

車輪踏面の実測形状に基づく車輪／レール接触特性解析

山本 大輔*

Numerical Analysis of Wheel/Rail Contact Characteristics Based on Actual Wheel Profiles

Daisuke YAMAMOTO

In the study presented in this paper, calculation of the contact patch between a measured wheel tread profile and a designed rail shape was carried out strictly by using a general software program called TED/CPA in order to investigate a contact characteristics between them. Then a calculation method of a creep coefficient was proposed with focus on a contact patch under the multi-point contact condition, and we applied this proposed method to the contact condition between the measured wheel tread profile of commercial vehicle and the designed rail shape. As a result, it has been shown that the contact patch has the shape composed of many contact areas due to unevenness of wheel tread, and the estimated creep coefficient may be smaller than the Kalker's theoretical value.

キーワード：車輪／レール接触問題，コンタクトパッチ，クリープ係数，摩耗車輪，車両運動

1. はじめに

鉄道車両は走行距離が増加するにつれ、車輪踏面の摩耗により、その運動特性が変化することが知られている。このため、近年、車輪踏面の摩耗に起因する車両運動特性の変化に関して計算機を用いた解析を行うとともに、走行安全性や乗り心地に優れた車両の開発に活用しようとする動きがある。この車両運動の解析では、車輪／レール間に働くクリープ力を計算する必要があり、これは一般的にクリープ係数とすべり率の積で表すことができる。従来の車両運動解析では、測定した車輪踏面形状、レール断面形状を用いて接触点を1点と仮定した接触幾何解析⁽¹⁾を行い、輪軸左右変位に対応する車輪回転半径と接触角を表形式のデータとしてあらかじめ作成し、車両運動解析で計算した輪軸左右変位に対応して参照しながら逐一すべり率を計算する。この際、クリープ係数は測定した車輪踏面形状（以下、実測形状という）を採用せず、曲率一定の設計形状であると仮定してHertz理論を適用してKalkerの転がり接触理論により求めた理論値（以下、クリープ係数理論値）を用いて計算する例が多く見られる。しかしながら、実際の車輪／レール間の接触面は、表面の微小な凹凸によりHertz理論で仮定されるような1個の楕円形状にならない場合も多く、特に摩耗した車輪踏面については、その接触面形状やクリープ係数の詳細はあまり知られていない。

そこで本稿では、曲率が一定でないことが多い実際の車輪踏面とレール間の接触面形状を解析で厳密に求める

とともに、同じ踏面内で多点接触する形態における接触領域について、これと等価なクリープ係数を推定するための手法を提案する。さらに、営業車両で測定した車輪踏面形状と設計形状のレール断面形状の接触条件に本手法を適用し、実際の車輪／レール間のクリープ係数を数値解析で推定したので報告する。

2. 車輪踏面形状の測定と解析手法

2.1 車輪踏面形状の測定

車輪踏面形状の測定には、踏面形状測定器 Mini-Prof Wheel (図1) を使用した。測定対象とした車両は、同一線区で同じ運用に用いられる2種類の形式の通勤形車両の先頭車（付随車）とした。この2形式の車両は、制輪子種別が異なる以外はほぼ同等諸元の車両である。また、測定対象車輪は最前部の輪軸とし、局所的な摩耗のない1個の断面形状をその車輪の代表形状とした。これらの車両に使用される車輪踏面形状は、JRの在来線で一



図1 踏面形状測定器 'Mini-Prof Wheel'

* 車両構造技術研究部（車両振動）

特集：車両技術

一般的に使用されている修正円弧踏面である。また、レール頭頂面の断面形状（以下、レール形状）は60kgレールのものとし、本稿では車輪踏面形状の違いの影響を明確にするために設計形状とした。測定した車輪踏面形状、レール形状はともに2次元形状の離散データである。鉄道車両は、走行安定性を維持するために、車輪旋盤を使用して定期的に元の設計形状に戻す作業（車輪転削）を行っており、これを行った後に測定した車輪踏面を転削後形状と呼ぶことにする。

2.2 接触幾何解析手法

接触幾何解析とは、車輪とレールを剛体と見なし、輪軸がレール上に載った位置関係における接触点位置を反復計算などで求める手法であり、接触点位置における車輪回転半径、接触角などが得られる。この輪軸とレールを測定した踏面形状とレール形状の2次元断面形状データに置き換えて同様に計算することで、実際に測定した車輪/レール間の車輪回転半径、接触角を計算で求めることができる。また、輪軸を左右に動かして繰り返し接触点を計算することで、測定した車輪踏面形状を有する輪軸が軌道上を転走する際の幾何学的な波長などを知ることができる。これまでの研究でも多くの解析手法の提案^{1)・2)}があるが、本稿では、多数の測定形状データを処理する必要があるため、文献1)と同様の簡易な手法を用いて解析を行った。

本稿の解析で使用する主要な諸元は、輪軸はフランジ背面距離を0.99m、軌道の軌間を1.067mとし、タイプレート³⁾を考慮してレールが1/40内傾した位置関係で計算を行った。

2.3 コンタクトパッチの解析手法

実測形状と設計形状のレールの組合せで、静止輪重相当の荷重が付加されている条件でのコンタクトパッチを厳密に求める。ここで、車輪/レール間の接触面の弾性変形形状（複数の接触領域が集合した形状）をコンタクトパッチと呼ぶ。コンタクトパッチの計算は、境界要素法を応用して半無限体近似を適用した汎用ソフト TED/CPA³⁾を使用し、長手方向の曲率半径を車輪は半径430mm、レールは無限長とし、車輪/レール間は弾性変形のみを考慮して計算した。本解析ソフトでは、左右の接触位置について同時に計算することができないため、2.2で幾何学的に求めた物理量を利用し、式(1)に基づきレール補正角度 α を算出することで、車輪とレールが接触する位置関係を擬似的に作成し、左右別々にコンタクトパッチを計算した。

図2に、車輪とレールの位置関係を示す計算モデルを示す。輪軸は地面に対して水平とし、レール形状のみ補正角度 α で傾け、実際の車輪/レール間の位置関係を作り荷重を付加する。解析条件として、ヤング率206GPa、ポアソン比0.3とし、左右方向 $\pm 25\text{mm}$ 範囲を0.12mm刻

み、前後方向 $\pm 15\text{mm}$ 範囲を1mm刻みで計算した。

$$\alpha = \text{rail}_{-\alpha} + \tan^{-1}[(r_r - r_l) / (2b_w + b_r + b_l)] \quad (1)$$

α : 補正角 [rad]

$\text{rail}_{-\alpha}$: タイプレート角度 [rad] (= $\pm 1/40$)

r_r, r_l : 左右の車輪回転半径 [m]

b_w : 軌間の半値 [m] (= 0.5335)

b_r, b_l : レール頭頂面の内側端から接触点までの距離 [m]

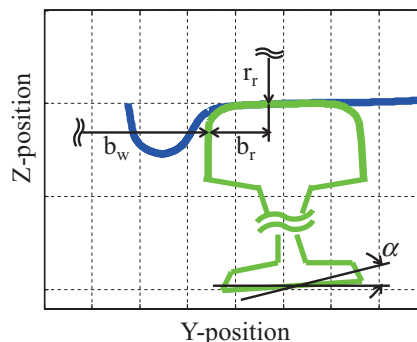


図2 コンタクトパッチ導出のための計算モデル

次に、図3に車輪/レール間のコンタクトパッチの解析結果の一例を示す。下図はそれぞれの接触領域と後述する面積等価な楕円形状を白色点線で示した模式図である。上図はそれぞれの接触領域における接触圧の大きさを表しており、山が高いほど接触圧が高いことを示す。最大接触圧位置が楕円の中央にある接触領域では、Hertz理論を適応した計算結果と同じと考えられる。模式図では左から1, 2, 5番目が該当する。一方、左から3番目の接触領域は最大接触圧位置が楕円の中心から右側に寄っており、左から4番目の接触領域は楕円形状となっていない。これらを他の楕円形状と同様に扱うことには検討の余地があるが、本稿では接触領域の中心に荷重が付加された同面積の楕円形状として、Kalkerの線形転がり接触理論に基づきクリープ係数を算出する。等価な楕円形状の算出方法は、まくらぎ方向の径の半値 b_n と、接触領域の総面積 S_n を、式(2)に代入して等価な接触楕円のレール方向の径 a_n を求める。

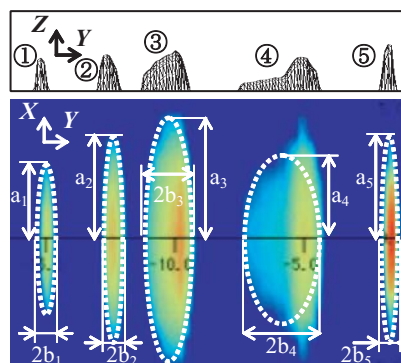


図3 コンタクトパッチの解析例

$$a_n = \frac{S_n}{\pi b_n} \quad (2)$$

S_n : n 番目の接触楕円の面積 [m²]

a_n : n 番目の接触領域におけるレール方向の等価な楕円の径の半値 [m]

b_n : n 番目の接触領域におけるまくらぎ方向の楕円の径の半値 [m]

最後に、 a_n と b_n の比に基づく縦クリープ係数、横クリープ係数をKalkerの係数表から選定する。図3の条件では、5個のクリープ係数が得られることになる。

2.4 多点接触条件での等価クリープ係数解析手法

車両運動解析において、車輪/レール間の接線力を計算する際、同一踏面内多点接触する形態であっても、それと等価な力が1点に加わると考えた方が計算上便利となることが多い。そこで、同一踏面内に働く力と等価な力が1点の接触点に加わると考えて定式化することとする。

接触角度が小さい同一踏面内の n 箇所 ($n=1, 2, \dots, N$) でレールと接触している1車輪モデルを考える。ここでは簡単のため、 $N=5$ とした5点で接触する場合の解析モデルを図4に示す。さらに、 l_2 点をクリープ力が最大となる位置 (以下、最大クリープ力位置) とする。この際、車輪径測定点を原点とし、原点回りのモーメントの釣合を考える。この図で、前後方向に働く力を縦クリープ力、左右方向に働く力を横クリープ力と定義し、ここでは、スピんクリープ力は無視する。

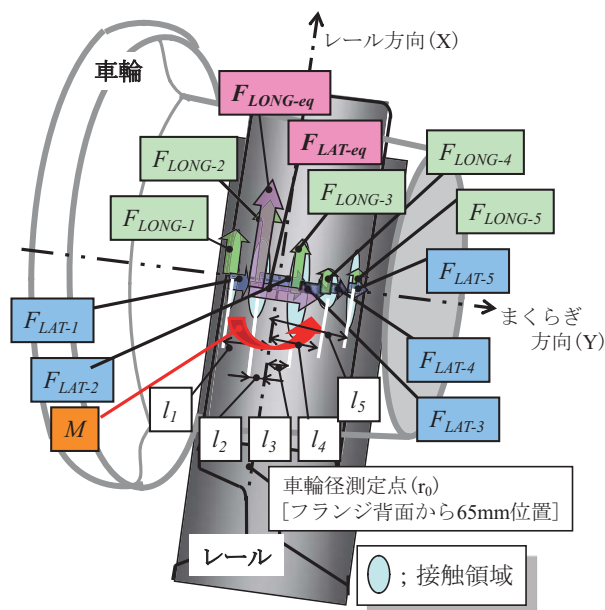


図4 同一踏面内での多点接触時のクリープ力 (接触点が5点の場合)

γ : 踏面勾配

r_0 : 車輪径 [m]

ψ : 車輪ヨーイング角度 [rad]

$\dot{\psi}$: ヨーイング角速度 [rad/s]

V : 速度 [m/s]

y : 輪軸左右変位量 [m]

b : 接触点間距離の半分 [m]

r_n : 位置 n における車輪回転半径 [m]

l_n : 踏面基準位置から位置 i までの距離 [m]

F_{LONG-n} : 位置 n ($n=1,2,\dots,N$) における前後方向力 [N]

F_{LAT-n} : 位置 n ($n=1,2,\dots,N$) における左右方向力 [N]

κ_{11-n} : 位置 n ($n=1,2,\dots,N$) における前後方向クリープ係数 [N]

κ_{22-n} : 位置 n ($n=1,2,\dots,N$) における左右方向クリープ係数 [N]

車輪/レール間の前後方向のすべり率は、

$$v_{LONG} = \frac{\gamma y}{r_0} + \frac{\dot{\phi}}{V} b = \frac{(r_n - r_0)}{r_0} + \frac{\dot{\phi}}{V} b \quad (3)$$

と表すことができる。ヨーイングが小さい範囲では、

$$\dot{\phi}/V \approx 0 \quad (4)$$

と考えることができ、右辺は第1項のみの式となる。

それぞれの接触点における前後方向の力は、同一踏面内の n 個の接触領域それぞれに対して2.3で述べた等価な接触楕円の長径・短径比からKalkerの転がり接触理論に基づく縦クリープ係数 κ_{11-n} ($n=1,2,\dots,N$) を導出し、これを用いると、

$$F_{LONG-n} = \kappa_{11-n} \{(r_n - r_0)/r_0\} \quad (5)$$

となる。ここで、 r_0 は車輪踏面基準位置における車輪径を示す。さらに、 n 個の接触領域における接線力に対して、原点回りのモーメントを考えると、等価なモーメント M は、

$$M = \sum_n (F_{LONG-n} l_n) \quad (6)$$

となる。これが最大クリープ力位置 l_2 点の一点で働く等価な縦クリープ力 $F_{LONG-eq}$ によるモーメントと等しいと考えると、

$$F_{LONG-eq} = M/l_2 \quad (7)$$

となる。最大クリープ力位置 l_2 点における前後方向の等価なクリープ係数 κ_{11-eq} は、

$$\kappa_{11-eq} = |Mr_0/(r_2 - r_0)l_2| \quad (8)$$

と表される。次に、横クリープ係数を求める。車輪/レール間の左右方向のすべり率は、

$$v_{LAT} = \tan^{-1} \phi - \dot{y}/V \quad (9)$$

特集：車両技術

と表すことができる。ここで、同様に車輪が静止していると見なせる程度の微小な動きであると仮定すると、

$$\dot{y}/V \doteq 0 \tag{10}$$

となり、式(9)は、

$$v_{LAT} \doteq \phi \tag{11}$$

となる。 n 個の接触領域それぞれに対して、2.3に基づく横クリープ係数 κ_{22-n} を用いると、

$$F_{LAT-n} = \kappa_{22-n} \phi \tag{12}$$

となる。従って、 n 個の接触領域における左右方向のクリープ力の合成力 F_{LAT-eq} は、

$$F_{LAT-eq} = \sum_n (\kappa_{22-n}) \phi \tag{13}$$

となる。式(13)が最大クリープ力位置 l_2 点に作用する等価な横クリープ力 $\kappa_{22-eq} \psi$ に等しいと考えると、等価なクリープ係数 κ_{22-eq} は、

$$\kappa_{22-eq} = F_{LAT-eq} / \phi = \sum_n \kappa_{22-n} \tag{14}$$

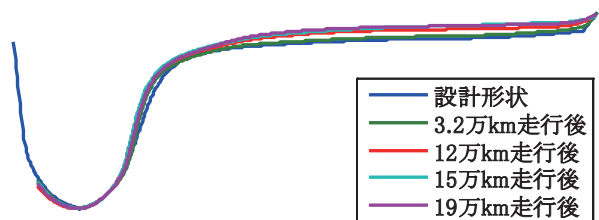
となり、 l_2 点における等価な横クリープ係数を求めることができる。

3. 車輪／レール間の接触特性の解析

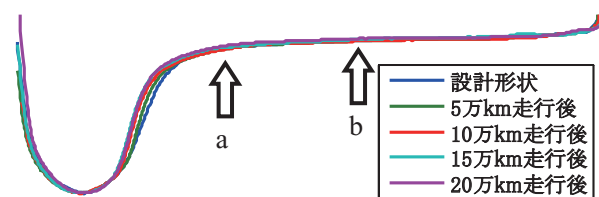
3.1 車輪踏面形状の摩耗特性

走行距離の異なるそれぞれの形式の車両から測定した車輪踏面形状を、図5に重ねて示す。図5(a)が形式Aの車両の測定形状、図5(b)が形式Bの車両の測定形状である。

形式Aでは、走行距離の増加にともない車輪踏面が凹摩耗する傾向が認められる。一方、形式Bでは車輪踏面の凹摩耗は非常に少ない代わりにフランジの摩耗が形式



(a) 形式Aの車輪踏面形状



(b) 形式Bの車輪踏面形状

図5 走行距離と車輪踏面形状の関係

Aと比較して多い。これはフランジ喉元（フランジ背面から40mm位置：a点）付近の摩耗が車輪踏面の基準点位置（フランジ背面から65mm位置：b点）付近と同程度以上であることが原因で、3.2で後述する車輪回転半径差が小さくなる形態で摩耗したため、曲線通過時の車輪回転半径不足量が大きくなりフランジの摩耗が形式Aより多くなったと考えられる。

形式Aと形式Bは、ブレーキの制輪子種別が異なる以外はほぼ同等の車両であるが、今回の測定対象とした車両については同じ線区を同様な運用で使用した場合でも、車輪踏面の摩耗傾向が異なる結果が得られた。

3.2 接触幾何解析結果

車輪／レール間のすべり率を算出する際に必要となる、輪軸左右変位置に対する車輪回転半径差の関係を図6に示す。車輪踏面形状が設計形状の場合を青線、形式Aで19万km走行後に測定した車輪踏面形状を用いて計算した結果を緑線、形式Bで20万km走行後に測定した形状から計算した結果を赤線で示す。レール形状は全て60kgレールの設計形状とした。

形式Aは、車輪踏面が凹摩耗しており車輪回転半径の変化が大きいため、設計形状の場合と比較して車輪回転半径差が大きいことがわかる。一方、形式Bでは、前述の通り車輪踏面のフランジ付近の摩耗が多い形態で摩耗しているため車輪回転半径の変化が小さく、設計形状の場合と比較して小さい。なお、摩耗車輪を用いて接触幾何解析を行うと、輪軸の中立位置が横軸の原点にならないことが多いが、ここでは比較のため輪軸の中立位置を原点に合わせている。

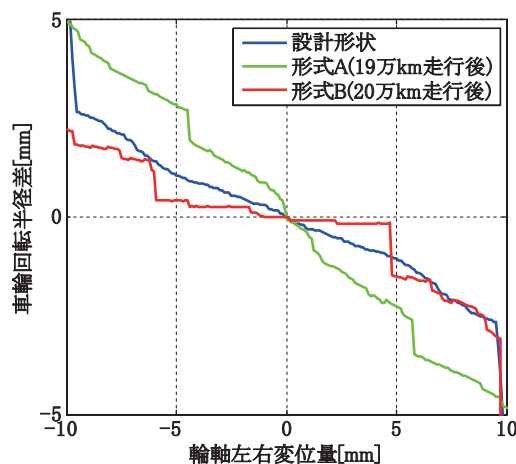


図6 車両形式ごとの車輪／レール間の接触幾何特性

3.3 コンタクトパッチの解析

3.3.1 設計形状と測定形状の比較

輪軸が中立位置にある条件で、車輪／レール間のコンタクトパッチを求める。設計形状の車輪と60kgレール設計形状の組合せの場合の解析結果を図7(a)に、車輪転削後の形状と60kgレール設計形状の組合せの場合を

図7 (b) に示す。車輪に加わる垂直荷重（以下、輪重）は、一般的な在来線直流通勤車両の静止輪重相当である30.1kNとした。

車輪とレールが設計形状であれば、Hertz理論により接触領域は楕円形状になることが一般的に知られている。ここで、図7 (a) は完全な楕円形状となっていないが、車輪踏面形状とレール形状の組合せ、輪軸の左右変位位置などの条件によっては、このようになる場合もある。一方、図7 (b) の測定した踏面形状では設計形状 (図7 (a)) と外形寸法はほぼ同じであるにも関わらず、踏面にある車輪転削時のバイト痕の影響で、前後方向に細長い接触領域が同一踏面内の複数箇所で集合した形状となっており、両者のコンタクトパッチは明らかに異なっている。

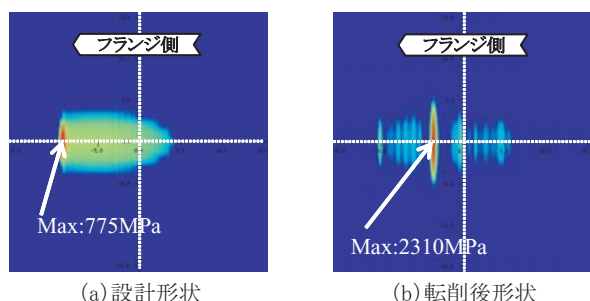


図7 設計形状と測定形状のコンタクトパッチ

3.3.2 摩耗形状を用いた解析

走行により摩耗した車輪踏面とレール形状の組合せでコンタクトパッチを解析した結果を示す。図8 (a) が形式Aの解析結果で、図8 (b) が形式Bの解析結果である。

図8 (a) では、走行距離が増加するとともに図5 (a) で示した形態で車輪踏面が凹摩耗したため、その主たる曲率半径がレール頭頂面を構成する曲率半径より小さくなり、レールとの接触点位置がフランジ側へ移動するとともにコンタクトパッチは長手方向に長く、まくらぎ方向に短い1個の楕円形状になる。図8 (a) は、一般的に知られている接触形態と同じである。一方、図8 (b) では、図5 (b) のようにフランジに近い部分の踏面の摩耗量が、基準位置での摩耗量と同程度以上であるため、走行距離増加に伴いレールとの接触点位置が反フランジ側へ移動している。さらに、走行時の車輪/レール間に発生する横圧の反力の影響から車輪踏面は摩耗や塑性流動によるうねりを持つ形状となるため、複数の細長い接触領域が離れて多点で接触する形態となる。しかし、最大接触圧点の位置について走行距離や車輪の部位に対する明確な規則性は認められない。このように、同一線区でほぼ同じ諸元を持つ車両であっても、従来から知られていた摩耗特性とは異なり、車輪踏面形状や制輪子種別、車輪転削周期の期間によっては車輪回転半径差が設計形状の場合より小さくなる形態で摩耗する場合もあり、コンタクトパッチも異なる。ただし、形式Bの車両でも、

車輪踏面は緩やかに凹摩耗が進行しているので、走行距離をさらに増加させれば最終的には形式Aの特性に近づくと考えられる。

ここで、測定した踏面形状では最大接触圧が車輪鋼の降伏応力の760MPaを大きく超過している。降伏応力を超過した部分が塑性変形すると考えた場合、接触圧の高い部分とその周辺部の接触圧が均一化する接触形態となると考えられるが、実際の車輪踏面を観察すると、車輪が1回転しても車輪踏面の凹凸は残っており消滅しない。この状況から推察して、接触領域の形状変化については、接触応力が極端に大きくなければ降伏応力を超過する解析結果であっても、車輪内部の弾性で荷重を吸収すると推察されるので弾性変形のみで問題ないと考えられる。一方で、測定した踏面形状を用いてFEM解析

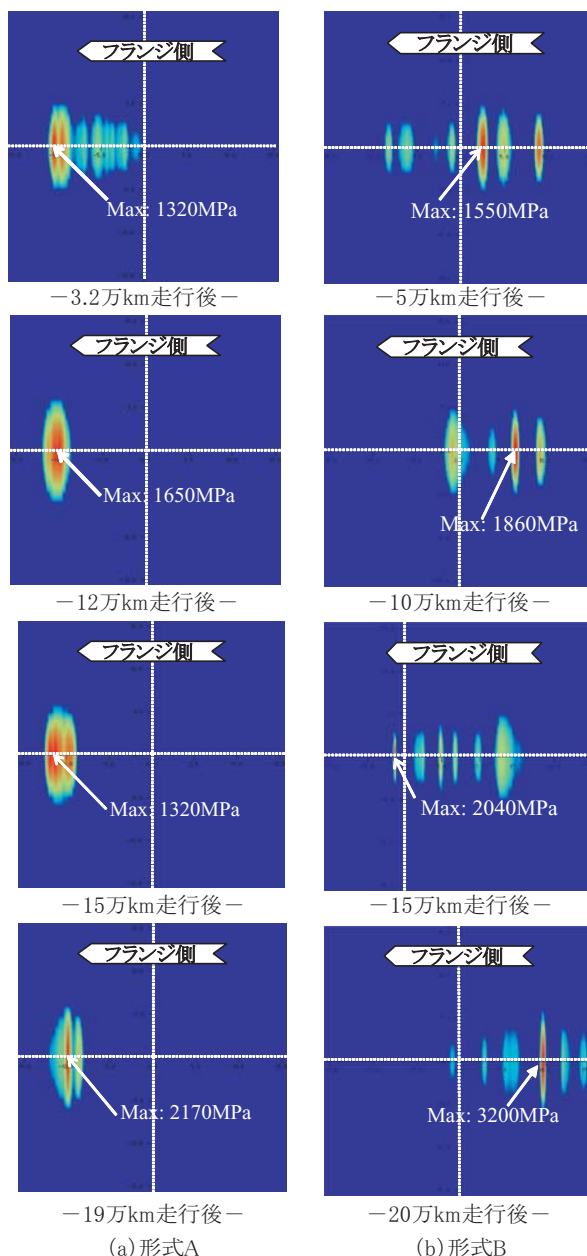


図8 走行距離とコンタクトパッチの関係

特集：車両技術

により接触領域を計算すると、車輪踏面の表面粗さの影響で接触圧が局所的に高くなることが報告されており、弾性変形解析でも上記の降伏応力を超過する値が算出された報告⁴⁾もある。これを参考にすると、図8(b)の20万km走行後の接触領域では最大接触圧点付近の面積が微増する可能性があるが、接触領域の形状が大きく変化することはない。

3.4 クリープ係数の推定

走行距離ごとに測定した車輪踏面形状に対して、本稿で提案する手法を用いてクリープ係数を算出した結果を図9に示す。横軸が走行距離で、左縦軸が縦クリープ係数、右縦軸が横クリープ係数を示す。形式Aの推定結果を◆◇印、形式Bの推定結果を●○印で示す。図中の点線および一点鎖線は、クリープ係数の理論値を示す。

左縦軸の縦クリープ係数では、転削後形状から推定した値は、理論的に求められる値に対して約20%小さい。さらに、形式A(◆印)の車両では、走行距離が増加するにともない縦クリープ係数が小さくなる傾向を示し、20万km走行後の摩耗形状から推定した値は理論値に対して30~40%小さい。一方、形式B(●印)ではばらつきが大きいものの走行距離の増加にともない縦クリープ係数は微増する傾向が認められる。形式Bの縦クリープ係数の推定値にばらつきが大きいのは、車輪踏面の微小な凹凸に規則性が無く、コンタクトパッチの形状がばらばらなっているためと考えられる。

次に右縦軸の横クリープ係数では、転削後形状から推定した値は、理論値と比較して約10%小さい。さらに、形式A(◇印)では走行距離の増加にともない横クリープ係数が小さくなり、約20万km走行後の摩耗形状から推定した値は、理論値と比べて約20~30%小さい。一

方、形式B(○印)では、走行距離が増加するにともない横クリープ係数が僅かに増加する傾向を示している。

走行距離が増加するにともないクリープ係数が理論値に対して減少する理由は、車輪踏面の微小な凹凸によりコンタクトパッチを構成する複数の接触領域が離れて集合した形状となっているためと考えられる。

以上の解析結果を総合すると、実測した車輪踏面形状を用いてコンタクトパッチを厳密に計算した後にクリープ係数を求めるとクリープ係数は理論値より若干小さくなる。これを考慮して車両運動解析を行うと、従来の車両運動解析より蛇行動限界速度は若干低下した解が得られると考えられる。

4. 結論

車輪/レール間の接触特性を把握するため、実測した車輪踏面とレール間のコンタクトパッチを計算で求めた結果、転削後形状でも多数の接触領域が離れて集合した形状となっていることがわかった。さらに、同一踏面内で多点接触する条件における等価なクリープ係数の推定手法を提案するとともに、これらのコンタクトパッチに適用して実際の車輪/レール間のクリープ係数を推定した結果、転削後形状でも理論値より10~20%小さく、20万km走行後の凹摩耗した車輪踏面では理論値と比べて20~40%程度小さいことがわかった。

本稿で提案した手法の妥当性については、接触面の微小凹凸の有無に着目した接線力測定実験⁵⁾を実施し、微小凹凸がある方が接線力は小さい(クリープ係数が小さい)ことを確認している。この実験結果は本解析結果と定性的に一致しているが、実験条件が限定的であるため、今後は様々な条件で詳細に検討する計画である。

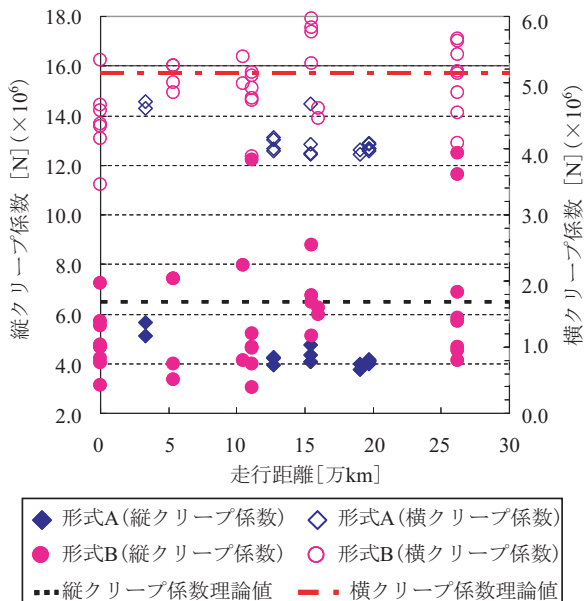


図9 走行距離とクリープ係数の関係

文献

- 1) 谷藤克也：新幹線電車の摩耗車輪とレールの接触(幾何学的接触による車輪有効こう配の分析), 日本機械学会論文集(C), Vol.54, No.497, pp.305-311, 1988
- 2) 杉山博之, 須田義大：バックゲージ接触も考慮した車輪/レール2点接触幾何解析手法, 日本機械学会論文集(C), Vol.73, No.729, pp.1457-1464, 2007
- 3) 柘井邦彦：線形三角形要素による三次元弾性接触問題の数値解法, 日本機械学会論文集(A), Vol.53, No.492, pp.1631-1637, 1987
- 4) 金鷹, 石田誠：レール側摩耗に与える車輪/レール接触条件の影響, 鉄道総研報告, Vol. 15, No.4, pp33-38, 2001
- 5) 山本大輔, 陳樺：車輪踏面の微小凹凸と接触力に関する実験的研究, 日本機械学会 2010 年度年次大会講演論文集(7), No.10-1, pp.429-430, 2010