

粘弾性ダンパによる電車線柱の振動抑制手法

網干 光雄* 常本 瑞樹**

Vibration Suppression Method of Electric Railway Pole with Viscoelastic Damper

Mitsuo ABOSHI Mizuki TSUNEMOTO

A damping device for an electric railway pole has been invented in order to reduce the degree of vibration of overhead contact lines caused by an earthquake or a passing train. The authors conducted theoretical analyses of pole response equipped with the damping device and the vibration test of a real scale pole. The damping device is a sandwich structure consisting of several steel plates and viscoelastic bodies, which has a damping effect even for minute displacement. It has been confirmed that the analytical result is almost identical to the result of vibration test in case of a steel-pipe pole, and in the vibration test the damping device increases the loss factor ten-fold higher compared to that of the simple steel-pipe pole. In the vibration test of a concrete pole, the damping device reduces the maximum bending moment approximately one half of that of the simple concrete pole.

キーワード：電車線柱，粘弾性体，制振器，減衰，加振試験，損失係数

1. はじめに

電気鉄道の架線を支持する電車線柱（以下、「電柱」と略す）は、地震時において曲げ振動が発生し、特に鉄道高架橋と電柱の固有振動数が一致する場合に共振現象により倒壊する恐れがある¹⁾。また地震時に高架橋と電柱・架線の各固有振動数が一致したため過大な架線振動が励起され、走行中のパンタグラフの割り込みと架線断線事故が発生した例²⁾や、地震時以外においても、列車通過時の電柱振動により架線に過大な振動が発生し、架線金具の疲労破損等に至る例もある³⁾。

そこで電柱の耐震性能向上及び架線の振動抑制を目的に、電柱に減衰機能を付加して共振周波数付近での振動を抑制する手法を考案した。検討にあたっては、鉄道現場の施工性、保全性等を考慮して、現用の電柱に減衰を付加する方法で、電柱単独で施工できることを前提とした。また、軽量であり施工性に優れていること、微細な調整を要しないこと、安価で耐候性に優れていることなども考慮した。そこで、微小変位でも減衰効果を得やすい粘弾性体を用いて、これを鋼板で挟んで積層した構造にして電柱下部に取り付ける方法とした。

本論文では、梁モデルによる電柱制振特性を解析するとともに、粘弾性ダンパ（以下、「制振器」という）を試作して実スケール電柱を用いた実装加振試験を行ってその効果を確認した結果について報告する。

2. 梁モデルによる応答解析

2.1 運動方程式

ここでは、電柱を片端固定の梁として考える。梁の線密度、曲げ剛性をそれぞれ ρ, EI とすれば、梁の運動方程式は式(1)で表される。ここで、 x, y, t はそれぞれ梁軸方向の距離、梁の変位、時間である。

$$\rho \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} = 0 \quad (1)$$

この解を $y = A \exp(i\omega t + kx)$ とおいて、式(1)に代入すると、

$$-\rho\omega^2 + EI k^4 = 0 \quad (2)$$

の特性方程式が得られる。ここで、 ω, k, i はそれぞれ角周波数、波数、虚数単位で、

$$k_1 = \alpha, k_2 = -\alpha, k_3 = i\alpha, k_4 = -i\alpha$$

$$\alpha = \left(\frac{\rho}{EI} \right)^{1/4} \omega^{1/2} \quad (3)$$

とすれば、梁のたわみの一般解は次式で表される。

$$y = \left(\sum_{n=1}^4 A_n \exp k_n x \right) \exp i\omega t \quad (4)$$

図1に示すように、電柱の長さを L 、地際からの高さ H に長さ S の腕金を直角に出し、地際との間に制振器を挿入する。制振器は、粘弾性体自体の減衰係数 D_V （速度比例型の粘性減衰）と剛性 K_V が並列に接続され、さらに鋼板および電柱バンド（腕金含む）の縦剛性 K_S が直列に配置されるものとしてモデル化する。

* 電力技術研究部

** 電力技術研究部（電車線構造）

特集：電力技術

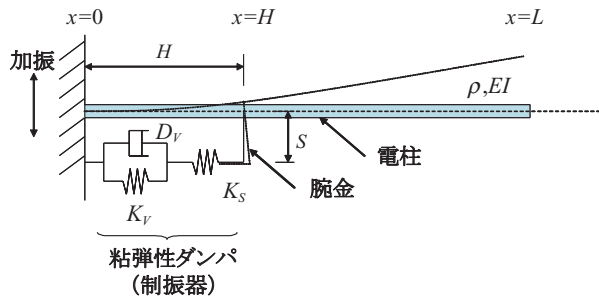


図1 電柱及び制振器の解析モデル

$x=0$ (地際) において、 $y=A_0 \exp i\omega t$ の強制変位を与えたとき、電柱の変位 y_a, y_b を式 (5) で表す。

$$y_a = \left(\sum_{n=1}^4 A_{an} \exp k_n x \right) \exp i\omega t \quad (0 \leq x \leq H)$$

$$y_b = \left(\sum_{n=1}^4 A_{bn} \exp k_n x \right) \exp i\omega t \quad (H < x \leq L) \quad (5)$$

このとき、(1) $x=0$ における変位が強制変位と一致、(2) $x=0$ において傾斜が 0 ($\partial y / \partial x = 0$)、(3) $x=L$ においてモーメントが 0 ($\partial^2 y / \partial x^2 = 0$)、(4) $x=L$ においてせん断力が 0 ($\partial^3 y / \partial x^3 = 0$)、(5) $x=H$ において変位が連続、(6) $x=H$ において傾斜が連続、(7) $x=H$ においてせん断力が連続という境界条件が成り立つ。さらに (8) $x=H$ において、制振器の作用力によるモーメント $M \exp i\omega t$ が加わるが、制振器の機械インピーダンスを Z とすれば

$$M \exp i\omega t = S \cdot \left[-Z \cdot \frac{d}{dt} \left\{ \frac{\partial y}{\partial x} \Big|_{x=H} \cdot S \right\} \right]$$

$$= -S^2 \cdot Z \cdot i\omega \left(\sum_{n=1}^4 k_n A_{an} \exp k_n H \right) \exp i\omega t$$

であるから、

$$M = -S^2 Z \cdot i\omega \left(\sum_{n=1}^4 k_n A_{an} \exp k_n H \right) \quad (6)$$

である。ただし、

$$Z = \frac{\frac{K_S}{i\omega} \left(D_V + \frac{K_V}{i\omega} \right)}{D_V + \frac{(K_V + K_S)}{i\omega}} = \frac{K_S (K_V + i\omega D_V)}{i\omega \{ (K_V + K_S) + i\omega D_V \}} \quad (7)$$

である。

以上の境界条件を表す 8 元連立 1 次方程式を解くことにより式 (5) の各係数 $A_{a1} \sim A_{a4}, A_{b1} \sim A_{b4}$ を代数的に求めることができるが、これらの係数を数式で表現すると複雑であるので、ここでは数値計算により求める。

2.2 応答倍率等

地際加振時における電柱先端変位の応答倍率 (地際単位加振振幅あたりの電柱先端振幅) は、

$$\beta_1 = \frac{\sum_{n=1}^4 A_{bn} \exp k_n L}{A_0} \quad (8)$$

で表される。また、電柱地際曲げモーメントは、

$$-EI \frac{\partial^2 y_a}{\partial x^2} \Big|_{x=0}$$

であるから、地際曲げモーメントの応答倍率 (地際単位加振振幅あたりの地際曲げモーメント振幅) は、

$$\beta_2 = \frac{-EI \left(\sum_{n=1}^4 k_n^2 A_{an} \right)}{A_0} \quad (9)$$

で表される。

図 2 に、電柱の例として、鋼管柱 ($\phi 355.6\text{mm}$, 厚さ 6.4mm , 地際上長さ $L=9\text{m}$, $\rho=55.1\text{kg/m}$, $EI=2.25 \times 10^7 \text{Nm}^2$) を想定し、制振器の取付高さ $H=1.5\text{m}$, 腕金長さ $S=0.2\text{m}$ の条件において、制振器の減衰係数を変化させた場合の先端応答倍率を比較して示す。ただし、簡単のため $K_V=0, K_S=\infty$ としている。また電柱自体の減衰については、その縦弾性係数を $E(1+i\eta)$ として複素数で表現する。 η は損失係数で、1/2スケールモデルでの実験結果⁴⁾ から 0.004 としている。

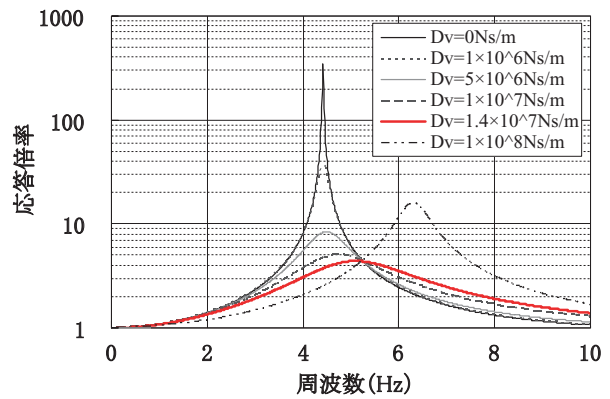


図2 電柱先端変位の応答倍率例

この場合、4.4Hz 付近に共振周波数があるが、これは

$$f = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{1.875}{L} \right)^2 \left(\frac{EI}{\rho} \right)^{1/2} \quad (10)$$

で表わされる片端固定の梁の 1 次固有振動数に相当する。制振器の減衰係数 D_V を増大させていくと共振周波数付近の応答倍率は低下するが、ある限度を超えると共振周波数が高周波側へ遷移し応答倍率が増加する。このときの遷移した共振周波数は、制振器取付高さより先端側の部分のみの固有振動数、すなわちこの場合、式 (10) において $L=7.5\text{m}$ とした場合の固有振動数 6.4Hz に一致する。これは制振器取付高さ位置の変位が、制振器によってほ

ば完全に拘束されるためと考えられる。したがってこの制振器には最適減衰値が存在することがわかる。

2.3 最適減衰

制振器の最適減衰値を得るには、式(8)を使って求めればよいが、見通しの良い式で表わすことは困難である。そこで以下に示すように、簡易なモデルを用いて近似的に求めることとする。

ここでは最も周波数の低い1次モードのみに着目して、図3に示すように、先端加振の応答モデルで代用し、さらに制振器の減衰要素のみを考慮する ($K_V=0, K_S=\infty$)。ここで、先端 ($x=L$) において加振力 $P \exp i\omega t$ 、また制振器取付点 ($x=H$) においてモーメント $M \exp i\omega t$ が作用すると考える。

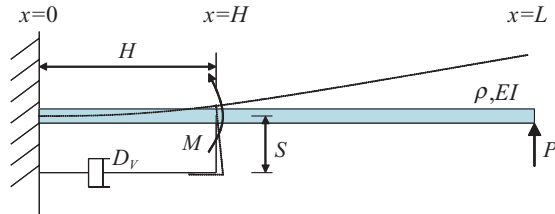


図3 最適減衰導出のための解析モデル

加振角周波数 ω が片端固定の1次固有振動数より十分低い場合は、各部のたわみ変位は静的たわみ変位とほぼ同じと考えられるから、各部のたわみ曲線は

$$\begin{aligned} EI \frac{\partial^2 y_a}{\partial x^2} &= \{-M + P(L-x)\} \exp i\omega t \quad (0 \leq x \leq H) \\ EI \frac{\partial^2 y_b}{\partial x^2} &= P(L-x) \exp i\omega t \quad (H < x \leq L) \end{aligned} \quad (11)$$

で近似的に表現できる。これを $x=0$ 及び $x=H$ における境界条件を用いてこれを積分すると、各部のたわみ変位として次式が得られる。

$$\begin{aligned} y_a &= \frac{3Mx^2 + 3PLx^2 - Px^3}{6EI} \exp i\omega t \quad (0 \leq x \leq H) \\ y_b &= \frac{3PLx^2 - Px^3 + 6MHx - 3MH^2}{6EI} \exp i\omega t \quad (H < x \leq L) \end{aligned} \quad (12)$$

一方、制振器の作用力によるモーメントは、

$$\begin{aligned} M \exp i\omega t &= -D_v \frac{d}{dt} \left(\frac{dy_a}{dx} \Big|_{x=H} \cdot S \right) \\ &= -i\omega D_v \frac{HS^2}{2EI} (2M + 2PL - PH) \exp i\omega t \end{aligned}$$

であるから、これを M について整理すると、

$$M = - \frac{i\omega D_v \frac{HS^2}{EI} P \left(L - \frac{H}{2} \right)}{1 + i\omega D_v \frac{HS^2}{EI}} \quad (13)$$

となる。式(12)にこれを代入して、 $\gamma=H/L$ とすれば、先

端の変位は、

$$\begin{aligned} y_b \Big|_{x=L} &= \frac{PL^3}{3EI} \left(1 - \frac{i\alpha\beta}{1+i\alpha} \right) \exp i\omega t \\ \text{ただし、} \alpha &= \omega D_v \frac{HS^2}{EI}, \quad \beta = 3\gamma \left(1 - \frac{\gamma}{2} \right)^2 \end{aligned} \quad (14)$$

で表すことができる。上式()内第1項に相当する変位は、制振器がない場合の先端作用力 P によるものに相当し、同第2項は制振器を取り付けることによる応答変位分に相当する。この式は固有振動数より十分低い場合の変位であるが、固有振動数付近においてもたわみ曲線の形状がこれとほぼ同様だと仮定する。

また式(14)から、先端作用力 P に対する先端変位 y_b の位相角 θ は、

$$\tan \theta = - \frac{\alpha\beta}{1 + \alpha^2(1-\beta)} \quad (15)$$

で表され、系全体の減衰性能を示す指標と考えることができる。制振器の減衰係数 $D_v=0, \infty$ ($\alpha=0, \infty$) においては上記位相角は0となり、制振器取り付けによる効果はない。一方、最適減衰の状態では、この位相角の大きさが最も大きくなると考えられるので、 $\partial(\tan\theta)/\partial\alpha=0$ において α を求めると、

$$\alpha = \frac{1}{\sqrt{1-\beta}}$$

となり、これから最適減衰値は

$$D_v = \frac{1}{\omega \frac{HS^2}{EI} \sqrt{1-3\gamma \left(1 - \frac{\gamma}{2} \right)^2}} \quad (16)$$

として表される。

一方、最適減衰状態の固有振動数は、図2を参考にして推論すれば、長さ L の場合の応答倍率曲線と、長さ $L-H$ の場合の応答倍率曲線の交点に相当すると考えられる。そこで、片端固定梁の応答倍率を1質点のばね質点系モデルで置き換えて、それぞれ固有角周波数を ω_1, ω_2 として、次式のように、これらの応答倍率の位相を考慮して負符号を付けて等値とおく⁵⁾。

$$\frac{1}{1 - (\omega/\omega_1)^2} = - \frac{1}{1 - (\omega/\omega_2)^2} \quad (17)$$

これと式(10)を用いて、最適減衰状態の角周波数を

$$\begin{aligned} \omega &= \sqrt{\frac{2}{1/\omega_1^2 + 1/\omega_2^2}} \\ &= \left(\frac{1.875}{L} \right)^2 \sqrt{\frac{EI}{\rho}} \sqrt{\frac{2}{1+(1-\gamma)^4}} \end{aligned} \quad (18)$$

と近似できる。これを式(16)に代入すると、

特集：電力技術

$$D_v = \frac{1}{1.875^2} \cdot \frac{L^2 \sqrt{\rho EI}}{HS^2} \cdot \frac{\sqrt{\frac{1+(1-\gamma)^4}{2}}}{\sqrt{1-3\gamma\left(1-\frac{\gamma}{2}\right)^2}} \quad (19)$$

となる。本検討における制振器の大きさは、電力設備の装柱や工事の実用性を考えて $\gamma=0.1 \sim 0.2$ 程度を想定しているため、式(19)最終項は1.1～1.2程度となる。したがってその中間の値を採用して係数をまとめると、最適減衰値は以下の簡略式で表わすことができる。

$$D_v \cong 0.3 \frac{L^2 \sqrt{\rho EI}}{HS^2}, \text{あるいは} \quad (20)$$

$$\cong 0.3 \frac{L \sqrt{\rho EI}}{\gamma S^2}, \gamma = \frac{H}{L}$$

$\sqrt{\rho EI}$ は、無限長梁の機械インピーダンスに比例する項であるため、制振器の最適減衰値は、電柱の機械インピーダンスならびに長さの二乗に比例し、制振器の長さならびに腕金長さの二乗に反比例することがわかる。

図2中に示した $D_v=1.4 \times 10^7 \text{Ns/m}$ の応答倍率曲線は、当該電柱条件に基づいて式(20)の簡略式から求めた最適減衰値の場合であり、応答倍率の最も小さい最適減衰の状態に近いことがわかる。

3. 制振器の構造と電柱制振特性

図4に、粘弾性体を用いた制振器の構造概要図を示す。制振体は、微小変形でも減衰効果が得られる粘弾性体を鋼板で挟んだ構造とし、この制振体を電柱バンドで電柱に固定する。電柱の曲げ変形が生じた際に制振体が伸縮変形し、粘弾性体がせん断変形することにより減衰効果を得る。

図1の制振器モデルにおいて、制振器両端の速度差を v とすると、減衰要素両端の速度差 v_v は、

$$v_v = \frac{1}{1 + \frac{K_v}{K_s} + D_v \frac{i\omega}{K_s}} v \quad (21)$$

である。効果的な制振特性を得るためには、電柱の曲げ振動に伴う減衰要素両端の速度差ができるだけ大きいことが望ましい。すなわち、粘弾性体の剛性 K_v をできるだけ小さく、鋼板及び電柱バンドの剛性 K_s をできるだけ大きくしておくことが望ましい。

ここでは制振器の特性として、表1に示すような当面の目標値を設定した。粘弾性体の減衰係数及び剛性は、材料及び使用温度で異なる。粘弾性体としては、比較的減衰係数が大きく剛性の小さい特性のアクリル系粘弾性体を選択した。減衰係数については、式(20)から試算した最適減衰値を目標としたが、施工上における実用的な

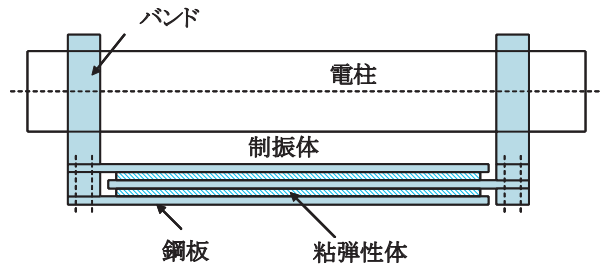


図4 制振器の構造

表1 制振器の設計目標値 (4.4Hz)

温度 (°C)	D_v (Ns/m)	K_v (N/m)	K_s (N/m)
10	1.2×10^7	2×10^8	2×10^8
20	4×10^6	1.2×10^8	
30	2×10^6	6×10^7	

大きさ、重量、構造等を考慮して、これよりも小さい値となっている。

図5～6に、上記特性値を用いた場合の応答倍率の周波数特性を、式(8), (9)から求めた計算結果を示す。この場合の電柱として、鋼管柱 ($\phi 355.6\text{mm}$, 厚さ 6.4mm , 地際上長さ 9m) を対象としている。電柱制振器の長さは $H=1.5\text{m}$ 、電柱バンドの腕金の長さ (電柱中心からの距離) は $S=0.2\text{m}$ とする。粘弾性体の減衰係数、剛性は周波数により変化するが、ここでは一定として計算している。また鋼管柱自体の損失係数は、前出と同様に $\eta=0.004$ とする。

図5は先端応答倍率を示すが、制振器がない場合は最大400倍程度に対して、制振器を取り付けた場合は10～30°Cにおいて最大30～40倍程度とおおむね一定であり、制振器なしに比べてほぼ1/10に減少する。温度10°Cと30°Cとでは粘弾性体の減衰係数に1桁近い差があるにも係わらず、応答倍率はほぼ同程度となっている。これは、温度10°Cにおいて粘弾性体の剛性が増加し、その結果、鋼板および電柱バンドの剛性とほぼ同等となり制振効果が低減されることによるものと考えられる。制振効果の低減は望ましいことではないが、温度差による制振効果の差異が少ないという意味では好都合である。ただし実用化に際しては、屋外での使用環境を考慮して、粘弾性体の材料選択を含めてさらに広い温度範囲での特性を確認しておく必要があると考えている。

図6は地際曲げモーメントの応答倍率を示すが、地際の加振振幅を1mmと仮定すると、制振器がない場合には最大で $3 \times 10^5 \text{Nm}$ (当該鋼管柱の許容モーメントにほぼ相当) であるのに対して、制振器を取り付けた場合には $3 \times 10^4 \text{Nm}$ とほぼ1/10に低減することがわかる。

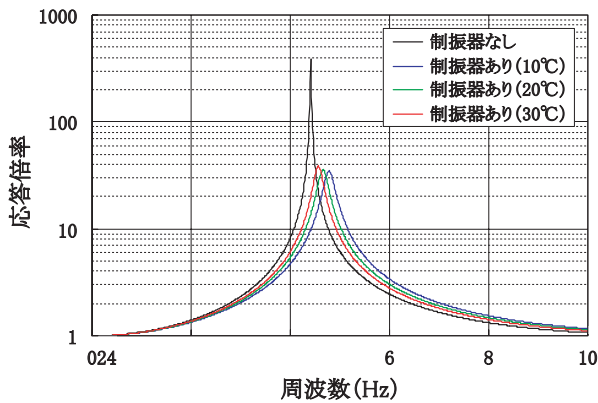


図5 電柱先端変位の応答倍率

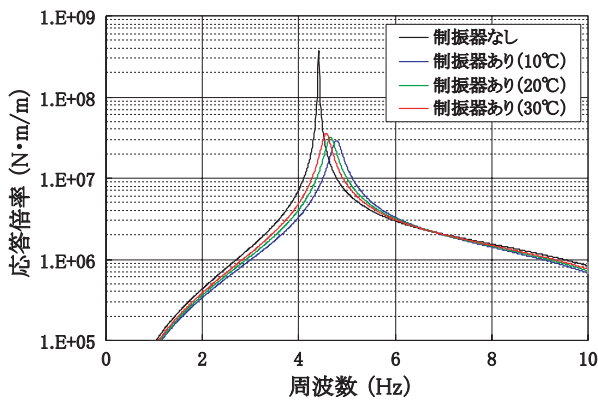


図6 電柱地際曲げモーメントの応答倍率

4. 実スケール電柱での実装加振試験

前章の特性解析に基づいて電柱制振器を試作し、実スケール電柱での実装加振試験を実施した。試験電柱は、鋼管柱(φ355.6mm, 厚さ6.4mm, 地際上長さ9m)とした。制振器は、粘弾性体170×1280×1.6mmを3層、鋼板厚さ4.5mmの4枚構造、全長1.7mの制振体を直交面に各1体、計2体を取り付けた。試験方法は、電柱先端を加振した際の自由振動波形から損失係数を算出して評価した。

図7に試験状況を、図8に電柱先端を加振した後の自由振動加速度波形を示す。また図9に、試験結果から得られた加振方向別の損失係数を比較して示す。なお加振初期変位はいずれも10mm程度である。

損失係数は、制振器のない場合の約0.003に対して、制振器を取り付けた場合は約0.040とおおよそ10倍に増加しており、制振器の制振効果が明瞭である。このことから、地際加振時の先端応答倍率も約1/10に低減するものと期待でき、前章での解析結果とほぼ同様な結果が得られた。

制振器の取付方向に対して加振方向を変えても損失係数はほぼ同じ値が得られた。このことから、制振体を直交して配置することで電柱振動の全方向に対する制振効



(a) 試験用電柱(鋼管柱) (b) 制振器
図7 実スケールモデルにおける加振試験

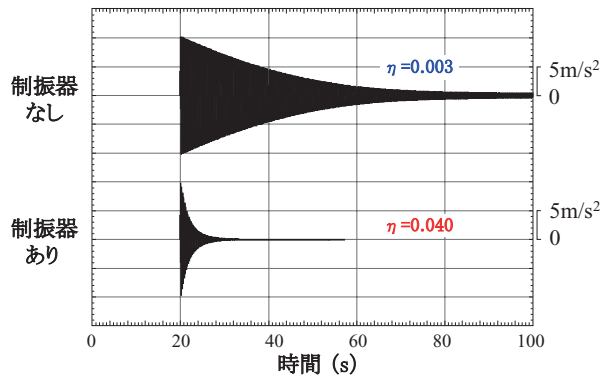


図8 電柱先端変位の自由振動波形例

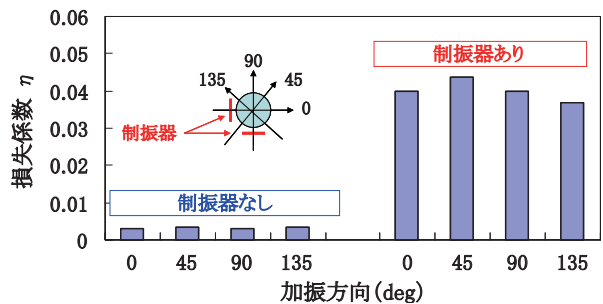


図9 加振方向に対する損失係数

果が期待できる。

5. 加振台試験

次に、振動加振台に実物電柱を設置し、電柱下部を加振することによって、制振器の制振効果を確認した。電柱は、コンクリート柱10-40-N11B(φ400mm, 基礎上

特集：電力技術

長さ $L=9\text{m}$ 、 $\rho=208\text{kg/m}$ 、 $EI=4.64 \times 10^7\text{Nm}^2$)とし、1本の電柱には制振器を取り付けずに、もう一本の電柱に制振器を取り付けてこれらを同時に加振して比較した。電柱基礎は高架橋での実際の基礎を想定して1mの深さとし、モルタルを充填して固定した。また電柱には、架線重量に相当する500kgを基礎上高さ6.5mの位置に取り付けた。制振体は前章での加振試験と同じものを用いたが、加振方向に制振器を2体正対させて取り付けた。図10に、試験状況を示す。

図11に、試験結果の一例として、兵庫県南部地震の1/10振幅波形を入力した際の電柱地際のひずみ波形を示す。制振器を取り付けた場合には、取り付けない場合に比べて最大で約1/2に低減している。図示していないが、先端変位の応答倍率も約1/2となっていることを確認している。ひずみは曲げモーメントに比例するので、制振器を取り付けることにより電柱の許容荷重も約2倍に増加すると考えられる。

なお、本試験における制振器の応答倍率低減効果は1/2程度であり、前章で示した鋼管柱の試験結果1/10程度と比べて小さい。これは式(20)からわかるように、コンクリート柱の質量が鋼管柱のそれに比べて大きいために、さらに大きな減衰係数が必要なためと考えられる。

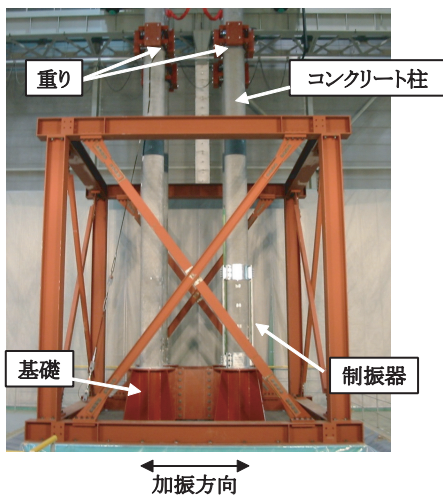


図10 加振台における加振試験

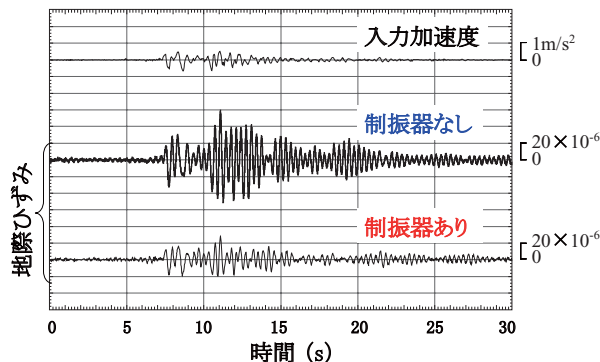


図11 電柱地際におけるひずみの比較

今後は、電柱種別に応じてさらに大きな減衰性能を有する制振器を試作して性能確認を行うとともに、施工性、耐候性等を検証するなどして実用化をめざしたい。

6. 結論

電車線柱の減衰性能向上のため、粘弾性ダンパによる制振方法を考案し、梁モデルによる電柱制振特性を解析するとともに、制振器を試作して実スケール電柱を用いた実装加振試験を行った。これらをまとめると、以下のとおりである。

- (1) 制振器は粘弾性体を鋼板で挟んで積層した構造とし、電柱地際部に取り付けて電柱たわみ時の微小なせん断変形を利用する制振方法である。
- (2) 制振器の最適減衰値は、電柱の機械インピーダンスならびに長さの二乗に比例し、制振器の長さならびに腕金の長さの二乗に反比例する。
- (3) 実スケールの制振器を試作し、鋼管柱における実装加振試験の結果、損失係数が0.003から0.04に増加することを確認した。
- (4) 制振体を直交して取り付けることにより、全方向に対して制振効果があることを確認した。
- (5) 加振台において、兵庫県南部地震波（ただし振幅は1/10）でコンクリート柱を加振した結果、電柱地際の最大ひずみ（曲げモーメント）が約1/2に低減することを確認した。

謝辞

本研究に関して、ご指導、ご支援を賜った秋田大学ならびに三和テッキ株式会社の関係者に謝意を表する。

文献

- 1) 電力設備耐震性調査研究委員会：電車線路設備耐震設計指針（案）・同解説及びその適用例，1997
- 2) 西 健太郎，多胡正章，大浦 泰，藤井保和，網干光雄：電車線路設備の耐震性向上対策検討，JRAIL2008，pp.213-214，2008
- 3) 鈴木公一朗，池田国夫，関 忍，森田洋介：長野新幹線支持物振動箇所におけるコネクタ振動特性等の研究，平成19年電気学会全国大会，pp.286-287，2007
- 4) 網干光雄，大浦泰，五十幡直史，中村正治，砂子田勝昭，松岡太一：電柱制振器の基礎検討，平成20年電気学会全国大会，pp.101-102，2008
- 5) 松岡太一，砂子田勝昭，安達一徳，網干光雄，五十幡直文：柱状構造物の減衰設計指針，日本機械学会2009年度年次大会，No.J1001-1-4，2009