

パンタグラフ接触力に基づくトロリ線のひずみ推定法

網干 光雄* 久須美 俊一** 倉岡 拓也***

Estimation Method of Contact Wire Strain based on Contact Force between Pantograph and Catenary

Mitsuo ABOSHI Shunichi KUSUMI Takuya KURAOKA

The contact wire strain is one of the most important indices to evaluate the safety of current collection system in high-speed operations. The authors proposed a new method estimating the contact wire strain based on the measured contact force between pantograph and contact wire, and carried out a running test to verify the utility of the method at current-collection testing equipment. It has been confirmative that the estimated contact wire strain by the method is more accurate than the value derived by the conventional method, and consequent errors are less than approximately 15% in dynamic simulation results of catenary-pantograph system. As the result of running test, the estimated strain was almost consistent with the measured one. It is highly likely to contribute to advance the diagnosis techniques of overhead equipment.

キーワード：集電，トロリ線，ひずみ，接触力，診断

1. はじめに

電車線の安全性を判断する際の一つの項目としてトロリ線ひずみがあるが、近年の新幹線高速化に伴い比較的大きな値が観測されるようになってきた¹⁾。ここでトロリ線ひずみまたは応力とは、トロリ線の表面に発生する最大曲げひずみまたは応力のことを言う。過大なひずみの発生は、トロリ線の疲労破断に至る危険性もあるので注意が必要である。

通常は、走行試験の際などにトロリ線に直接ひずみゲージを貼り付けて実測する方法が採られているが、測定箇所ですべても最大値が発生するとは限らないこと、また一方、多数の測定点において実測することは実用的ではないという課題がある。このため、電車線の架設状態を正確に測定して、これを基にパンタグラフ通過時の動特性をシミュレーション手法により評価して、トロリ線ひずみの最大値や発生箇所を評価する手法が開発されている²⁾。しかし、この手法を走行全区間に適用するには多大な手間を要するため、広範囲にわたる効率的な診断法が求められている。

近年、トロリ線とパンタグラフ間の接触力が精度良く計測できるようになり³⁾、これを用いてトロリ線ひずみを推定してその安全性を評価しようとする試みがなされ

ている。接触力とトロリ線ひずみとの関係については、すでに弾性支床上梁モデルにより定常状態における関係が定式化されており⁴⁾、実架線における実測値もこれに概ね合致しているという報告⁵⁾もなされている。しかしながらこの定式化は定常状態におけるもので、変動する接触力に対しては推定誤差がやや大きいと考えられるため、さらに精度の高い推定方法が望まれている。

トロリ線とパンタグラフ間の接触力変動には、トロリ線凹凸下をパンタグラフが走行する際などのトロリ線波動励起を伴う接触力変動と、励起されたトロリ線波動が吊架金具等で反射してパンタグラフに入射することによる接触力変動があり、実際にはこれらが混在している⁶⁾。そこで本論文では、張力の作用する無限長梁モデルを用いて、移動変動加振力によるトロリ線ひずみと接触力との関係を、またトロリ線の入射波動によるトロリ線ひずみと接触力との関係をそれぞれ解析的に求め、これらの特性を考慮してトロリ線ひずみの推定方法を提案する。

2. 解析モデルによるトロリ線のひずみ応答解析

2.1 移動変動加振力によるトロリ線ひずみ

図1に示すように、トロリ線を張力の作用する無限長梁と仮定し、変動加振力 F が速度 v で移動している場合を考える。

このとき、トロリ線の波動方程式は式(1)で表される。ただし ρ , T , EI は、それぞれトロリ線の線密度、張力、曲げ剛性で、 $\delta(x)$ はデルタ関数である。

* 電力技術研究部

** 電力技術研究部（電車線構造）（現 ㈱ジェイアール総研電気システム）

*** 電力技術研究部（電車線構造）（現 東日本旅客鉄道㈱）

特集：電力技術



図1 解析モデル（移動変動加振力）

$$\rho \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - T \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} + EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} = F \cdot \delta(x-vt) \quad (1)$$

この式を、パンタグラフ点を原点とする移動座標系 $\xi = x - vt$ に変換すると

$$\rho \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - 2\rho v T \frac{\partial^2 y}{\partial t \partial \xi} - (T - \rho v^2) \frac{\partial^2 y}{\partial \xi^2} + EI \frac{\partial^4 y}{\partial \xi^4} = F \cdot \delta(\xi) \quad (2)$$

となる。ここで ω を振動角周波数、加振力を式(3)で表し、特解を式(4)と仮定して式(2)に代入すると、式(5)の特性方程式を得る。

$$F = f \exp(i\omega t) \quad (3)$$

$$y = A \exp(\lambda \xi) \cdot \exp(i\omega t) \quad (4)$$

$$\lambda^4 - \frac{T - \rho v^2}{EI} \lambda^2 - i \frac{2\rho v \omega}{EI} \lambda - \frac{\rho \omega^2}{EI} = 0 \quad (5)$$

式(5)の根のうち、無限遠での変位と波動成分の存在を前提に、 λ_1 を実数部が正の複素数、 λ_3 を実数部が負の複素数、 λ_2 を虚部が正の純虚数、 λ_4 を虚部が負の純虚数とすれば、パンタグラフ前後のトロリ線変位は

$$\begin{aligned} y_1 &= \{A_1 \exp(\lambda_1 \xi) + A_2 \exp(\lambda_2 \xi)\} \exp(i\omega t) \quad (\xi < 0) \\ y_2 &= \{A_3 \exp(\lambda_3 \xi) + A_4 \exp(\lambda_4 \xi)\} \exp(i\omega t) \quad (\xi \geq 0) \end{aligned} \quad (6)$$

と表すことができる。 $A_1 \sim A_4$ の各係数は、パンタグラフ点における境界条件からそれぞれ求めることができる。

以上の手順により、移動変動加振力が作用する点のトロリ線の応力 σ は、式(7)で求められる。ただし、 M 、 Z はそれぞれトロリ線に作用する曲げモーメント、断面係数である。

$$\begin{aligned} \sigma &= \frac{M}{Z} = -\frac{EI}{Z} \frac{\partial^2 y_2}{\partial \xi^2} \Big|_{\xi=0} \\ &= \frac{F}{Z} \cdot \frac{-\lambda_1 \lambda_2 (\lambda_3 + \lambda_4) + \lambda_3 \lambda_4 (\lambda_1 + \lambda_2)}{(\lambda_1 - \lambda_3)(\lambda_1 - \lambda_4)(\lambda_2 - \lambda_3)(\lambda_2 - \lambda_4)} \end{aligned} \quad (7)$$

よって、トロリ線の応力と接触力との比は

$$\frac{\sigma}{F} = \frac{1}{Z} \cdot \frac{-\lambda_1 \lambda_2 (\lambda_3 + \lambda_4) + \lambda_3 \lambda_4 (\lambda_1 + \lambda_2)}{(\lambda_1 - \lambda_3)(\lambda_1 - \lambda_4)(\lambda_2 - \lambda_3)(\lambda_2 - \lambda_4)} \quad (8)$$

となる。また上式を、トロリ線中立軸から表面までの距離 r を用いてトロリ線ひずみと接触力との比で表現すると、次式となる。

$$\frac{\varepsilon}{F} = \frac{r}{EI} \cdot \frac{-\lambda_1 \lambda_2 (\lambda_3 + \lambda_4) + \lambda_3 \lambda_4 (\lambda_1 + \lambda_2)}{(\lambda_1 - \lambda_3)(\lambda_1 - \lambda_4)(\lambda_2 - \lambda_3)(\lambda_2 - \lambda_4)} \quad (9)$$

トロリ線に凹凸がある場合にパンタグラフが走行することによって励起される波動は、接触力が作用することによるものであるから、本章における解析に含まれると考えて良い。したがってこの場合のトロリ線ひずみと接触力との関係も式(9)で表される。

加振力の角周波数 $\omega \rightarrow 0$ の極限を考えると、式(8)は

$$\frac{\sigma}{F} \rightarrow \frac{1}{2Z} \sqrt{\frac{EI}{T}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}, \quad \beta = \frac{v}{c}, \quad c = \sqrt{\frac{T}{\rho}} \quad (10)$$

となり、弾性支床梁上を一定力が走行した場合と同じ結果⁴⁾となる。

2.2 入射波動によるトロリ線ひずみ

次に、もう一つの接触力変動要因、すなわちパンタグラフに任意のトロリ線波動が入射した場合のトロリ線ひずみと接触力との関係について解析を行う。

図2に示すように、トロリ線を張力の作用した無限長梁と仮定し、機械インピーダンス Z_p を有するパンタグラフが速度 v で走行する。パンタグラフ前方から入射する波動が接触力変動に与える影響は、走行速度がトロリ線の波動伝播速度に近い状況においては、後方から入射する場合に比べて相対的に大きいので⁶⁾、ここではパンタグラフ進行方向前方から波動が入射する場合を考える。

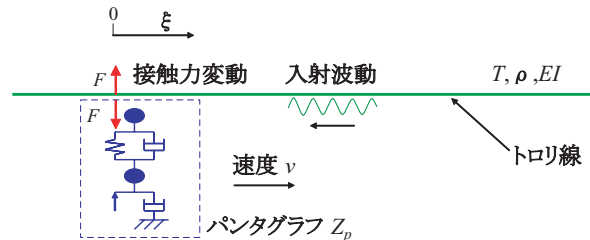


図2 解析モデル（トロリ線の入射波動）

波動方程式と特性方程式は、前出の式(2)、式(5)と同じである。式(5)の根のうち、 $\lambda_1 \sim \lambda_4$ の条件は前章と同じとし、パンタグラフ前後の変位を、入射波動に相当する項を追加して式(11)で表す。なおパンタグラフ進行方向前方から入射する波動と、パンタグラフ後方へ透過する波動の波数は同じはずであるから、入射波動の波数を λ_2 としている。

$$\begin{aligned} y_1 &= \{A_1 \exp(\lambda_1 \xi) + A_2 \exp(\lambda_2 \xi)\} \exp(i\omega t) \quad (\xi < 0) \\ y_2 &= \{A_3 \exp(\lambda_3 \xi) + A_4 \exp(\lambda_4 \xi) + B_2 \exp(\lambda_2 \xi)\} \exp(i\omega t) \quad (\xi \geq 0) \end{aligned} \quad (11)$$

$A_1 \sim A_4$ の各係数は、パンタグラフ点における境界条件及び B_2 からそれぞれ求めることができる。

以上の手順により、パンタグラフ点におけるトロリ線の応力 σ は、次式で表される。

$$\sigma = -\frac{EI}{Z} \cdot \frac{(\lambda_1 + \lambda_2)}{(\lambda_1 - \lambda_3)(\lambda_1 - \lambda_4)} \cdot \frac{i\omega Z_p}{EI} + \lambda_2^2 B_2 \exp(i\omega t) \quad (12)$$

ただし、 k_1, k_2 は次のとおりである。

$$k_1 = \frac{1}{(\lambda_1 - \lambda_2)(\lambda_1 - \lambda_3)(\lambda_1 - \lambda_4)} \frac{i\omega Z_p}{EI}$$

$$k_2 = \frac{-1}{(\lambda_1 - \lambda_2)(\lambda_2 - \lambda_3)(\lambda_2 - \lambda_4)} \frac{i\omega Z_p}{EI}$$

一方、接触力は

$$F = -i\omega Z_p \cdot \frac{dy_2}{dt} \Big|_{\xi=0}$$

$$= -i\omega Z_p \frac{1}{1 - k_1 - k_2} B_2 \exp(i\omega t) \quad (13)$$

であるので、トロリ線応力と接触力との比は式(14)で、またトロリ線ひずみと接触力との比は式(15)で表される。

$$\frac{\sigma}{F} = \frac{1}{Z} \left\{ \frac{(\lambda_1 + \lambda_2)}{(\lambda_1 - \lambda_3)(\lambda_1 - \lambda_4)} + \frac{EI}{i\omega Z_p} \lambda_2^2 \right\} \quad (14)$$

$$\frac{\varepsilon}{F} = \frac{r}{EI} \left\{ \frac{(\lambda_1 + \lambda_2)}{(\lambda_1 - \lambda_3)(\lambda_1 - \lambda_4)} + \frac{EI}{i\omega Z_p} \lambda_2^2 \right\} \quad (15)$$

上式は、トロリ線ひずみと接触力との関係にパンタグラフの機械インピーダンスが影響していることを示している。パンタグラフの機械インピーダンスが小さい場合には、{ }内第2項による成分が相対的に大きくなる。これは波動が透過しやすくなるため、接触力変動が相対的に小さくなるとともに、透過する波動自体のひずみが存在するためにこの比が大きくなるためと理解できる。

3. トロリ線ひずみと接触力との比

トロリ線ひずみと接触力との比は、接触力変動の形態により式(9)または式(15)で表される。ここでは、上記2式の特徴を概観する。

ヘビーコンパウンド架線のトロリ線 (GT170mm², 張力 14.7kN) を想定し、まず図3に、式(9)に基づいたトロリ線ひずみの接触力に対する比の周波数特性 (絶対値及び位相) を示す。なお、凡例中の () 内の数字は、トロリ線を弦と仮定した場合の波動伝播速度に対する走行速度の比 (以下、 β とする) を表す。周波数0Hz付近のひずみ/接触力比の絶対値は、弾性支床上梁モデルによる値⁴⁾に一致し、走行速度が高いほど (β が高いほど) 大きくなる。一方、高周波ほど絶対値は小さくなる傾向があり、例えば $\beta=0.7$ の場合、周波数0Hz付近では約 $2.6 \times 10^{-6}/N$ であるのに対して、100Hzでは約 $1.2 \times 10^{-6}/N$ と2倍以上の差が見られる。

一方、トロリ線波動が入射する場合のトロリ線ひずみと接触力との関係については、簡単のためパンタグラフを質量 M_p の1質点モデルと考えると、式(15)は、

$$\frac{\varepsilon}{F} = \frac{r}{EI} \left\{ \frac{(\lambda_1 + \lambda_2)}{(\lambda_1 - \lambda_3)(\lambda_1 - \lambda_4)} - \frac{EI}{M_p \omega^2} \lambda_2^2 \right\} \quad (16)$$

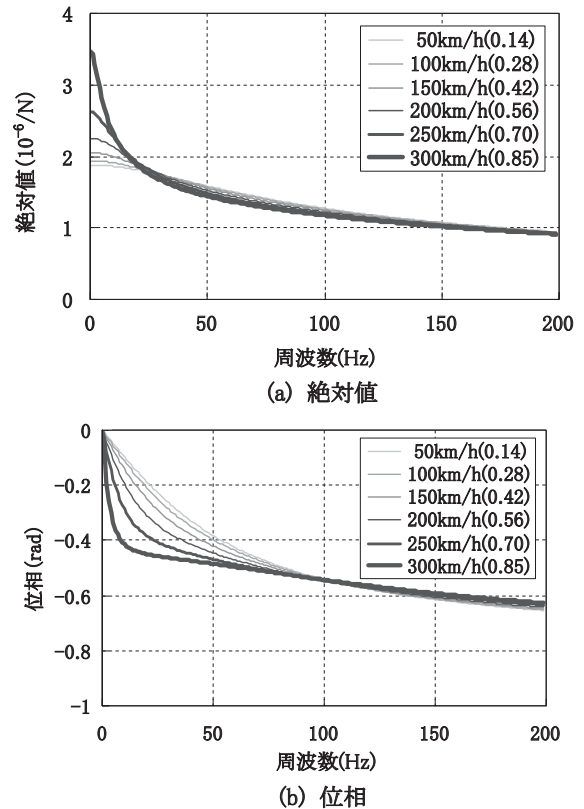


図3 ひずみ/接触力比の周波数特性 (移動変動加振力による)

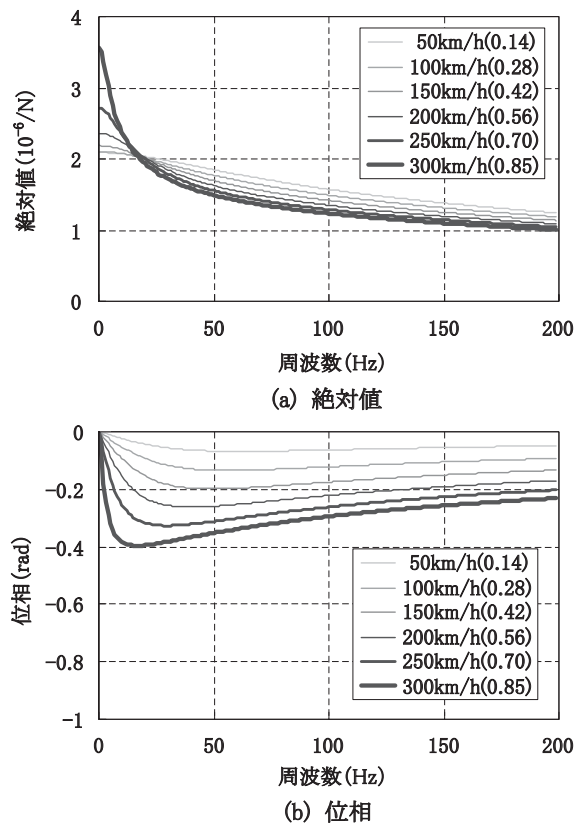


図4 ひずみ/接触力比の周波数特性 (トロリ線入射波動による)

特集：電力技術

となる。図4に、式(16)によるトロリ線ひずみの接触力に対する比の周波数特性を示す。トロリ線の条件は、図3と同じである。パンタグラフについては $M_p=3\text{kg}$ の場合を例示した。

4. 接触力からトロリ線ひずみを推定する方法

実際の接触力変動をトロリ線凹凸による寄与と入射波動による寄与を予め解析的に示すことはできないので、ここでは接触力からトロリ線ひずみを推定するための近似式を求める。

移動変動加振力が作用した場合の式(9)を変形すると、次式のようになる。

$$\frac{\varepsilon}{F} = \frac{r}{EI} \left\{ \frac{(\lambda_1 + \lambda_2)}{(\lambda_1 - \lambda_3)(\lambda_1 - \lambda_4)} + \frac{\lambda_2^2(-\lambda_1 - \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4)}{(\lambda_1 - \lambda_3)(\lambda_1 - \lambda_4)(\lambda_2 - \lambda_3)(\lambda_2 - \lambda_4)} \right\} \quad (17)$$

上式 {} 内第2項について見ると、 λ_2 はパンタグラフ後方に伝播する波動の波数で、走行速度がトロリ線の波動伝播速度に近いほど λ_2 は小さくなり、分子に λ_2^2 の2次の項があるため0に近づくことが想像できる。また、式(15){}内第2項について見ると、パンタグラフの機械インピーダンスが大きくなると0に近づく傾向がある。そこで、本論文では式(15)の第1項のみの式(式(17)の第1項と同じ)

$$\frac{\varepsilon}{F} = \frac{r}{EI} \cdot \frac{(\lambda_1 + \lambda_2)}{(\lambda_1 - \lambda_3)(\lambda_1 - \lambda_4)} \quad (18)$$

により、接触力からトロリ線ひずみを推定する方法を提案する。図5に、ヘビーコンパウンド架線のトロリ線で250km/h走行 ($\beta=0.7$) を例に、上式の提案推定式のひずみ/接触力の周波数特性(絶対値)を、式(9)及び(15) ($M_p=3$ 及び5kg)と比較して示す。この場合、提案推定式は式(9)及び(15)の中間的な特性を示し、良い近似を与えることが分かる。

さらに、架線・パンタグラフ系の運動シミュレーション法を用いて、本推定法の精度を検証する。この方法は、現車走行試験におけるトロリ線ひずみ測定結果と良く合致していることが確認されている²⁾。図6に、実際のトロリ線凹凸測定データを基に、あるパンタグラフ条件で

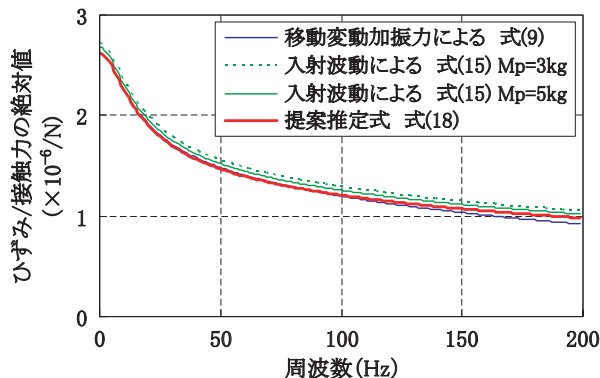


図5 提案推定式の周波数特性例(ゲイン)

300km/hで走行した際のトロリ線ひずみのシミュレーション結果と、同時に算出された接触力から本方法により推定したトロリ線ひずみの推定例を示す。本章では、シミュレーション結果を真値とみなす。また本手法の他に弾性支床梁モデルによる従来法⁴⁾での推定例も合わせて示す。なお、接触力およびトロリ線ひずみについては、シミュレーション結果に対して100Hzのローパスフィルターを通した上で推定している。

この結果から、本手法は、従来法に比べてシミュレーション結果により近いことが分かる。表1に、トロリ線ひずみ著大値が観測される図中の番号において、その最大値を比較して示す。

最も大きい①においては、シミュレーション結果(真値)の 500×10^{-6} 弱のひずみに対して、従来の弾性支床梁モデルによる推定では 700×10^{-6} 程度の比較的大きな値が推定されるのに対して、本手法では 500×10^{-6} 程度の値が算出されており、従来法より正確な推定ができていくことが分かる。またその他の箇所についても、最大値の推定誤差は概ね15%程度以下に収まっている。

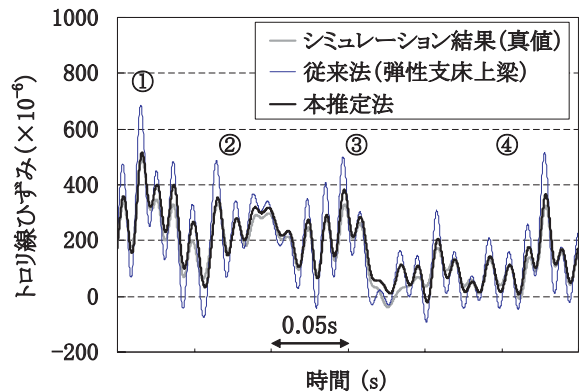


図6 トロリ線ひずみ推定の従来法との比較

表1 トロリ線ひずみ著大値の比較例

位置	①	②	③	④
真値※	497	333	330	327
従来法	685	486	501	514
本手法	517	353	383	365

※シミュレーション結果を真値とみなす。 単位: 10^{-6}

5. 集電試験装置による走行実験

5.1 実験概要

本推定法の妥当性を検証するため、鉄道総研内の集電試験装置に実架線を架設し、接触力測定装置を組み込んだパンタグラフを用いて走行実験を行った。架線はヘビーコンパウンド架線としたが、トロリ線はPHC110mm²、張力は19.6kNとした。図7に、架線の構成とセンサ配置を示す。ひずみゲージの取り付け箇所は

ハンガ中間、ハンガ点および支持点の計8箇所のトロリ線小弧面とした。また走行速度は160km/h, 180km/h, 200km/hとした。なお、発生するひずみを大きくして観測しやすくするため、パンタグラフの静押上力は80Nとした。なお本試験でのパンタグラフの接触力測定可能周波数は40Hz以下である。

5.2 実験結果

図8に、測定波形の一例を示す。図中の「推定ひずみ」は、式(18)の関係を用いて推定したものである。図9に、実測ひずみの最大値と当該位置の推定ひずみとの関係を、代表4箇所の測定点での例を示す。図中の直線は両者が一致する場合を示すが、(a) および (b) では比較的近い傾向が見られる。一方、(c) ではばらつきが大きく、また (d) では両者に強い相関は見られるものの、その傾向は明らかに異なっている。

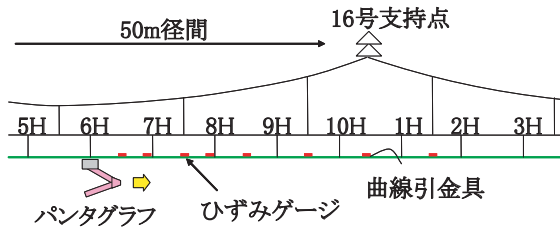


図7 センサ配置図

5.3 考察

最初に、図6の (d) に示したハンガ点における特性について考察する。解析モデルでは、トロリ線には接触力以外の外力が作用しないと仮定しているが、実際のハンガ点におけるトロリ線にはハンガ軸力が作用しており、これがパンタグラフ通過に伴い変動する。一般的にはトロリ線の押し上がりによりハンガ軸力が減少するので、トロリ線にはパンタグラフの接触力からハンガ軸力減少分を差し引いた力が実際に作用することになる。このため、接触力のみから推定する本手法では、ハンガ点においてトロリ線ひずみを過大に推定するものと考えられる

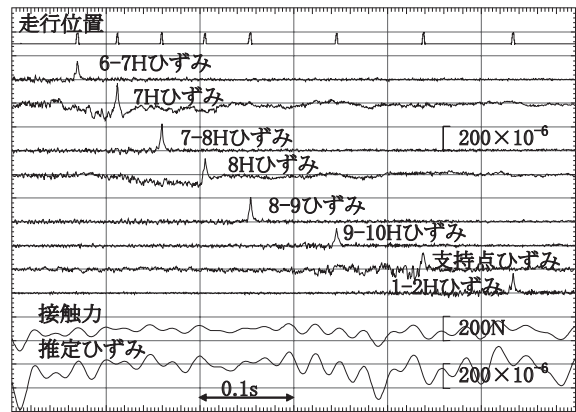
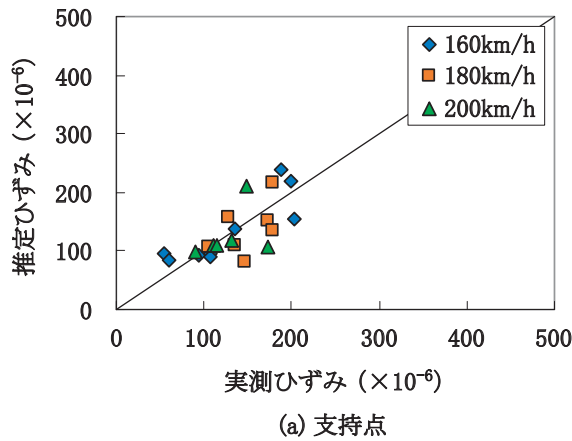
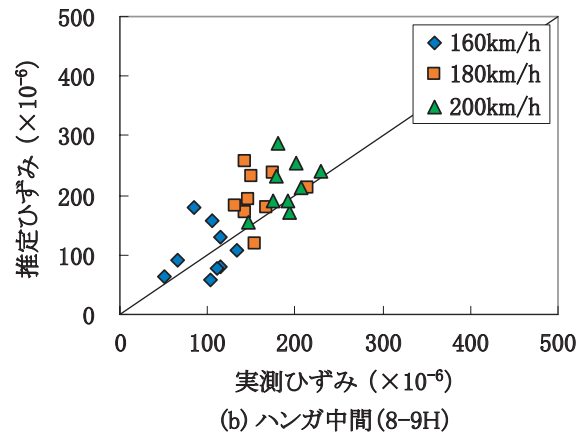


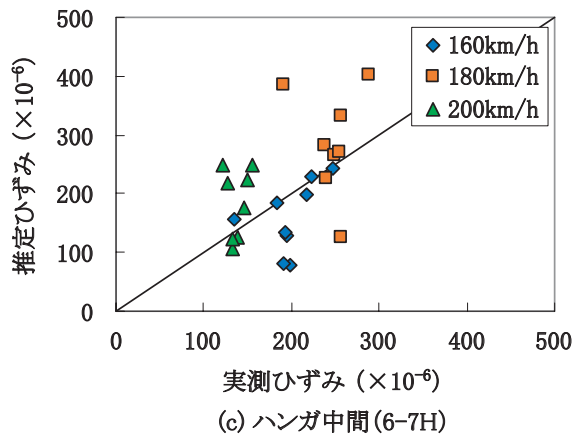
図8 測定波形の一例 (速度200km/h 走行)



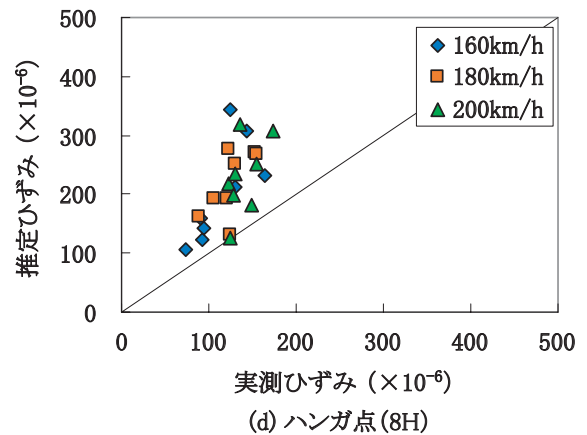
(a) 支持点



(b) ハンガ中間(8-9H)



(c) ハンガ中間(6-7H)



(d) ハンガ点(8H)

図9 実測ひずみと推定ひずみとの関係

特集：電力技術

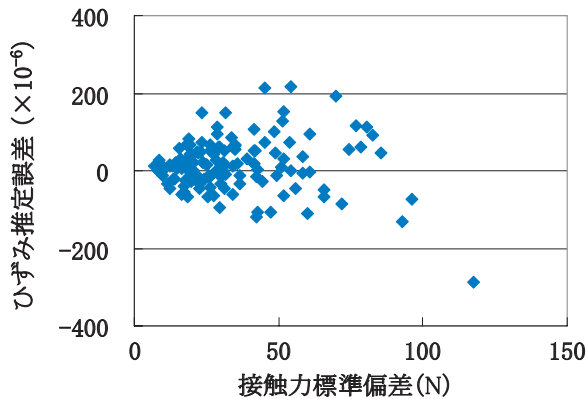


図10 測定点近傍の接触力標準偏差と推定誤差

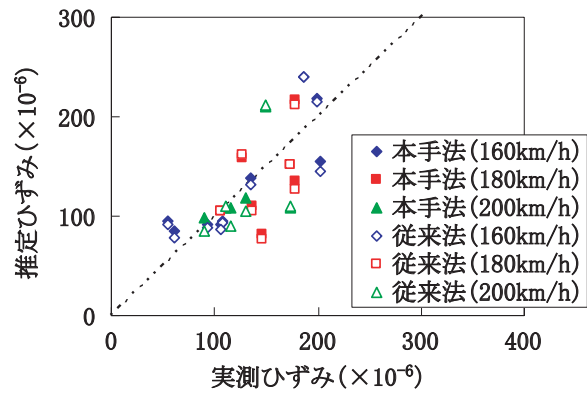


図11 従来法との推定精度比較

7)。ただし、これまでの実測や解析においてはハンガ点ではトロリ線ひずみに著大値が発生する傾向は比較的少なく⁸⁾、また過大推定は安全側であることから、実用上大きな支障にはならないと考えている。

次に、ばらつきの要因について考察する。図10に、ハンガ点を除く各測定点の前後1.25mの範囲の接触力標準偏差とひずみ推定誤差の関係を示す。図より、接触力標準偏差が大きな箇所ほど推定誤差も大きくなっていることがわかる。本実験では接触力測定周波数は40Hz以下であり、実際にはこれよりも高周波の接触力変動が存在しているはずである。したがって、接触力変動の大きな箇所ほど発生し得る測定誤差の幅も大きくなりやすいことが予想される。このような誤差を低減するためには接触力の測定周波数を向上させることが必要である。

最後に、従来の弾性支床上梁モデルとの推定精度の違いについて考察する。図11に、一例として支持点における測定結果について、本手法により推定したひずみと、従来の弾性支床上梁モデルで推定したひずみを比較して示すが、両者の違いは大きくても 20×10^{-6} 程度である。本実験条件に基づいて式(18)から求めたひずみ/接触力の絶対値は、速度200km/h、周波数40Hzとすれば $2.04 \times 10^{-6}/N$ である。一方、従来の弾性支床上梁モデルでは周波数0Hzに相当するのでひずみ/接触力の絶対値は $2.15 \times 10^{-6}/N$ となり、両者の間には5%程度しか差が生じないことになる。したがって、本手法と弾性支床上梁モデルとの間に顕著な差が見られないのは、走行速度が最高でも200km/h ($\beta=0.38$) と低く、また接触力の測定周波数が40Hzと低かったためであると考えられる。走行速度および接触力測定周波数がより高くなれば、弾性支床上梁モデルに対する優位性が認められるものと期待される。

6. 結論

本論文では、接触力の実測値からパンタグラフ点におけるトロリ線ひずみを推定する方法を提案し、走行実験

により検証を行った。主な結果は、以下のとおりである。

- (1) 接触力変動の形態に応じたトロリ線ひずみと接触力との理論関係式を導出し、接触力からトロリ線ひずみを近似的に推定する手法を提案した。
- (2) 架線・パンタグラフ系の運動シミュレーション結果に対して本手法を適用した結果、従来の弾性支床上梁モデルより正確に推定できること、また著大値発生箇所における推定誤差も概ね15%以下に収まっていることを確認した。
- (3) 集電試験装置による走行実験の結果、ばらつきはあるものの実測ひずみと推定ひずみはおおむね合致することを確認した。推定誤差の要因として、ハンガ点でのハンガ軸力変動によるもの、接触力の測定周波数によるものが考えられる。

文献

- 1) 池田国夫：営業車両を用いた300km/h超過域試験における集電性能，JREA，Vol.47，No.11，pp.30431-30433，2004
- 2) 網干光雄：動特性計算による架空電車線凹凸の評価法，電気学会論文誌D編，Vol.126，No.7，pp.983-988，2006
- 3) 池田 充：架線・パンタグラフ間の接触力測定手法に関する研究(第1報)，日本機械学会論文誌C編，Vol.70，No.674，pp.92-99，2004
- 4) 鉄道総研：電車線とパンタグラフの特性，研友社，pp.58，1993
- 5) 久須美俊一，福谷隆宏，岩井中篤史：接触力によるトロリ線ひずみ推定の検討，電気学会学産業応用部門大会，pp.Ⅲ 239-242，2004
- 6) 網干光雄：トロリ線波動の低減による集電系の動的性能改善性能に関する研究，鉄道総研報告，特別第26号，1999
- 7) 久須美俊一，網干光雄，倉岡拓也：パンタグラフ接触力によるトロリ線ひずみ推定手法の精度検証，電気学会産業応用部門大会，pp.Ⅲ 149-152，2009
- 8) 網干光雄，常本瑞樹：高速走行時のトロリ線ひずみ評価に関する考察，JRAIL-2009，2009