

# 機関車運用整理案作成アルゴリズムの開発

佐藤 圭介\* 福村 直登\*\*

Freight Locomotive Rescheduling Algorithm under Disordered Train Operation

Keisuke SATO Naoto FUKUMURA

Railway operators adjust timetables, followed by rescheduling of rolling stock and crew duties in case train operation is disordered due to accidents. This paper discusses a rescheduling problem of locomotive assignment to freight trains after the timetable adjustment is completed. We model the problem as an integer programming problem with set-partitioning constraints, and solve the issue by using column generation technique. Numerical experiments using real data have revealed that our method provides a locomotive-rescheduling plan of satisfactory quality in acceptable computing time.

キーワード：車両運用，運用整理，数理計画，集合分割問題，列生成法

## 1. はじめに

事故や災害などにより列車ダイヤに乱れが発生すると、鉄道事業者は事態の収束のため運転整理<sup>1) 2)</sup>を実施する。具体的には、運休や増発・時刻変更といった手段で列車ダイヤを変更するとともに、車両運用計画、乗務員運用計画、駅構内作業計画をダイヤに適合するよう変更する。このうち車両運用計画・乗務員運用計画の変更部分は運用変更ないし運用整理と呼ばれるが、本稿では運用変更を個々の車両ないし乗務員の計画変更として、運用整理をその総体を意味するものとして用いる。現状は運転整理全体についてもその中の運用整理についても、迅速かつ正確な判断を求められることから、熟練した技術を持つ担当者に任されており、大きな負担となっている。

本稿では貨物列車をけん引する機関車を対象として、ダイヤに乱れが発生し、列車遅延時分の見込みや運休の決定（以下、これらをあわせて変更ダイヤと呼ぶ）が与えられたときに、機関車運用整理案を作成するアルゴリズムについて述べる。このような目的を持つ研究としては、旅客列車に充当される列車を対象に、各車両について順次運用を決定するアルゴリズム<sup>3)</sup>や、各車両の運用予定列車の放出・取込により車両間で運用の交換を行うメタヒューリスティクススペースの整理案作成アルゴリズム<sup>4)</sup>が提案されている。しかし貨物列車の場合、機関車の運用範囲が広範で機関車形式により走行可能な線区が異なる、利用可能な予備車の数が旅客列車よりも少ない、といった特有の事情があり、このような順次決定や交換操作により各機関車の運用変更計画を得ることは容易で

はない。よって自動車を対象にした同種の研究事例<sup>5) 6)</sup>のように、機関車運用整理を数理計画問題として定式化する。ここでは、機関車の現在位置から始まり数十時間先までの充当列車の計画を複数生成し、それらを組み合わせることで全ての列車に必ず機関車が割り当たるような運用整理案を作成する。各機関車の充当列車計画はあらゆる可能性を考慮すると数十万といった規模になり得るが、ダイヤ・運用をネットワークで表現し、列生成法という手法を用いることで、可能な計画のうちのごく一部を列挙するだけで良質な整理案が高速に作成できる。

本稿の構成は以下の通りである。第2章では問題の概要を記述する。第3章では変更ダイヤと機関車運用をネットワークで表現し、続いて数理計画問題として定式化する。第4章ではモデル化した問題に対する列生成法を用いたアルゴリズムを述べる。実際の貨物列車ダイヤ・機関車運用計画に乱れ事例を適用した計算機実験を第5章で行い、第6章で結論と今後の展望を述べる。

## 2. 問題概要

所定の列車ダイヤと機関車運用計画において、列車番号、けん引開始駅、及びけん引終了駅の3つ組をタスクと呼ぶ。列車運行に使用される機関車には数時間から数日先までのけん引担当予定列車、つまりタスクの列が定められており、これを仕業と呼ぶ。図1は所定のダイヤ図上に2台の機関車の仕業を記述したものである。○印に“仕”と記述されているのは機関車の仕業検査<sup>7)</sup>で、機関車の形式によって72時間ないし96時間ごとに行うように機関車仕業のなかで定められている。列車ダイヤに乱れがなくダイヤ図の通りに運行がなされていれば、

\* 輸送情報技術研究部（運転システム）

\*\* 輸送情報技術研究部

特集：輸送情報技術

図中の現在時刻と記した時点において、機関車a・機関車bともにB駅に停泊していることになる。

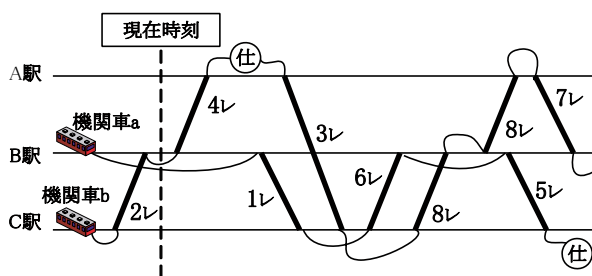


図1 所定ダイヤと機関車運用

列車ダイヤに乱れが生じたとき、機関車作業を変更しなければ、列車の遅延により機関車が次のけん引予定列車に間に合わない、あるいは運休で次の列車のけん引開始駅に到達できないという状況が発生する。図2は図1のダイヤ・機関車運用計画に従って運行している状態から、現在時刻において、2レのC駅出発に遅延が生じるという想定の変更ダイヤ例で、機関車bが2レの次に予定していた4レのけん引に間に合わないことを示す。このようなときに機関車作業を変更して、列車に機関車を割り当て直すのが機関車運用整理である。図2の例では機関車aに4レを、機関車bには1レを担当させるという運用変更により、さらなる遅延を機関車の都合で発生させることなしに列車運行が可能となる。ただしこの2台の機関車の作業検査実施予定にも変更が生じるため、各機関車の前回の検査実施日時を参照し、必要があればC駅あるいはB駅において再び運用変更を行い、それぞれ元の作業に戻さなければならない。

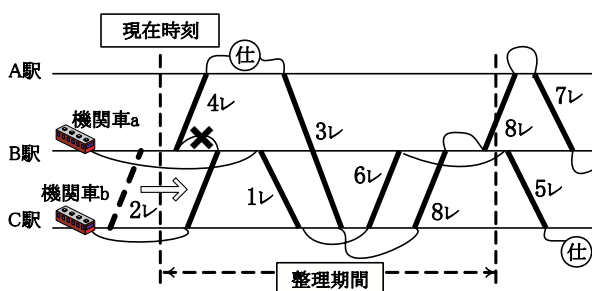


図2 変更ダイヤ

運用整理にあたっては、全てのタスクに必ず機関車を1台だけ割り当てるということが大原則である。それに加え、前述のように機関車が一定周期ごとに検査されることや、けん引可能な区間のみを担当することなど、変更作業が妥当でなければならないという制約がある。運用整理の良し悪しを決定する評価指標としては、実際に運用変更を行う現業機関の混乱を避けるため、なるべく所定の運用からの変更が少ないことが良いとされる。

### 3. モデル化

#### 3.1 ネットワーク表現

図2のような変更ダイヤと機関車の現在位置が与えられたときに、提案手法では運用の整理期間を定め、機関車の現在時刻における所在位置から整理期間中の変更作業候補を生成し、それらを組み合わせて運用整理案を作成する。各機関車の変更作業候補を効率的に列挙するため、変更ダイヤと機関車運用をネットワーク<sup>8)</sup>で表現する。機関車の現在位置・タスク・所定ないし臨時の作業検査をノード、駅と時刻関係を見て機関車の移動が可能であるノード間をアークとするネットワークを構築する。図2の変更ダイヤ・機関車現在位置に対応するネットワークを図3に示す。ネットワーク上で機関車の現在位置ノードから探索を始め、運用範囲を超えてしまうタスクノードや作業検査切れを避けつつ、整理期間後のタスクノードへとたどり着くまでのパスがその機関車の作業候補となる。機関区に予備機関車がある場合は、その機関車の現在位置ノードを所属機関区とし整理期間後も機関区ノードを用意することで同様に作業候補の探索が行える。

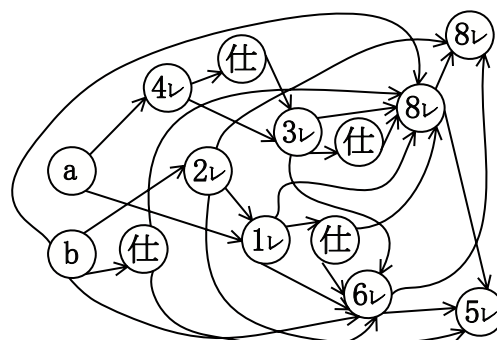


図3 ネットワーク表現

次にネットワークの各アークに、それが所定通りの運用回しであれば0を、所定とは異なるものであれば正の値を付与する。これらをアークのコストと呼び、作業候補のコストをパスに含まれるアークのコストの和とする。すると、所定通りの作業のコストは0（予備機関車は現在位置ノードから出てすぐ所属機関区ノードへ入る作業のコストを0とし、その機関車は使用しないという意味を与える）、変更作業のコストは所定からの変更回数に応じて大きな値となり、各機関車の運用変更案、ひいてはその総体である運用整理案の良し悪しを判断する際の総合指標とすることができる。

#### 3.2 数理計画問題としての定式化

ネットワーク表現とそこから列挙される作業候補を用いて、運用整理を数理計画問題<sup>7) 9)</sup>として定式化する。

定式化にはいくつかの集合や数値、そして変数を記号として表す必要があるが、まずネットワーク表現から構成ができる集合と数値を以下に示す。

- $I$ : タスク集合
- $K$ : 機関車集合
- $P^k$ : 機関車 $k$ の仕業候補集合
- $c_p^k$ : 機関車 $k$ の仕業候補 $p$ のコスト
- $a_{ip}^k = \begin{cases} 1: \text{タスク } i \text{ が機関車 } k \text{ の仕業候補 } p \text{ に含まれる} \\ 0: \text{含まれない} \end{cases}$

次に決定変数 $x$ を導入する。この変数は機関車が仕業候補を選択すれば1、選択しなければ0という値をとるものとする。

- $x_p^k = \begin{cases} 1: \text{機関車 } k \text{ が仕業候補 } p \text{ を選択する} \\ 0: \text{選択しない} \end{cases}$

これらの記号のもとで、組合せ最適化の分野で集合分割問題と呼ばれる問題を数理計画問題として記述する際の表現をもとにして、機関車運用整理を以下のように定式化する。

$$\text{Minimize } \sum_{k \in K} \sum_{p \in P^k} c_p^k x_p^k \quad (1)$$

$$\text{subject to } \sum_{k \in K} \sum_{p \in P^k} a_{ip}^k x_p^k = 1 \quad \forall i \in I, \quad (2)$$

$$\sum_{p \in P^k} x_p^k = 1 \quad \forall k \in K, \quad (3)$$

$$x_p^k \in \{0, 1\} \quad \forall k \in K \quad \forall p \in P^k. \quad (4)$$

式(1)が定式化の評価指標（数理計画の用語では目的関数と呼ぶ）、式(2)～(4)が制約条件となる。ここでは機関車が選択する仕業のコストの総和を最小化することを

目的とする。式(2)は集合分割制約で、全てのタスクは必ず1つだけの仕業に含まれていなければならないというを示す。式(3)は各機関車が仕業候補の中から1つだけ選択するという条件である。式(4)は変数が0と1のどちらかの値をとらなければならないということの意味する。なお、実務においては単機列車（貨車を伴わない回送列車）や単位時間あたりの仕業検査台数の上限に関する制約も存在するが、次章で述べるアルゴリズムには影響しないため、ここでは省略する。これら二つの制約は文献<sup>10) 11)</sup>で扱っている。

#### 4. 運用整理案作成アルゴリズム

##### 4.1 アルゴリズムの概要

前章の定式化において、各機関車の仕業候補が全て列挙されていれば、汎用の数理計画ソルバを用いることにより、評価指標の値が最小となる解（最適解）を得ることができる。しかしながら各機関車の変更仕業候補の総数はあらゆる可能性を考慮すると数十万といった規模になり得るが、それをネットワーク表現から全列挙しようとすると長い処理時間を要する。これは迅速さが要求される運用整理にはそぐわない。また変更ダイヤは乱れの状態により様々なパターンをとり、それに伴いネットワーク表現も様々に変化するため、仕業候補を事前に用意しておくこともできない。したがってここでは、車両・乗務員の基本運用計画作成アルゴリズム<sup>7)</sup>でも用いられている列生成法を適用して、各機関車の変更仕業候補を列挙しながら、それらを組み合わせる運用整理案を作成するアルゴリズムを提案する。

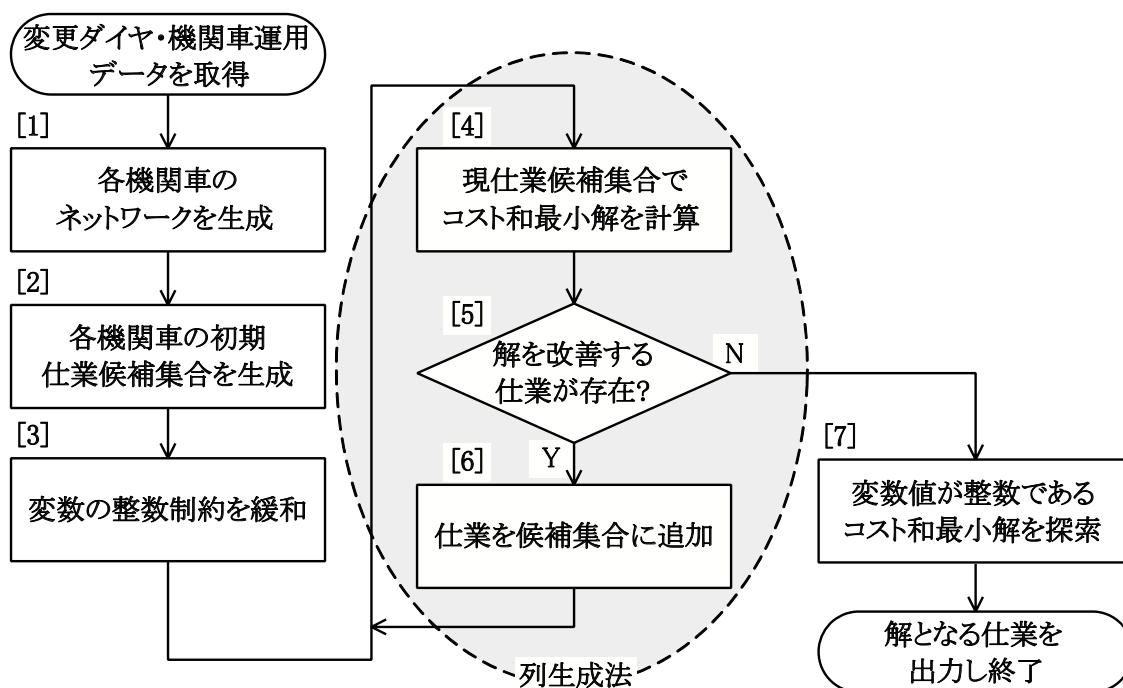


図4 運用整理案作成アルゴリズム

特集：輸送情報技術

4.2 アルゴリズムの流れ

アルゴリズムを図4に示す。図中の処理[1]にあたる、変更ダイヤと機関車運用データを取得しネットワークを構築する方法は第3章で述べた。処理[2]ではネットワークの探索により、各機関車について仕業候補をいくつか生成し、初期仕業候補集合を構成する。続く処理[3]で、それぞれの初期仕業候補に対応する変数について、列生成法が適用できる条件にするため、変数の線形緩和、つまり定式化の式(4)で変数値が0か1のどちらかに制限されているものを、0以上の任意の数値をとることを許すように変更する。

処理[4]～[6]が列生成法となる。処理[4]ではそれまで列挙した仕業候補の集合と線形緩和された変数からなる数理計画問題を解く。これには数理計画ソルバを使用する。ソルバが返す解の情報と数理計画問題の性質から、定式化の式(1)で定義された仕業のコスト和を、仕業候補を追加することでさらに小さくすることが可能か否かを知ることができるため、それをもって列生成を終了するかの判定とする(処理[5])。列生成を続ける場合はまだ列挙されていない仕業候補を仕業候補集合に追加し(処理[6])、処理[4]へと戻る。処理[6]の詳細は次節で述べる。

処理[5]で列生成を終了するという判定がなされると処理[7]へ推移し、処理[3]にて緩和した整数制約を復活させ、改めて解を求める。この処理にも数理計画ソルバを用い、ソルバが解を返した場合はそれを運用整理案として出力、解が求まらなかった場合はダイヤの再考を促す旨を出力し、アルゴリズムを終了する。

4.3 列生成法の終了判定と仕業候補の追加

アルゴリズムの処理[4]で、それまでに列挙した仕業候補と線形緩和された変数からなる数理計画問題をソルバで解くと、制約式(2)及び式(3)のひとつひとつに、双対価格と呼ばれる値が付随する。式(2)に対応する双対価格を $\lambda_i$ 、式(3)に対するものを $\mu^k$ とおく。すると、各機関車について次のような探索問題を解くことで、仕業のコスト和をさらに小さくすることが可能な、未列挙の仕業候補が存在するか否かが、数理計画の定理からわかる。

$$\begin{aligned} & \text{Find} && p \in P^k \\ & \text{such that} && c_p^k - \sum_{i \in I} a_{ip}^k \lambda_i - \mu^k < 0. \end{aligned}$$

この探索問題は、仕業候補のコストから、仕業候補に含まれる各タスクの双対価格の値と、機関車にかかる双対価格の値を引いた結果が負になる仕業候補を探すものである。探索の結果そのような仕業候補が見つければ、それが仕業のコスト和をさらに押し下げる可能性のあるものとして仕業候補集合に追加する。見つからなければ、これ以上どのような仕業候補を加えてもコスト和は小さ

くならないことを意味するため、列生成を終了する。

探索問題の解法は、仕業候補のコストはネットワークのアーキのコストの和であり、双対価格は全てネットワークのノードに付加することができるため、ノードのコストも加味したネットワークでコストが最小となるパスを求め、そのコスト値が0以下であるかどうかを判定すればよい。つまり探索問題を最短路問題へと帰着できる。ただし、第2章で述べたように機関車は72時間ないし96時間ごとに仕業検査を行わなければならないため、検査実施日時という制約情報付きの最短路問題を解くことになる。構築したネットワークは有向で非巡回的であるため、最短路を求めるアルゴリズムであるダイクストラ法で未探索の頂点を選択する際に、暫定コストが最小の頂点ではなく、ノードのトポロジカル順序が最小である頂点を選択<sup>12)</sup>することで、より効率的に、かつアーキやノードの値が負であっても最短路を見つけることができる。ノードのトポロジカル順序については、ネットワークの構成方法より、タスクの開始(ないし終了)時刻順で一度ソートを行い、その順序をトポロジカル順序とすることができる。

ダイクストラ法による仕業候補の探索は、アルゴリズムの処理[2]で初期仕業候補集合を構成する際にも使用できる。次章の実験では処理[2]で双対価格を0とおきダイクストラ法を適用し、コスト和が正の場合でも仕業候補として追加をしている。またダイクストラ法を適用した結果として、最小コストとなる仕業だけではなく、いくつかのコストの低い(所定仕業に近い)仕業候補も得られるため、それらも初期集合に加えている。

なおこの最短路問題は機関車ごとに独立な問題であるため、並列に解くことができる。

4.4 アルゴリズムの実行例

仮想的なダイヤ乱れを用いて、アルゴリズムの実行例を示す。図5は事故などにより6本の上り列車についてD駅の発車が約3時間遅延するという想定の変更ダイヤと、機関車2と機関車3の所定仕業を描いたものである。機関車2と機関車3はけん引している列車の遅延により、このままではA駅にて次にけん引を予定している列車の出発に間に合わなくなるということを示している。

この変更ダイヤに対して、アルゴリズムを適用して作成した運用整理案を図6に示す。これはアルゴリズムの実行の結果運用変更が発生する各機関車について、乱れる前のダイヤと所定の運用(整理前)と、変更ダイヤにもとづいてアルゴリズムを実行した結果(整理後)を横棒形式で表現したものである。機関車2が次の充当予定列車に間に合わなくなるという事態に対して、機関車1がその列車と折り返しの列車を担当し、再びこれら2台の機関車が同じ駅で停泊する時点で運用を差し戻してい

る。また機関車3と機関車5の運用の交換が行われるが、機関車5の仕業検査期限がせまっているため、停泊駅と検査区の容量や作業員の作業可能時刻を考慮して臨時の検査の実施を提案している。

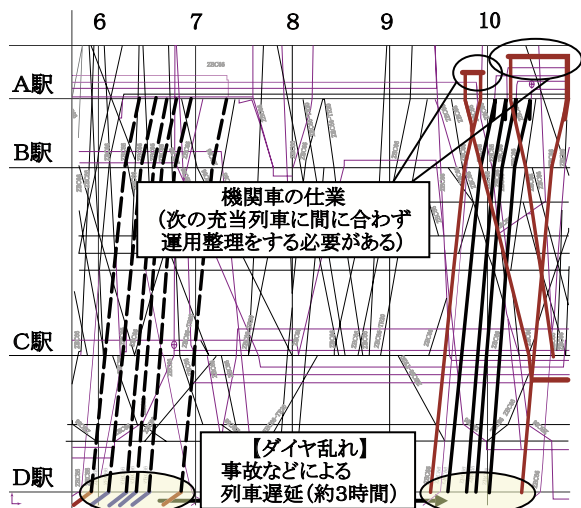


図5 仮想的なダイヤ乱れ例

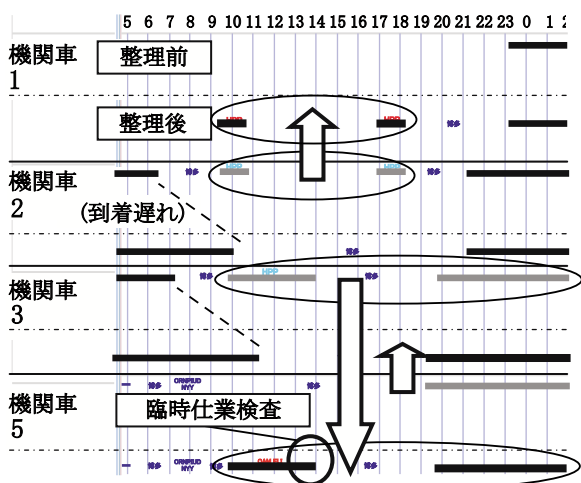


図6 運用整理案例

## 5. 計算機実験

### 5.1 対象と実験環境

実際の計画ダイヤ・機関車運用のデータに対して、ダイヤ乱れの事例を適用し、アルゴリズムが出力する解と実行時間を評価するための計算機実験を実施した。対象

は1日あたり300本程度と最も貨物列車往來の多い地域を担当する3機関区144台の機関車とし、CPU周波数3.2 GHz、3.0GB RAMのWindows XPパソコンにて運用整理案を作成した。数理計画ソルバにはIBM ILOG CPLEX<sup>13)</sup> 12.1を使用した。予備機関車は投入できないものとした。

### 5.2 実験結果と考察

3つのケースに対する試験結果を表1に示す。それぞれのケースについて、ダイヤ乱れにより遅延や運休が発生した列車の本数と平均遅延時間、そして運用整理を行わなければ次列車のけん引に間に合わなくなる機関車の数(運用矛盾台数)を記載している。整理期間を48時間と72時間それぞれに定めた場合について、仕業が変更になった機関車の数と計算時間を記す。計算時間は、変更ダイヤが与えられてネットワークを構成するところから整理案を作成するところまでに要した実時間である。

いずれのケースでも、ダイヤ乱れの規模に関わらず、整理期間が48時間の場合で8秒、72時間の場合でも30秒以内という時間で解が得られた。これは現時点でも実用に耐えうる速度である。また、ダイヤ乱れが拡大しダイヤが再変更された場合でも、本アルゴリズムをもう一度適用することで直ちに新たな運用整理案を得ることができる。整理案の質についても、列車が遅れても機関車が次のタスクに間に合う場合は運用変更を行わないことで変更仕業数が抑えられていること、そして整理期間を長くすることでより先を見た効率的な解が得られているという点で、概ね妥当なものとなっている。

## 6. まとめ

本稿ではダイヤ乱れ時の貨物機関車の運用整理について、変更ダイヤと機関車運用をネットワークで表現し、数理計画問題として定式化した。そして列生成法を用いて、各機関車の変更仕業候補を列挙しながらそれらを組み合わせて運用整理案を作成するアルゴリズムを開発した。実際のダイヤ乱れ事例を適用した計算機実験の結果、満足できる質の整理案が得られた。また計算時間も実用的に十分な短さであり、よってダイヤ乱れの拡大に伴うダイヤの再変更に対しても、ほぼリアルタイムに運

表1 運用整理案作成結果

ケース No.	ケース1		ケース2		ケース3	
遅延本数 (平均遅延) / 運休 列車本数 運用矛盾台数 (台)	18本 (3.1時間) / 0本 5		15本 (4.4時間) / 7本 10		50本 (3.1時間) / 2本 24	
整理期間 (時間)	48	72	48	72	48	72
仕業変更機関車数 (台)	18	17	20	20	45	44
計算時間 (秒)	6.7	25.9	3.7	23.9	7.4	28.8

特集：輸送情報技術

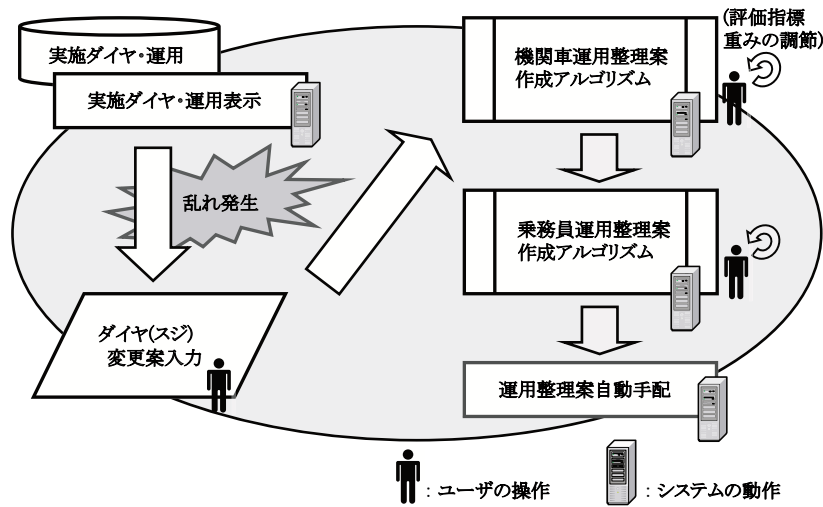


図7 運用整理支援システム

用整理が可能となると考えられる。

今後の研究課題として、与えられた変更ダイヤに対して機関車運用が回らない、つまりすべての列車に機関車を割り当てることが不可能な場合について、列車の時刻変更や運休の提案を行うことが考えられる。これについてはすでに基礎的なアルゴリズム<sup>11)</sup>を提案しており、今後も研究の進捗を進める。また、ダイヤ乱れ時に機関車運用整理に引き続いて行われている乗務員の整理<sup>14)</sup>を含む、貨物列車の運用整理業務全体を支援する枠組みを構築することも挙げられる。本稿の機関車運用整理アルゴリズムと乗務員運用整理アルゴリズムとの連携、あるいは機関車・乗務員運用整理案を同時に作成することがこれからの課題となる。

両運用整理案作成アルゴリズムの構築とその実行に必要な各種の情報化がなされれば、アルゴリズムが作成した整理案の内容を分析し、自動的に伝達先を判断して配信を行う機能を含む、総合的な運用整理支援システム(図7)の実現が可能となる。

謝辞

研究を実施するにあたり貴重なご意見をいただいた、日本貨物鉄道株式会社の重田英貴、川上浩司の両氏に深く感謝いたします。

文献

1) 富井規雄：列車ダイヤのひみつー一定時運行のしくみ，成山堂書店，2005  
 2) 列車ダイヤ研究会(編)：列車ダイヤと運行管理，成山堂書店，2008

3) 原啓太，高橋浩樹，奥村哲朗：車両運用整理支援システムの開発，第39回鉄道サイバネ・シンポジウム論文集，論文番号410，2002  
 4) 平井力，富井規雄，田部典之：サイバーレールを指向した車両運用計画作成アルゴリズム，電気学会交通・電気鉄道研究会，TER-02-46，2002  
 5) Huisman, D. and Wagelmans, A. P., "A solution approach for dynamic vehicle and crew scheduling," *European Journal of Operational Research*, Vol. 172, No.2, pp.453-417, 2006.  
 6) Li, J.-Q., Mirchandani, P.B. and Borenstein, D., "The vehicle rescheduling problem: model and algorithms," *Networks*, Vol. 50, No.3, pp.211-229, 2007.  
 7) (財)鉄道総合技術研究所運転システム研究室：鉄道のスケジューリングアルゴリズムーコンピュータで運行計画をつくる，エヌ・ティー・エス，2005  
 8) 藤重悟：グラフ・ネットワーク・組合せ論，共立出版，2002  
 9) 田村明久，村松正和：最適化法，共立出版，2002  
 10) 佐藤圭介，福村直登：ダイヤ乱れ時の貨物機関車運用整理問題，情報処理学会論文誌：数理モデル化と応用，Vol.2, No.3, pp.97-109，2009  
 11) Sato, K. and Fukumura, N., "Freight locomotive rescheduling and uncovered train detection during disruptions," *Proceedings of the 12th World Conference on Transport Research*, 2010.  
 12) 久保幹雄，田村明久，松井知己(編)：応用数理計画ハンドブック，朝倉書店，2002  
 13) <http://www.ilog.co.jp/product/opti/cplex/cplex.html>  
 14) 佐藤圭介，福村直登：貨物列車の乗務員運用整理案作成アルゴリズムの開発，鉄道総研報告，Vol.23, No.8, pp.23-28，2009