾性平板、弾性はりに関する変数を表す。ここでは要素間を結合する仮想ばねにより弾性平板、弾性はりの境界条件も処理することになるため、変位関数中の位置に対する関数 $X(x), Y(y), Z(z)$ として、要素ごとに定義した局所座標系に対して構成した次式のような周辺自由な平板および両端自由なはりに対する「べき関数」を用いることができ、解析が非常に簡単になる。

$$\left. \begin{aligned} X_m^p(x_p) &= x_p^{m-1}, & Y_n^p(y_p) &= y_p^{n-1}, \\ X_r^b(x_b) &= x_b^{r-1}, & Z_s^b(z_b) &= z_b^{s-1} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

なお、側の弾性はりは、左右曲げ（長手方向部材および柱）、上下曲げ（長手方向部材）と伸縮（柱）を考慮しているが、変位関数の形としては式(2),(3)と同様のためここではとくに区別していない。また、剛体要素の変位は時間に関する未知関数 $q^e(t)$ で表す（上付添字 e は剛体要素を区別する記号。詳細は文献⁵⁾を参照のこと）。

次に、求めたエネルギーの総和を次式のラグランジュの方程式に代入する。

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T_T}{\partial \dot{\mathbf{q}}} \right) - \left(\frac{\partial T_T}{\partial \mathbf{q}} \right) + \left(\frac{\partial U_T}{\partial \mathbf{q}} \right) + \left(\frac{\partial D_T}{\partial \dot{\mathbf{q}}} \right) + \left(\frac{\partial V_T}{\partial \mathbf{q}} \right) = \mathbf{Q} \quad (4)$$

ただし \mathbf{q} は一般化座標でここでは各要素の変位関数中の時間に関する未知関数からなるベクトルである。また \mathbf{Q} は一般化力、ドット（ $\dot{}$ ）は時刻 t に関する微分を表す。式(4)より次式のような行列形式の運動方程式を得る。

$$[\mathbf{T}]\ddot{\mathbf{q}} + [\mathbf{D}]\dot{\mathbf{q}} + [\mathbf{V} + \mathbf{U}]\mathbf{q} = \mathbf{F} \quad (5)$$

ここで、 $\mathbf{T}, \mathbf{U}, \mathbf{V}, \mathbf{D}$ は T_T, U_T, V_T, D_T から導出される係数行列で、 \mathbf{F} は外力を表すベクトルである。

この運動方程式導出過程は煩雑な計算を伴うが、数値計算ソフト MATLAB の機能を用い自動化している。

3. 箱形モデルの入力パラメータの自動設定

式(5)の運動方程式を解く数値計算には、車両の構成要素の質量や剛性、減衰等の特性値（以下、入力パラメータという）からなる係数行列を事前に与える必要がある。箱形モデルの計算に必要な入力パラメータには、(i) 車両諸元などから決められるもの、(ii) 解析者が設定する条件のもとで指定できるもののほか、(iii) 直接測定が難しく試行錯誤的に設定せざるを得ないものがある。それらを表1に示す。(i) としては、車両各部の寸法や各種ばね系の取り付け位置、車体・台車・輪軸の質量、空気ばね・軸ばね・牽引リンク・軸箱支持装置のばね定数や減衰係数などがあり、(ii) としては車体側面を構成する弾性はりの本数や位置、車体構成部材の質量などがある。例えば、後述の通勤形車両相当の試験車体のモデルでは、片側4扉であることと扉の開口部以外は側柱を均一に配置することとして、側柱の本数は前後車端に2本、各扉の間に4本ずつの計16本とした。

表1 各パラメータの設定手法

	設定手法	構成要素	設定パラメータ
(i)	簡易図面や諸元値から決定	車体	寸法, 総質量, 支持位置
		台車	質量, 慣性半径, 軸距
		輪軸	質量, 慣性半径, 車輪径
		空気ばね・軸ばね	ばね定数, 減衰係数
		ヨーダンパ	ばね定数, 減衰係数
		軸箱支持装置	ばね定数, 損失係数
(ii)	解析者が設定する条件のもと指定	車体	平板, はりの質量
			平板, はりの損失係数
			側面を構成するはりの数
(iii)	試行錯誤的に決定 (GA の対象)	車体	仮想ばねの定数
			平板の曲げ剛性
			はりの曲げ剛性
			屋根・床の質量分布

一方、表1の(iii)に示す車体各面の面外剛性や結合剛性を表すパラメータ（弾性平板と弾性はりの剛性、仮想ばね定数など）は直接測定するのが困難であり、振動特性に関するモデルの計算結果を実測結果と比較しながら調整する必要がある。これを人の手で行うと労力が問題になるだけでなく、解析精度がモデル作成者に依存する、得られたパラメータが最良である保証がないなど、合理的とはいえない。

そこで、本報告では大局的な最適解探索に適した遺伝的アルゴリズム（以下、GA）を用い、モデルによる計算結果を実測結果と比較しながらその差異が最小となる入力パラメータを自動的に求めることを考える。比較対象には、車両を定置して車体を加振器で加振し、車体各部の加速度を測定する定置加振試験で得られる加振力から加速度までの周波数応答関数（FRF）を用いる。なおGAは、乱数によりランダムに生成した初期集団をもとに生物進化の過程を模倣して「ある世代を構成する個体群のうち環境への適応度が高いものを高確率で次世代個体として選択する」、「生成された次世代個体の一部を交差あるいは突然変異により変更する」という手順を繰り返すことで適応度の高い個体（与えられた条件に対するより適切な解）を探索する最適化の一手法である。

GAによる最適化のための目的関数を適応度関数と呼ぶ。ここでは実測と計算によるFRFゲインの差異を対象周波数に渡り積分したものを適応度関数の要素とする。

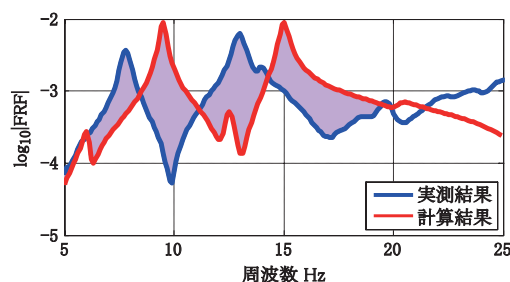


図3 適応度関数の要素として用いるFRFの面積

特集：車両技術

これを図示すると図3の紫部分の面積となるが、これを最小とする入力パラメータをGAで探索することが本手法の基本的な考えである。ただし特定の測点のFRFだけを用いると局所的な影響を受け、適切な入力パラメータが得られない可能性があるため、床、屋根、側面の複数の測定点のFRFゲインの実測と計算結果の差異の合計を評価し、それらを重み付けした上で合計したものを適応度関数と定義する。これを式で表すと次式となる。

$$g_F = \sum_j c_j \sum_i \left| \log_{10} |H_{\text{calc}}^{(j)}(f_i)| - \log_{10} |H_{\text{meas}}^{(j)}(f_i)| \right| \quad (6)$$

ここで、 g_F は適応度関数、 H はFRFで、下付添字はcalcが箱形モデルによる計算結果、measは実測結果を表し、 i は周波数に関するインデックス、 j は測定点に関するインデックス、 c_j は測定点に対する重みである。式(6)では、FRFゲインのピークだけでなく谷についても実測と対応がとれるようにするため、FRFゲインの対数の差を適応度関数としている。

GAの計算は、MATLABを用い、市販のPCにより行った。合わせこみを行う（GAにより逐次更新する）入力パラメータは表1 (iii) の各パラメータとした。その際、広めの探索限度値を設け、極端な値が設定される事を防ぐとともに多くの車両に対応できるように工夫している。なお以下では必要に応じ、式(6)の適応度関数の値が小さくなるようGAにより入力パラメータを更新することを入力パラメータまたはモデルのアップデートと呼ぶ。

4. 数値例

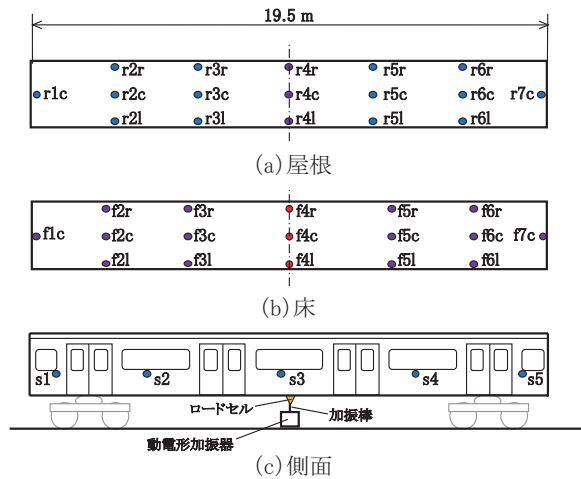
4.1 通勤形車両

まず、図4に示す鉄道総研保有の試験車両を対象に本手法の有効性を検証する。車体構造は一般的なステンレス鋼製通勤形車両と同等で、腰掛けや荷棚、床材など基本的な内装が施されており、営業車に近い振動特性を有する。ただし、屋根上の空調機は質量と慣性モーメントが同等のダミーであり、床下機器は省略されている。

GAの適応度関数に用いるFRFの実測データを取得するための定置加振試験の加振点と加速度測定点を図5に示す。測定点を表す○印の色は、式(6)の適応度関数中の重み係数の違いを表す。ここでは数通りの予備計算結果をもとに、床中央部におけるFRFの実測との対応を重



図4 通勤形車両相当の試験車両



- 加速度測定点(屋根・床:上下方向, 側面:左右方向) □ 加振点,
- ▼ ロードセル(加振力測定), 重み係数: ●×10 ●×1 ●×0.1

図5 加速度測定点と重み係数(通勤形車両)

視して重み係数を設定した。加振信号は主要な車体弾性振動モードが含まれる5~20Hzの周波数成分を一様に含むバンドランダム波を用いた。

GAの計算条件は、個体数1000個体、世代数60世代、次世代個体の選択方法は適応度に応じたランク付けに従って確率を変更するルーレット選択とした。また適応度関数計算の対象周波数領域(図3の紫部分の面積を求める周波数範囲)は5Hzから20Hzとした。なお、この通勤形車両相当の試験車体モデルでは屋根上に設置された空調機器や台枠の構造が端部と一般部で異なることを考慮し、屋根・床を3分割して質量配分と曲げ剛性を変えたため、前後対称として中央部と前後部の質量配分についてもGAで定めた。この場合の箱形モデルの自由度(式(5)の係数行列のサイズ)は575である。

GA計算の世代進行による適応度関数の平均値と最小値の推移を図6に示す。縦軸は初期集団の適応度関数の平均値で正規化した適応度関数値で、横軸は世代を表す。世代が進むにつれ適応度関数の最小値が減少し、モデルアップデートが進んでいることが確認できる。また30世代で適応度改善がほぼ収束していると判断できる。

GAにより得られた解析モデルの妥当性を確認するために、床中央とその窓寄り(図5の測点f4c, f4l)におけるFRFを計算し実測と比較したものを図7に示す。この図より、両者は良く一致しており設定したパラメータの妥当性が確認できる。結果は省略するが、他の測点においても良好な対応がとれたFRFが得られている。

次に、FRFをもとにしたGAにより得られた解析モデルの固有モード特性の実測結果との対応について確認する。定置加振試験と箱形モデルにより得られた固有振動モードと固有振動数を図8と図9にそれぞれ示す。これらの図を比較すると、ここに示した4つの固有モードのうち(c)に示した屋根に3つの振動の腹(振幅が極大と

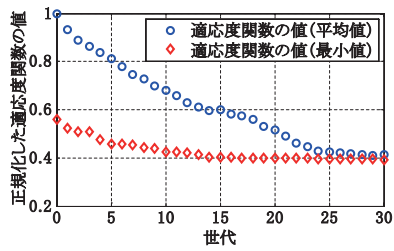
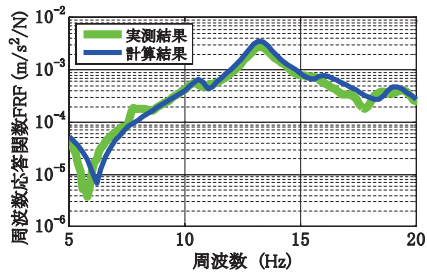
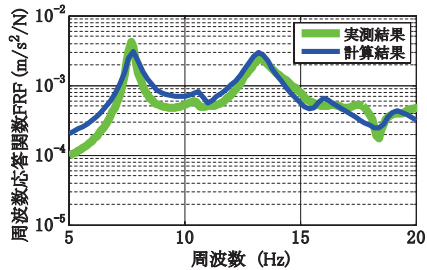


図6 最小適応度と平均適応度の変化



(a) 床中央(図5のf4c)



(b) 床中央の窓寄り(同f41)

図7 床中央および床中央の窓寄りの測点におけるFRF (通勤形車両)

なる点)を持つモードの固有振動数の差異が比較的大きいほかはモード形状、固有振動数とも良く一致していることが分かる。床の変形が顕著な(a)と(d)のモードの対応は良好であり、これらが走行時の乗り心地にも影響の大きいモードであることを考えると、振動乗り心地向上を検討するためには妥当な解析モデルが得られたといえる。なお、(b)や(c)に示すような屋根主体のモードについても重み係数の変更により、さらに精度よく表現できる解析モデルが得られるものと考えている。

4.2 新幹線車両

つぎに新幹線車両を対象に同様の計算を行った。アップデートする入力パラメータや探索範囲、GA計算の設定(個体数や世代数、選択方法や突然変異の生起確率など)は基本的に前節と同一としたが、定置加振試験の加振点と加速度測定点が異なるため、それに応じて重み係数を変更した。加振点(車体側ヨーダンパ受)と加速度測定点を重み係数の設定条件とともに図10に示す。また、適応度関数の計算を行う周波数範囲も7Hz~21Hzとした。

GAにより得られたパラメータを用い、加振力から床の代表的な測定点の加速度までのFRFを計算して実測結果と比較した結果を図11に示す。これらの結果から、適

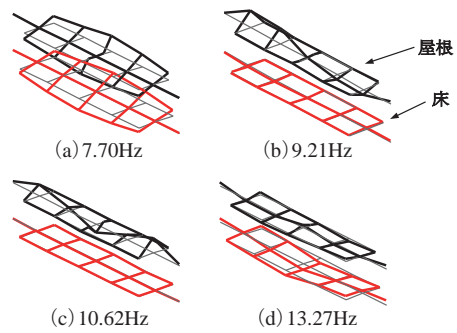


図8 定置加振試験による固有振動モードと固有振動数 (通勤形車両)

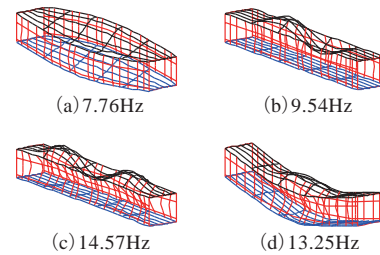


図9 箱形モデルで計算した固有振動モードと固有振動数 (通勤形車両)

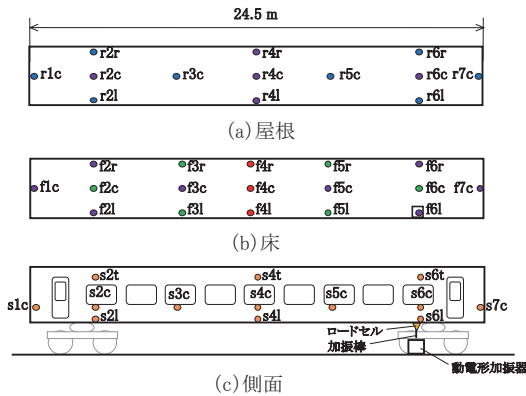
応度関数中の重み係数が大きい床中央付近では計算結果が実測結果と良く一致していることが確認できる。

図12、図13に固有振動数と振動モード形状の実測と計算結果をそれぞれ示す。ここでも車体中央付近の振幅が大きい(a)、(b)のモードについては実測と計算の結果は良く一致していることが分かる。一方、この計算結果では、図12(c)のモードの固有振動数の差異が大きく、図12(d)については数値計算結果では得られなかった。これに関しては、同じ新幹線車両を対象に試行錯誤的に箱形モデルの入力パラメータを定めて固有モードを計算した例⁴⁾では図12(c)、(d)を含む比較的高次のモードまで実測とよく対応した結果が得られているため、適応度関数中の重み係数の選び方により改善される可能性がある。今回は図11に示すように床中央付近のFRFは実測と良く対応しており、そのような部位での乗り心地の議論には十分な精度のモデルが得られたと考えるが、解析目的により重み付け係数の選択に注意が必要なが分かった。

5. まとめ

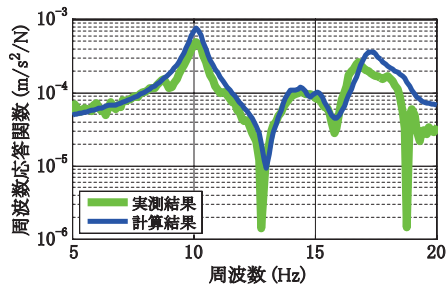
本稿では車体の3次元弾性振動を表現できる解析モデルを簡便かつ合理的に構築する検討を行った。まず、弾性はりや弾性平板の組合せて車体を簡潔に表現し、注目する振動形状を表現できる自由度を持ちながら通常のFEMモデルに比べ計算規模が大幅に小さい「箱形モデル」について概説した。そして、その計算に必要な入力パラメータを、測定データを用いた遺伝的アルゴリズム

特集：車両技術

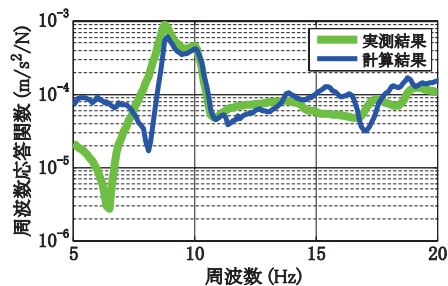


○加速度測定点(屋根・床:上下方向,側面:左右方向),□加振点,
▼ロードセル(加振力測定),重み係数:●×10 ●×5 ●×1 ●×0.1 ●×0.01

図10 加速度測定点と重み係数(新幹線車両)



(a)床中央(図10のf4c)



(b)床中央の窓寄り(同f41)

図11 床中央および床中央窓寄りの測点におけるFRF(新幹線車両)

(GA)を適用して計算機により自動的に更新することで、簡便に実測結果に良く一致する解析モデルが得られることを示した。ここでは定置加振試験で得られる周波数応答関数(FRF)を用いてアップデートを行ったが、得られた解析モデルはFRFだけでなく固有振動モード特性についても実測と良好な対応がとれることを通勤形車相当試験車と新幹線車両を対象とした数値計算により確認した。

本手法により得られる解析モデルは自由度が小さく繰り返し計算を伴うパラメータスタディに適するため、振動乗り心地向上のための様々な車体弾性振動低減対策の検討に活用⁸⁾が見込まれる。今後は、これを用いた効果的な制振手法の開発に取り組むとともに、本解析法を車体弾性振動解析の汎用ツールとするためのユーザインタフェース整備も検討することとしたい。

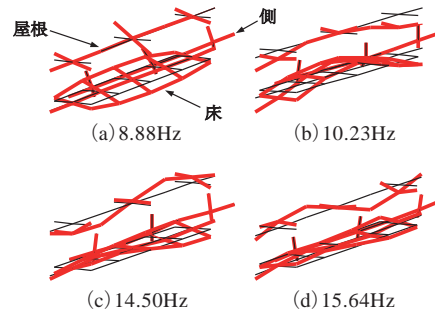


図12 定置加振試験による固有振動モードと固有振動数(新幹線車両)

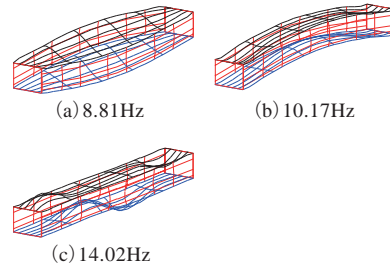


図13 箱形モデルで計算した固有振動モードと固有振動数(新幹線車両)

文献

- 1) 瀧上唯夫, 富岡隆弘: 最近の軽量車両の固有振動モード特性, 鉄道総研報告, Vol.16, No.5, pp.23-28, 2002
- 2) 相田健一郎, 富岡隆弘, 瀧上唯夫: 車体構造の違いによる在来線車両の車体固有振動モード特性の比較, J-Rail2007講演論文集, pp.143-146, 2007
- 3) 相田健一郎, 富岡隆弘, 瀧上唯夫: 様々な鉄道車両の車体固有振動モード特性の比較, J-Rail2010講演論文集, pp.325-328, 2010
- 4) T. Tomioka, Y. Suzuki and T. Takigami: Three-dimensional Flexural Vibration of Lightweight Railway Vehicle Carbody and a New Analytical Method for Flexural Vibration, QR of RTRI, Vol.44, No.1, pp.15-20, 2003.
- 5) T. Tomioka, T. Takigami and Y. Suzuki: Numerical analysis of three-dimensional flexural vibration of railway vehicle car body, Vehicle System Dynamics, Vol.44, Suppl., pp.272-285, 2006.
- 6) 加藤幸夫, 富岡隆弘, 瀧上唯夫: 複雑な振動形状を持つ鉄道車両のFEM解析, 日本機械学会D&D2005CD-ROM講演論文集, No.05-15, 講演番号511, 2005
- 7) 宮崎浩二, 鈴木康文, 富岡隆弘: 静的荷重試験結果を活用した鉄道車両用車体のFEM振動解析モデル構築に関する研究, 日本機械学会第16回交通・物流部門大会講演論文集, No.07-51, pp.187-190, 2007
- 8) 秋山裕喜, 富岡隆弘, 瀧上唯夫: アクティブマスダンパを用いた鉄道車両の車体弾性振動の多モード振動制御(解析モデルの作成と実車による基礎試験), 日本機械学会論文集(C編), Vol.77, No.777, pp.1836-1849, 2011