

# トレンド成分の発生を抑えた 地震記録の積分手法による変位波形計算

室野 剛隆\* 本山 紘希\*

Calculation Technique to Reduce Drift Component in Integrating Ground Displacement  
from Seismic Acceleration Records

Yoshitaka MURONO Hiroki MOTOYAMA

Computing a residual displacement by measured acceleration is important for understanding the characteristics of an earthquake. However, such a residual displacement is not necessarily be obtained with a good accuracy. It is partly because the low-frequency component dominating the behavior of the residual displacement is often affected by the sensor's tilt and the measurement error. In this paper, a new methodology to get the acceleration without those undesirable effects is proposed. In addition, the integration method in frequency domain for computing displacement from the obtained acceleration is proposed, considering causality as a constraint to avoid the numerical error. Using these techniques, the estimation of residual displacement of Iwate-Miyagi Nairiku Earthquake (2008) is attempted.  
キーワード：積分，傾斜変動，永久変位，因果律，トレンドの除去

## 1. はじめに

近年では、高密度観測網の展開により、膨大な強震記録が得られるようになった。特に、変位波形は地動の動きを知る上で大変貴重なデータであり、様々な場面に利用される。変位波形を得るためには、加速度波形を2回積分して求める必要がある。しかし、周知のごとく、加速度記録では、長周期成分ほどその振幅は小さくなり、ノイズの影響を受けやすくなるのに対して、変位波形に対しては、長周期成分ほど寄与が大きくなり、2回積分する際に低周波ノイズが蓄積されていく。その結果、低周波ノイズにより、本来は存在しないはずの物理的に「無意味な」トレンド成分が生じることが非常に多い。

一方、物理的に「意味のある」トレンド成分もある。断層近傍では、地殻変動により地盤の永久変位が生じるので、変位波形はゼロには戻らない。また、地震計は地震計台の並進運動に関してのみ感度を持っていると仮定されるが、一般的な振り子の地震計の記録には、回転や傾斜成分を含むことが明らかになってきた。この記録をそのまま積分して変位波形を求めると、傾斜成分によりトレンド成分が生じる。これらは、ノイズなどにより発生する無意味なトレンドではなく、物理的意味のあるトレンドである。また、規模の大きい地震の場合、断層震源域では、地殻変動に伴い地盤に永久変位が残ることも知られている。

ところで、変位波形のトレンドを、高域通過フィルターを使って強制的に除去することが、半ば常識となってきた。しかし、近年のデジタル強震計では、誤差要因

が限られており、むやみにフィルターを施すことは、精度良く得られている記録を逆に歪めてしまう可能性があり、上述した「意味のある」トレンド成分を記録から消し去ってしまうことになり、好ましくない。

そこで、本研究では、(1) できるだけ記録が本来有している低振動数側の情報を欠落させずに、低振動数側のS/N比が小さい領域における加速度記録のノイズを除去すること、および(2) 並進運動と回転運動を分離すること、という2点に着目した積分方法を提案した。

## 2. 積分の際にトレンド成分が生じる要因

### 2.1 並進運動と傾斜運動の影響

地動を記録するために用いられている最も一般的なセンサは、振り子を用いた加速度計である。大抵の場合、地震計は地震計台の並進運動に関してのみ感度を持っていると仮定される。しかしながら、振り子型の地震計は地面の傾斜(回転)変動によっても出力をうむ。Graizerは回転や傾斜を含む振り子の完全な運動方程式を導いている<sup>1)</sup>。さらに、数値解析による感度分析から、各項の影響度を検証し<sup>2)</sup>、運動方程式の近似式(1)を導いた。

$$\begin{aligned} \ddot{y}_1 + 2\omega_1 D_1 \dot{y}_1 + \omega_1^2 y_1 &= -\ddot{x}_1 + g\varphi_2 \\ \ddot{y}_2 + 2\omega_2 D_2 \dot{y}_2 + \omega_2^2 y_2 &= -\ddot{x}_2 + g\varphi_1 \\ \ddot{y}_3 + 2\omega_3 D_3 \dot{y}_3 + \omega_3^2 y_3 &= -\ddot{x}_3 \end{aligned} \quad (1)$$

ここに、 $y_i$  は地震計の応答記録 ( $i=1,2$ : 水平2方向,  $3$ : 鉛直方向),  $\omega_i$  と  $D_i$  は変換器の固有振動数と臨界減衰比,  $g$  は重力加速度,  $\ddot{x}_i$  は  $i$  方向の地動加速度,  $\varphi_i$  は  $x_i$  軸回りの地動の回転角である。つまり、水平方向の地震計は

\* 構造物技術研究部 耐震構造研究室

特集：防災技術

地動の水平加速度と傾斜変動の両者に対するの応答を記録しており、鉛直方向の地震計は、地動の鉛直加速度のみの応答を記録していると言える。

そこで、傾斜変動が加速度記録に混入した場合の影響を簡単に考察する。まず、並進運動だけを捉えた加速度記録（基本加速度波形と呼ぶ）を用意した。これに、式(2)で模擬した傾斜変動成分<sup>3)</sup>を加える。

$$\text{Tilt} = \begin{cases} 0 & (0 < t_1) \\ b(t-t_1) + A \sin(t-t_1) \cdot \exp[-(t-t_1)] & (t_1 < t < t_2) \\ B + A \sin(t-t_1) & (t > t_2) \end{cases} \quad (2)$$

ここに、 $A$ 、 $B$ 、 $b$ は定数、 $t_1$ 、 $t_2$ は傾斜変動が開始および終了する時刻である。

図1は、基本加速度波形と混入した傾斜成分である。傾斜成分は0.045度(0.5(gal)相当)で並進運動の1%に満たないにもかかわらず、傾斜変動を含んだ加速度波形を積分し、変位波形を求めると図2になる。変位波形は傾斜変動の開始時刻から、放物線的に発散している。加速度記録に含まれる傾斜変動成分が小さくても、積分することで大きなトレンドを生むことが確認できる。

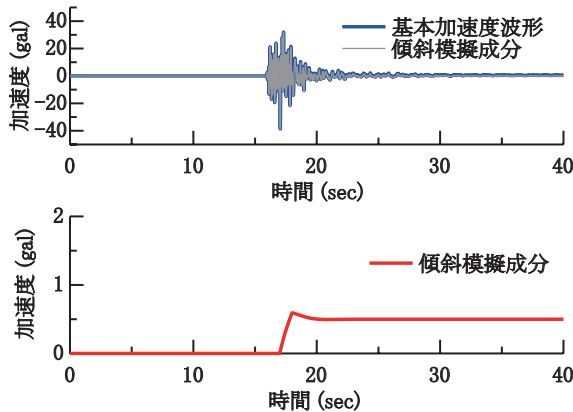


図1 加速度波形と傾斜運動

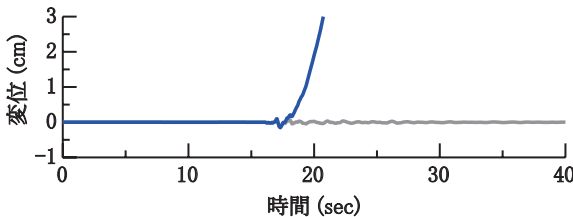


図2 加速度波形の積分により求めた変位波形

2.2 永久変位を含むステップ状関数に対するFFTの影響

(1) ステップ状関数のフーリエ変換による評価

断層震源域における地震記録には、ステップ状関数に似た地殻変動による永久変位が含まれることはよく知られている。例えば、Gravesは加速度、変位波形を、

$$a(t) = \frac{2\pi \cdot D_{\max}}{T_f^2} \cdot \sin\left[\frac{2\pi}{T_f}(t-t_1)\right] \quad (3)$$

$$d(t) = \frac{D_{\max}}{T_f}(t-t_1) - \frac{D_{\max}}{2\pi} \cdot \sin\left[\frac{2\pi}{T_f}(t-t_1)\right]$$

のようにモデル化している<sup>4)</sup>。式(3)において、 $t_1 = 0$ 、 $T_f = 2$ 、 $D_{\max} = 10$ とした場合の変位波形 $d(t)$ を考える(図3)。 $d(t)$ のフーリエスペクトル $D(\omega)$ を理論的に求め、これを高速フーリエ逆変換IFFTして、波形を再現したのが図4である。点線が元の波形、実線がIFFTで得た波形である。0から始まり0に戻らない(周期性がない)ステップ状関数を、周期性を前提とする離散フーリエ変換や高速フーリエ変換で扱おうと、0に戻る周期関数として扱われ、大きな誤差を生じ、大きく歪んだ周期関数になってしまう。このように、永久変位を含む波形をFFT/IFFTなどの有限フーリエ変換で扱う場合には、不可避なトレンドが必然的に生じてしまうことが分かる。

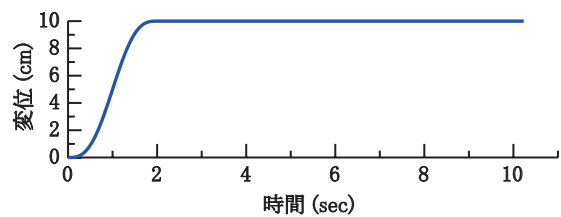


図3 ステップ状関数

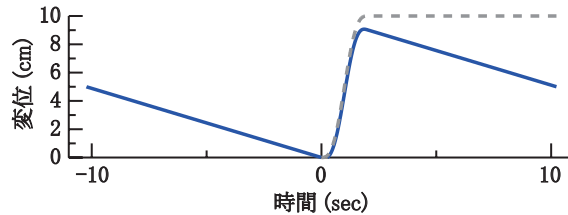


図4 IFFTを用いて時間領域に戻したステップ状関数

(2) 高域通過フィルタによる影響

式(3)で与えられる加速度波形 $a(t)$ をFFTを用いて積分して変位波形を計算する。図5は式(3)において、 $t_1 = 0$ 、 $T_f = 2$ 、 $D_{\max} = 10$ とした場合の加速度波形と、FFT/IFFTを用いて積分して求めた変位波形を示す。その際、よく使われている高域通過フィルターを用いた。カットオフ周波数 $f_c$ を0.05Hzとした。明らかに永久変位が再現できておらず、意味の無い長周期成分が発生している。

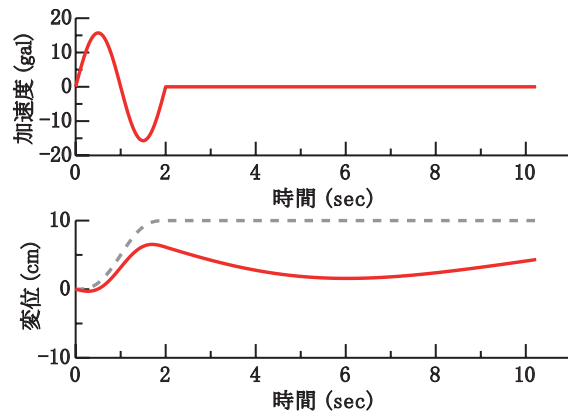


図5 加速度波形と高域通過フィルターを用いた通常のFFTにより積分した変位波形

図6に、変位波形  $d(t)$  の理論的に求めたフーリエスペクトル  $D(\omega)$  の実数部  $\Re(D(\omega))$  と虚数部  $\Im(D(\omega))$  を示す。実数部  $\Re(D(\omega))$  は低振動数側で上限がある形状になっている。一方、虚数部  $\Im(D(\omega))$  は低振動数側で非常に大きな値を有する。高域通過フィルタにより低振動数部分を除去した場合、その影響は虚数部  $\Im(D(\omega))$  に大きな影響があることが分かる。つまり、低振動数成分として除去される割合が多いのは実数部よりも虚数部の成分の方が大きいと言える。その結果、図5に示したように永久変位の再現性が悪くなるものと思われる。この点については、林らも同じ指摘をしている<sup>5)</sup>。

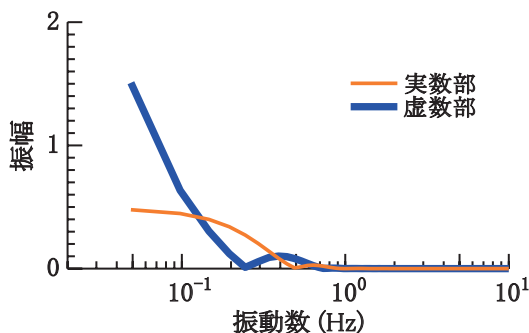


図6 ステップ状関数のフーリエスペクトルの実部と虚部

### 3. 変位の計算方法の提案

#### 3.1 提案した積分方法

以上の考察に鑑み、本研究で以下の積分方法を提案する。今、対象とする加速度波形を  $a(t)$  とする。

##### (1) 基線ズレの補正

P波到達時刻を  $t_p$  とし、P波到達以前 ( $0 < t < t_p$ ) の信号が届いていない部分のデータから基線のズレ  $\varepsilon$  を求め、波形全体  $a(t)$  から除いて  $a_2(t)$  を得る。この基線ズレは、単なるノイズに過ぎないので、全時間データに乗っていると解釈した。

##### (2) 傾斜成分の除去 (3.2節参照)

継続時間  $T_d$  の加速度波形  $a_2(t)$  をFFTする。この時、ステップ状関数の存在を明確にするために、ゼロを多数付け加えてデータ数を  $N=1048576$  とする。得られたフーリエスペクトルから、混入した傾斜成分を特定し、これを加速度波形  $a_2(t)$  から除いて、傾斜成分を除去する。

##### (3) 実数部のみを用いた積分 (3.3, 3.4節参照)

上記で得られた加速度波形  $a_3(t)$  から、遮断振動数  $f_c$  を導入してノイズを除去する (3.3節)。次に、高域通過フィルタの影響を最小限にするために、因果性を考慮して実数部のみを用いて周波数軸上で積分して、変位波形  $d(t)$  を得る (3.4節)。

#### 3.2 傾斜変動に起因する台形関数の除去

2.1節で述べたように、傾斜により変位波形にトレン

ド成分が発生する。議論を簡単にするために、式(2)で表現される傾斜成分をステップ関数 (振幅  $A$ , 開始時刻  $t_0$ ) と考える。データ数  $N$ , 継続時間  $T_d$  の地震記録をFFTする際、データ数  $N_{FFT}$  を2の累乗個とする必要があるため、一般には後続のゼロを加える。傾斜変動を表わすステップ関数が混入していた場合、加速度記録に後続のゼロを付加するということは、ステップ関数にも後続のゼロを付加していることに相当し、扱う関数はステップ関数ではなく、時間制限関数としての台形関数  $s(t)$  となる。そのフーリエ変換は、

$$S(\omega) = \frac{2A \cdot \sin\left[\omega\left(\frac{1}{2}(T_d - t_0)\right)\right]}{\omega} \cdot e^{-i\omega t_0} \quad (4)$$

となる。このとき、式(4)から明らかなように、台形関数のフーリエ振幅スペクトルは、周期が  $(T_d - t_0)/2$  で、 $\omega = 0$  の時のフーリエ振幅  $S(\omega = 0)$  が  $A(T_d - t_0)$  を表わしている。また、 $f = 1/(T_d - t_0)$  のときに、 $S(\omega) = 0$  となる。よって、 $\omega = 0$  における振幅  $S(\omega = 0)$  から  $A(T_d - t_0)$  を、 $S(\omega) = 0$  となる振動数から  $1/(T_d - t_0)$  を決定する。これにより、傾斜成分の振幅と開始時刻が決定できる<sup>6)</sup>。

ここでは、2.1の検討で用いた、人工的に傾斜変動分を混入させた加速度波形 (図1) を用いて、上記の内容について検証する。図1に後続のゼロを加えてフーリエ変換したものが図7である。 $T_d = 59.99$  秒、また、図より  $f|_{S(\omega)=0} = 0 = 0.02345\text{Hz}$ ,  $S(\omega = 0) = 21.11$  となるので、 $t_s = 17.19$  秒、 $A = 0.493$  となる。この時の台形関数を図化すると図8になる。人工的に与えた傾斜変動成分の特徴を、概ね捉えていることが分かる。

#### 3.3 低振動数ノイズの除去

観測記録の低振動数成分は、一般にはSN比が小さく、地震計で得られた低振動数成分の加速度値は、ノイズにより汚染されている可能性がある。その場合、そのまま加速度波形を積分して変位波形に変換した場合、本来の地動の揺れとは無関係のノイズが強調され、真の変位波形とかけ離れたものとなる。SN比が大きい場合には、そのまま積分しても構わないが、SN比が小さい場合には高域通過フィルタにより、ノイズに汚染された低振動数成分を除去するのがよい。ただし、2.2で述べたような問題があり、意味のある永久変位による成分等は、なるべく保持したい。

そこで、どの程度のSN比が確保できれば、真の変位を評価できるかを検討する。ここでは、永久変位を伴う基本加速度波形を例題に取り上げる。この基本波形にノイズを人工的に付加する。ノイズのレベルは1倍、10倍、100倍とした。それぞれのフーリエスペクトルを図9に示す。また、提案手法により算定した変位波形を図10に示す。ノイズレベルが100倍の場合には変位波形にノイ

特集：防災技術

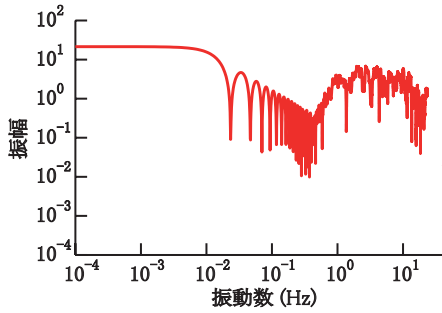


図7 傾斜変動を混入させた加速度フーリエスペクトル

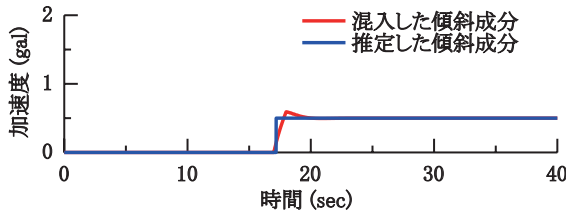


図8 傾斜変動の推定結果

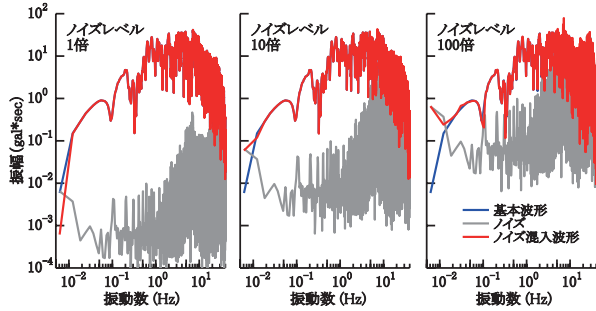


図9 ノイズと地震記録の加速度フーリエスペクトル

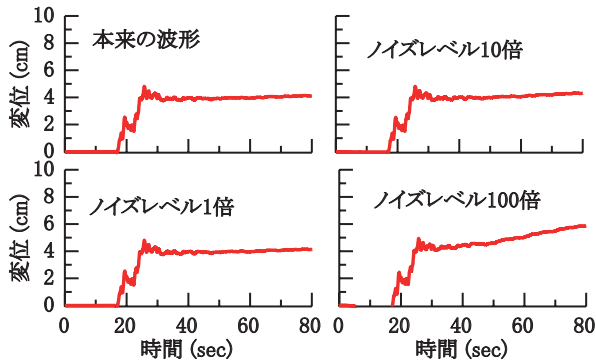


図10 ノイズ混入加速度波形から求めた変位波形

ズに起因したトレンドが生じているが、このときノイズにより低振動数側のフーリエスペクトルが“くの字”に屈曲しており、この点より低振動数側はノイズレベルが真の信号より大きいことを意味する。よって、スペクトルが屈曲する場合には、屈曲する振動数を遮断振動数 $f_c$ とする高域通過フィルターを用いればよい。

3.4 因果律を拘束条件とした積分

著者らは既に因果律を有する時間関数のフーリエ変換の実数部と虚数部の関係を導いている<sup>7)</sup>。詳細は文献7)

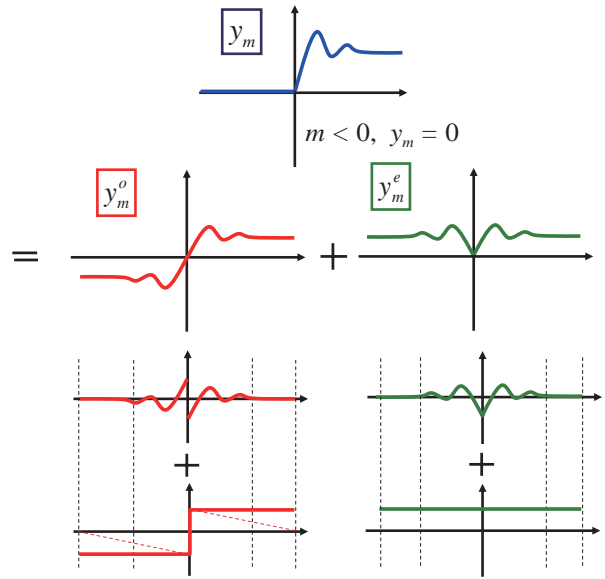


図11 因果関数の奇関数  $y_m^o$  と偶関数  $y_m^e$  への分解

に譲り、ここではその考え方を簡単に示す。

因果律を満たす実時間関数  $y_m$  は図11に示すように式(5)の偶関数  $y_m^e$  と奇関数  $y_m^o$  の和で定義される。

$$y_m = y_m^e + y_m^o \tag{5}$$

このとき、偶関数  $y_m^e$  は因果関数  $y_m$  のフーリエ変換の実数部と、奇関数  $y_m^o$  は虚数部と、それぞれフーリエ変換・逆変換の対の関係にある<sup>7)</sup>。さらに、それぞれの時間関数は、図11に示すように時間制限関数と超関数に分解が可能である。このとき、実数部については問題なく FFT / IFFT の操作が可能だが、虚数部にはステップ状関数が含まれており、これを周期関数を前提とする有限フーリエ変換 (FFT / IFFT 等) の操作をすると、点線のように直線のトレンドが生じてしまう。つまり、2.2 (1) で述べた問題の原因はフーリエ変換の虚数部を使うことにあることが分かる。

また、文献7) によると、フーリエ変換の虚数部は実数部を用いて式(6)で表わすことができる。

$$\begin{aligned} \Im(C_l) &= \sum_{k=-N/2+1}^{N/2} \beta_{lk} \cdot \Re(C_k) \\ \beta_{lk} &= -\frac{2}{N} \sum_{m=1}^{N/2-1} \cos\left(\frac{2\pi km}{N}\right) \sin\left(\frac{2\pi lm}{N}\right) \end{aligned} \tag{6}$$

加速度波形をフーリエ変換し、 $1/(i\omega)^2$  を乗じて変位波形のフーリエ変換  $D(\omega)$  を得る。次に、 $D(\omega)$  の実数部  $\Re[D(\omega)]$  から、式(6)により虚数部  $\Im[D(\omega)]$  を求める。求めた  $\Re[D(\omega)]$  および  $\Im[D(\omega)]$  からフーリエ逆変換により、時刻歴波形を得る。これが求めるべき変位波形  $d(t)$  になる。本手法では虚数部を用いることなく、加速度波形を積分することが可能となり、これにより、2.2 (1) および (2) で示した問題を回避することができる。

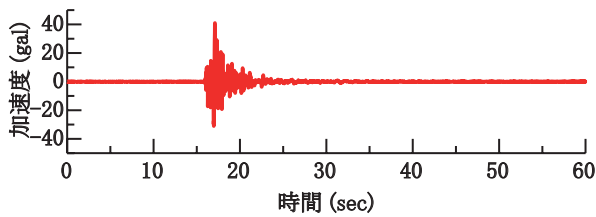


図 12 試算例 1 の加速度記録波形

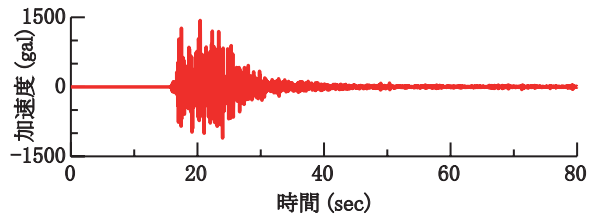


図 15 試算例 2 の加速度記録波形

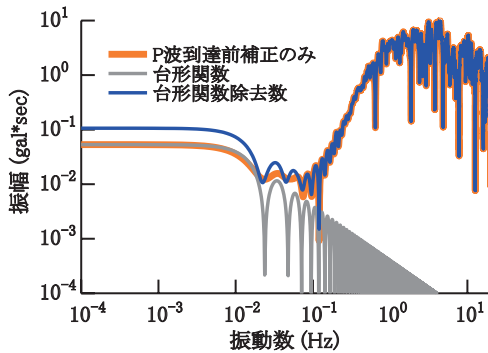


図 13 試算例 1 の加速度フーリエスペクトル

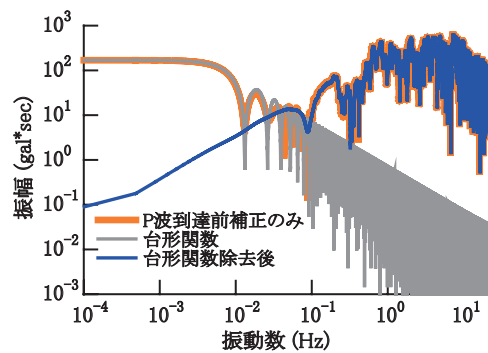


図 16 試算例 2 の加速度フーリエスペクトル

### 3.5 計算例

上述の手法による計算を行い、その妥当性を検証する。

#### (1) 試算例 1

M4.5の比較的小さな地震記録を対象とする。加速度記録を図12に、加速度フーリエスペクトルを図13に示す。

提案した手法により、図13から台形関数の諸元を確定した。この場合、 $A = 1.2608 \times 10^{-3}$ 、 $t_p = 17.89(\text{sec})$ となる。台形関数を元のフーリエスペクトルから除き、因果律を考慮して実数部のみを用いて積分すると、図14の変位波形が得られた。ただし、フーリエスペクトルの低振動数側の傾きが0.07Hz付近で急変することから、これより低振動数側はノイズを考え、 $f_c = 0.075\text{Hz}$ の高域通過フィルタを用いた。変位が実際に記録されている訳ではないので、図14の結果がどの程度の精度を有しているのか客観的な判断は難しいが、地震規模と震源距離から考えて常識的には永久変位があるとは思えない。その点から、計算した変位波形は妥当なものと考えられる。

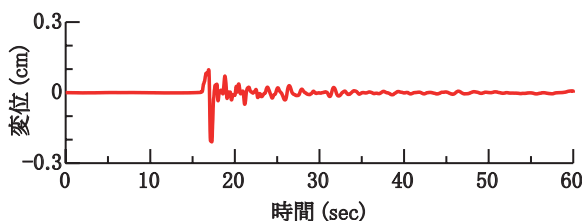


図 14 試算例 1 の加速度記録から求めた変位波形

#### (2) 試算例 2

M7.2の断層直近で観測された記録を対象とする。加速度記録を図15に、加速度フーリエスペクトルを図16に示す。加速度フーリエスペクトルから、台形関数の諸元

を確定した。この場合、 $A = 2.1821 \times 10^0$ 、 $t_p = 22.60(\text{sec})$ となる。台形関数を元のフーリエスペクトルから除き、因果律を考慮して実数部のみを用いて積分すると図17の変位波形が得られる。この例では、例1で示したような低振動数側でのスペクトル勾配の急変は認められないので、高域通過フィルタは考慮しない。これは、低振動数側でもSN比が十分に大きいことを表わしている。

参考までに、 $f_c = 0.01\text{Hz}$ の高域通過フィルタを施した場合についても検討した。結果を図18に示す。因果性を考慮して実数部のみを用いた場合には、重要な低振動数成分をカットしているにもかかわらず、ある程度は永久変位を表現できている。しかし、通常のIFFTを用いた方法では、完全に因果律も崩壊し、変位波形も不自然なものとなっている。これは、2.2 (2) で述べた理由による。

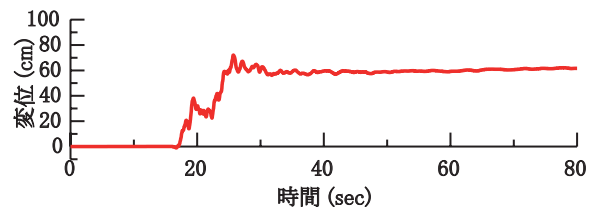


図 17 試算例 2 の加速度記録から求めた変位波形

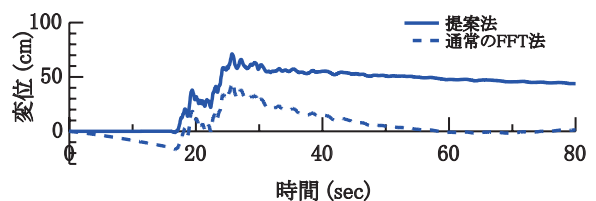


図 18 試算例 2 の加速度記録から求めた変位波形 (高域通過フィルタ有り)

特集：防災技術

4. 岩手内陸地震への適用

本章では、前章までで提案した手法を実際に計測された地震波に適用する。適用する地震は岩手・宮城内陸地震（2008年）とした。本地震では、南北に走る断層が逆断層の挙動を示しており、断層を境界に地殻変動が東西で逆方向となっていることが一つの特徴となっている。この時の観測波を用いて、その残留変位を計算し、地殻変動の変位の傾向と比較する。ここでは、震源との位置関係が東西に3つずつとなるようにK-NETの観測点を抽出した。

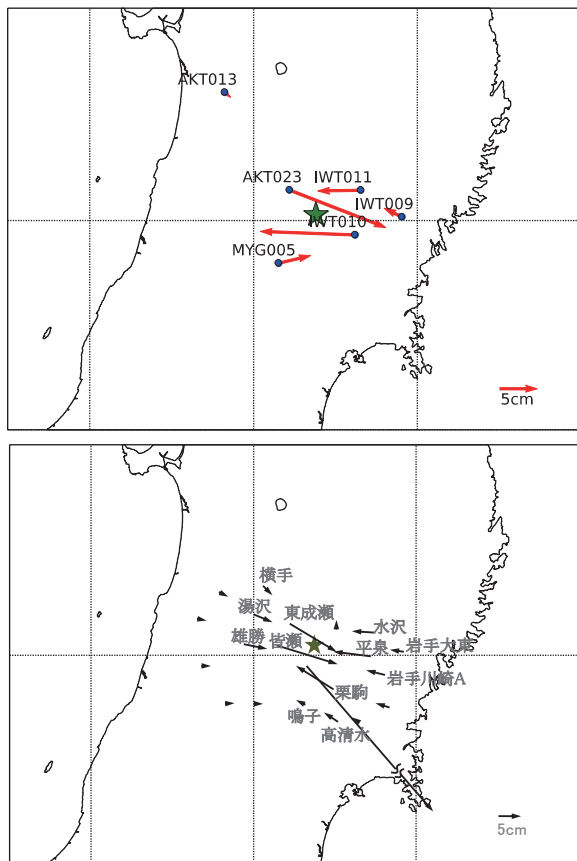


図19 地震による永久変位の様子（上：提案手法による残留変位 下：GPS観測による地殻変動）

抽出した6点において、水平2成分の残留変位を計算し、その結果を地図上にプロットすると図19の上図のようになる。東西の2つのグループにおいて、逆方向に変位していることから、逆断層による残留変位の特徴が現れていることが分かる。比較のため、図19の下に国土地理院により公開されているGPS連続観測網の観測結果から求めた地殻変動を示す。それぞれの地震計が設置された位置・深さでの正確な変位が計測されている訳ではないため、波形処理の精度については議論できないが、GPS観測による地殻変動とも概ね整合が取れており、提案した積分手法が、十分に実用的であることが分かる。

5. おわりに

加速度記録を積分する際には、(1)地震記録には並進運動成分と回転運動成分が含まれるが、この回転成分によりトレンドが発生すること、(2)低振動数側のSN比が小さい領域におけるノイズによりトレンドが発生すること、に注意が必要であることが分かった。そこで、地震記録から回転成分を分離し、本来必要な並進成分のみを抽出するとともに、地震記録のフーリエスペクトルの実数部のみを用いて積分することにより、高域通過フィルタを用いて低振動数側のSN比が小さい領域におけるノイズを除去しても、地震波形が本来有している長周期成分の情報を極力損なわない手法を提示した。

断層震源域での永久変位は耐震設計上も重要な項目であるにも関わらず、これまでデータの蓄積が不足しており、現状の設計では十分な精度予測するのが困難であった。今後は、多くの記録に対して本手法を適用することにより、永久変位のモデル化を図ることが可能になると思われる。また、模型振動実験などで得られた加速度計の記録から変位を予測する際にも有効な武器となる。

謝辞：本研究では、防災科学技術研究所の強震ネットワーク K-NET の記録を使わせて頂いた。感謝の意を記す。

文献

- 1) Vladimir M. Graizer: Effects of tilt on strong motion data processing, Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 25, pp.197-204, 2005.
- 2) Vladimir M. Graizer: Record processing considerations for the effects of tilting and transients, Proc. of COSMOS Strong Motion Workshop, Richmond, CA., 2004.
- 3) Vladimir M. Graizer: Tilts in strong ground motion, Bulletin of the Seismological Society of America, Vol.96, pp.2090-2102, 2006.
- 4) Robert W. Graves: Processing issues for near source strong motion, Invited workshop on strong-motion record processing, Convened by The Consortium of Organizations for Strong-Motion Observation Systems (COSMOS), Richmond, CA, 2004.
- 5) 林康裕, 勝倉裕, 渡辺孝秀, 片岡俊一, 横田治彦, 田中貞二: デジタル強震計の加速度記録を積分して得られる変位の信頼性について, 日本建築学会構造系論文報告集, 第419号, pp.57-66, 1991
- 6) 古川陽, 井上修作, 大町達夫: 震源近傍における永久変位を含む強震記録の積分補正手法の検証, 土木学会第65回年次講演会, pp.651-652, 2010
- 7) 佐藤忠信, 室野剛隆: 位相情報を利用した非定常地震動のシミュレーション法, 土木学会論文集 第1-66号, pp.159-168, 2004