

位相のインバージョンに基づく地震波形合成法

室野 剛隆* 川西 智浩* 坂井 公俊*

Simulation of Earthquake Motions Based on Inversion of Phase Spectrum

Yoshitaka MURONO Tomohiko KAWANISHI Kimitoshi SAKAI

Modeling phase characteristics of earthquake ground motion is important to synthesizing a design earthquake motion consistent with the given response spectra. We assume that an earthquake ground motion can be expressed by the convolution of the three time functions: source, path and site effect functions. This paper presents a new methodology to model phase characteristics of earthquake motion by using the concept of group delay time. The group delay time of the source effects, which are caused by rupture propagation on the fault plane, are theoretically calculated. The group delay times of the path and site effect are empirically modeled from observed records using inversion technique. We, also, demonstrate that the earthquake motion can be synthesized based on our newly developed phase model.

キーワード：位相スペクトル，群遅延時間，地震波形の合成

1. はじめに

耐震設計では、一般に地震動の特性は弾性加速度応答スペクトルの形で規定されることが多い。しかし、構造物の性能を照査するためには、地震動波形が必要である。波形を合成するには、振幅特性の他に位相特性を規定する必要がある。しかし、これまでの多くの研究は、振幅特性に重点がおかれ、位相スペクトルについてはあまり研究されてこなかったのが現状である。その結果、設計用の入力地震動の時刻歴波形を作成する方法として、位相ランダム仮定を用いて、時刻歴包絡線¹⁾などを規定し、地震動を作成する方法²⁾がよく用いられてきた。また、特定の実地震観測波の位相をそのまま用いる場合もある³⁾。しかし、前者の方法では、震源特性・伝播経路特性および地盤増幅特性といった情報が位相特性に必ずしも反映されているとは言い難く、位相の持つ意味が不明瞭である。また後者の方法は、観測波の固有性から逃れられず、建設地点で考慮すべき地震動の条件と似たような震源特性や伝播特性を持つ地震波が観測されている場合には有効であるが、必要とされる地震波を得ることは困難な場合が多い。

そこで、著者らは位相のモデル化について一連の研究を行ってきた。一つは、観測波から群遅延時間の平均値と標準偏差の特性を抽出し、マグニチュードと震央距離との回帰分析により群遅延時間の回帰モデルを作成するものである⁴⁾。もう一つは、断層近傍の地震動を合成するために、断層の破壊過程をインパルス列により表現してその群遅延時間を求める手法⁵⁾であり、断層の面的な

破壊過程を考慮している。これらのモデルは現行の設計地震動を作成する際に適用されており、その有用性が確かめられている。

しかし、前者の方法は回帰式が震源項、伝播経路項、サイト項が積の形で表現されており地震の物理と矛盾する部分がある。また震源を点震源として扱っており断層の詳細な破壊過程を考慮できない。また、後者では破壊過程を詳細に考慮できるものの、伝播経路特性とサイト特性を、最小位相推移関数で表現されると仮定しており、直達波のみしか考慮できず、その適用は断層近傍の地震に限られる。そこで、本研究では、地震の物理を満足しつつ、より適用性の広い位相のモデル化について開発した。また、開発したモデルを用いて、地震動波形を合成できることを示した。

2. 地震動の位相特性のモデル化の方針

地震動 $O(t)$ は、震源特性を表す時間関数 $S(t)$ 、伝播過程を表す時間関数 $P(t)$ とローカルサイト特性を表す時間関数 $L(t)$ の合成積で表わすことができる。この場合、そのフーリエ変換 $O(\omega)$ は

$$O(\omega) = S(\omega) \cdot P(\omega) \cdot L(\omega) \cdot \exp\{i[\phi^S(\omega) + \phi^P(\omega) + \phi^L(\omega)]\} \quad (1)$$

となる。ここに、 $S(\omega)$ 、 $P(\omega)$ 、 $L(\omega)$ はそれぞれの特性関数のフーリエ振幅スペクトル、 $\phi^S(\omega)$ 、 $\phi^P(\omega)$ 、 $\phi^L(\omega)$ はそれぞれの時間関数の位相である。式(1)より、地震動の位相 $\phi(\omega)$ は、各々の特性関数の位相の線形和で表わることが分かる⁶⁾。

* 構造物技術研究部（耐震構造）

特集：構造物技術

本研究では、著者らの既往の研究^{4), 5)}と同様に位相を直接モデル化するのではなく、位相を角振動数で微分した群遅延時間 $t_{gr}(\omega)$ ⁷⁾ をモデル化することとする。その理由は、群遅延時間の平均値はその周波数成分の波群の重心位置、ばらつきはその継続時間と密接な関係にあることが示されており⁸⁾、位相そのものよりも、群遅延時間の方が波形の特性を把握しやすいこと、また、数学的な取り扱いが容易であることによる。群遅延時間を合理的にモデル化することにより、地震動の非定常性を取り入れた耐震設計用の入力地震動がシミュレート可能となる。

群遅延時間は位相角の微分形 $d\phi(\omega)/d\omega$ であるので、位相の線形関係は保存され、式(1)より地震動の群遅延時間 $t_{gr}^O(\omega)$ は、

$$t_{gr}^O(\omega) = t_{gr}^S(\omega) + t_{gr}^P(\omega) + t_{gr}^L(\omega) \quad (2)$$

で求められる。ここで、 $t_{gr}^S(\omega)$ は震源特性を表す群遅延時間、 $t_{gr}^P(\omega)$ は伝播経路特性を表す群遅延時間、 $t_{gr}^L(\omega)$ はサイト特性を表す群遅延時間である。各特性関数の群遅延時間を以下によりモデル化することにする。

震源特性を表す群遅延時間 $t_{gr}^S(\omega)$ は、断層破壊過程を理論的にインパルス列でモデル化し、その群遅延時間を求めることにより決定する。

伝播経路特性の群遅延時間 $t_{gr}^P(\omega)$ とサイト特性の群遅延時間 $t_{gr}^L(\omega)$ については、理論的に算定するのが難しいので、本研究では観測記録のインバージョンにより、それぞれの群遅延時間を分離し、それらの回帰分析により経験的にモデル化することにする。

3. 群遅延時間のモデル化

3.1 震源過程の群遅延時間のモデル化

大地震の断層面を $n_L \times n_W$ 個の小断層に分割し、断層面上の小区域に小地震を対応させれば、断層の破壊過程に従って小地震を重ね合わせることで大地震を合成することができる⁹⁾。大地震の地震動を $g_{0L}(t)$ とすれば、これは小地震の地震動 $g_{0S}(t)$ の時間的ずれを考慮して次式のように表現できる (図1参照)。

$$g_{0L}(t) = \sum_{i=1}^{n_L} \sum_{j=1}^{n_W} g_{0S}(t-t_{ij}) + \sum_{i=1}^{n_L} \sum_{j=1}^{n_W} \sum_{k=1}^{(n_D-1)n'} \frac{1}{n'} g_{0S}(t-t_{ijk}) \quad (3)$$

ここに、

$$t_{ij} = \frac{(R_{ij} - R_0)}{V_s} + \frac{\xi_{ij}}{V_r}, \quad t_{ijk} = t_{ij} + \frac{k\tau}{(n_D - 1)n}, \quad (4)$$

ただし τ は立ち上がり時間、 V_s はせん断弾性波速度、 V_r は破壊伝播速度、 ξ_{ij} は震源と小領域 (i, j) の距離、 n_L 、 n_W 、 n_D は断層長さ、幅、立ち上がり時間の相似比、 R_{ij}

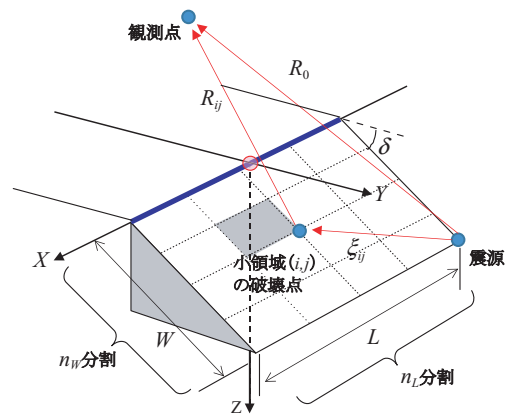


図1 断層モデルの概念図

は小領域と観測点の距離、 R_0 は震源と観測点との距離である。なお、 τ は立ち上がり時間 (ライズタイム)、 n' は立ち上がり時間の分割による見かけの周期を無くすために適当に設定する整数である。式(4)を重ね合わせの大きさとタイミングを表すインパルス列 $P(t)$ と、小地震の震源時間関数との合成積の形に変換し、インパルス列 $P(t)$ の位相を求めて、角振動数で微分すると、インパルス列 $P(t)$ の群遅延時間 $t_{gr}^S(\omega)$ が次式で得られる。

$$t_{gr}^S(\omega) = \frac{-\sum_{i=1}^N a_i^2 t_i - \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N a_i a_j (t_j + t_i) \cos\{\omega(t_j - t_i)\}}{\sum_{i=1}^N a_i^2 + 2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N a_i a_j \cos\{\omega(t_j - t_i)\}} \quad (5)$$

ここに、 a はインパルスの強度、 N は式インパルスの総数である。これを震源特性を表す群遅延時間と考えることができる。

3.2 伝播経路特性の群遅延時間のモデル化

式(2)の関係が成り立つ時、平均群遅延時間 $\mu_{igr}(\omega)$ および分散群遅延時間 $\sigma_{igr}(\omega)$ についても以下のように、震源、伝播経路、サイトの特性に分離して考えることができる。

$$\mu_{igr}^O(\omega) = \mu_{igr}^S(\omega) + \mu_{igr}^P(\omega) + \mu_{igr}^L(\omega) \\ (\sigma_{igr}^O(\omega))^2 = (\sigma_{igr}^S(\omega))^2 + (\sigma_{igr}^P(\omega))^2 + (\sigma_{igr}^L(\omega))^2 \quad (6)$$

一般に、地震のマグニチュードが小さい場合には、震源を点震源とみなすことができる。この場合には、式(6)の震源項はゼロになる。次に、観測点が地震基盤 (一般には、せん断弾性波速度 V_s が 3000m/s 相当) に位置する場合には、式(6)のサイト特性項は無視できるほど小さくなり、ゼロと仮定できる。したがって、上記の2つの条件を満足する観測記録には、伝播経路項のみが含まれることになる。

$$\begin{aligned} \mu_{igr}^O(\omega) &= \mu_{igr}^P(\omega) \\ \sigma_{igr}^O(\omega) &= \sigma_{igr}^P(\omega) \end{aligned} \quad (7)$$

群遅延時間の伝播経路項は地震波の伝播に伴う波群の遅れと継続時間の拡大を表わすので、これらの値は震源距離 R に強く依存していることは容易に推測できる^{6), 10)}。そこで、平均値 $\mu_{igr}^P(\omega)$ および標準偏差 $\sigma_{igr}^P(\omega)$ は、式(8)に示すように震源距離 R の2乗に比例すると仮定した。

$$\begin{aligned} \mu_{igr}^P(\omega) &= \beta_1(\omega) \cdot R^2 \\ (\sigma_{igr}^P(\omega))^2 &= \beta_2(\omega) \cdot R^2 \end{aligned} \quad (8)$$

そこで、先述したように、地震基盤位置で観測された規模の比較的小さな地震記録の収集を行い、これらの地震観測記録を用いて、式(8)の係数 $\beta_1(\omega)$ および $\beta_2(\omega)$ を最小二乗法により推定した。用いた44記録の震源距離と地震規模(気象庁マグニチュード M_j)、観測地点のせん断弾性波速度の関係を図2に示す。また、図3には回帰分析の結果、得られた係数 $\beta_1(\omega)$ および $\beta_2(\omega)$ を示す。回帰係数には周波数依存性があり、いずれも低振動数ほど大きく高振動数に向かって小さくなっている。ところで、一般に地盤の減衰量を示す Q 値は波動の散乱が大きく影響しており、散乱が多いと Q 値は小さくなると言われている。また、既往の研究により、 Q 値は振動数に比例することも分かっている。これらのことを考え合わせると、低振動数側は地震波の散乱が大きく (Q 値が小さい)、その結果、波動の継続時間が長くなり、回帰係数 $\beta_1(\omega)$ および $\beta_2(\omega)$ も大きな値を示すと考えられる。

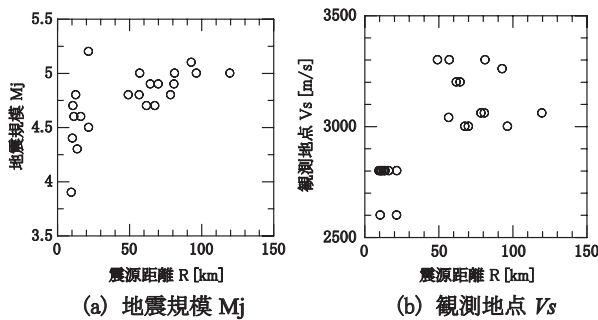


図2 観測地点の震源、地盤情報の概略

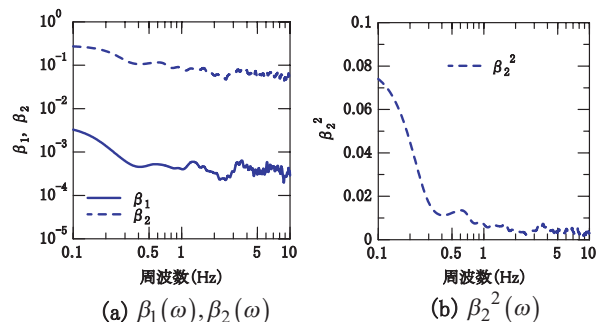


図3 得られた回帰係数

表1 検討に用いた地震記録一覧

観測点 (KiK-NET・地中)	地中観測位置(深さ)における V_s (※1)	採用地震数	
AOMH03	川内	620	3
AOMH12	十和田湖東	820	3
AOMH13	八戸	430	8
AOMH16	新郷	770	4
IWTH01	二戸東	1300	2
IWTH11	一戸	1080	3
IWTH12	九戸	1130	3
IWTH15	矢巾	680	5
IWTH16	雫石	1160	4
MYGH05	小野田	690	4
MYGH07	川崎	740	5
YMTH01	天童	600	1
YMTH02	山形	510	5
YMTH06	高畠	1090	3
KNGH10	横浜	1250	4
KNGH20	松田	1400	1
TKYH12	八王子	1800	1
NARH04	黒滝	1807	2
NARH06	山添	1791	2
SIGH02	大津	1500	2
HYGH01	三原	826	1
KYTH08	京都	2770	1
KGSH05	祁答院	680	2
KGSH07	始良	710	2
採用地震数合計		71	
用いた地震波の総数 (採用地震数×水平2成分)		142	

※1 地中観測位置(深さ)における V_s が得られていない場合は、その直近深さでの V_s を用いた

3.3 サイト特性の群遅延時間のモデル化

マグニチュード M が小さく、震源項が小さいと考えられる場合、観測点が地震基盤に位置しない場合には、3.2節の検討結果を用いることにより、群遅延時間のサイト項は式(9)で表わすことができる。

$$\begin{aligned} \mu_{igr}^L(\omega) &= \mu_{igr}^O(\omega) - \beta_1(\omega) \cdot R^2 \\ \sigma_{igr}^{L^2}(\omega) &= (\sigma_{igr}^O(\omega))^2 - \beta_2(\omega) \cdot R^2 \end{aligned} \quad (9)$$

したがって、観測波を用いて式(9)により群遅延時間のサイト項 $\mu_{igr}^L(\omega)$ および $\sigma_{igr}^{L^2}(\omega)$ を抽出し、その値を用いてサイト特性のモデル化を行うこととする。なお、サイト特性のモデル化にあたっては、地表面付近における地形や局所的な非線形性の影響を除外するため、KiK-NETの地中位置で観測された地震波を用いることとした。検討に用いた観測点とデータ数を表1に示す。

抽出した $\mu_{igr}^L(\omega)$ および $\sigma_{igr}^{L^2}(\omega)$ については、地震計設置位置のせん断弾性波速度と関連があると考えられるので、ここではサイト項を式(10)でモデル化することとした。

$$\begin{aligned} \mu_{igr}^L(\omega) &= \gamma_1(\omega) \cdot (3000 - V_s)^2 \\ \sigma_{igr}^{L^2}(\omega) &= \gamma_2^2(\omega) \cdot (3000 - V_s)^2 \end{aligned} \quad (10)$$

ここで、 $\gamma_1(\omega), \gamma_2^2(\omega)$ は回帰係数、 V_s は地中観測位置のせん断弾性波速度(表1参照)である。

本来、サイト特性は、地震基盤位置と観測点の間にある堆積構造の影響を受けるため、式(10)のように地震計

特集：構造物技術

設置位置の地盤特性だけで決定されるものではない。サイト項のモデル化にあたっては、地震基盤位置と観測点間にある地盤すべての特性を考慮できる指標を用いるのが望ましい。しかし、一般的には地震基盤から地表に向かうにつれて V_s が徐々に小さくなっていく傾向にあり、地中位置の V_s が当該サイトの特性をある程度表現できる指標であること、また、算定した $\mu_{igr}^L(\omega)$ および $\sigma_{igr}^L(\omega)$ の値を見ても地中位置の V_s との関連が深かったことから、式(10)によりモデル化することとした。
 代表的な振動数における地中観測位置の V_s と $\mu_{igr}^L(\omega)$

および $\sigma_{igr}^L(\omega)$ の関係を示した結果を図4および図5に示す。図には、式(10)により最小二乗法で回帰した結果も示している。次に、回帰分析により得られた回帰係数 $\gamma_1(\omega)$, $\gamma_2(\omega)$ の値を図6に、その値を用いて式(10)により算定した耐震設計上の基盤面 ($V_s=400(\text{m/s})$) での $\mu_{igr}^L(\omega)$ および $\sigma_{igr}^L(\omega)$ を図7に、それぞれ示す。耐震設計上の基盤面における波形の合成にあたっては、図7に示した値に基づいて群遅延時間のサイト項を設定することが可能である。

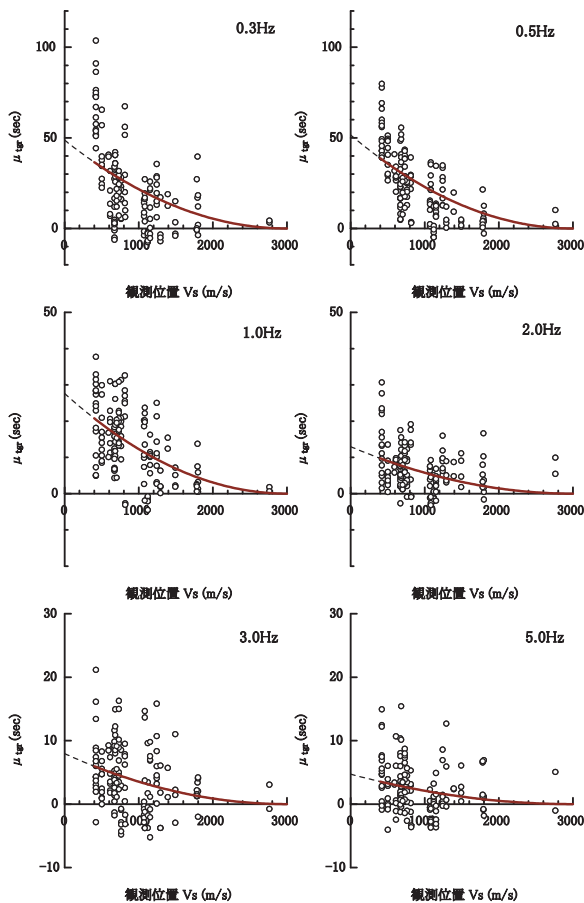


図4 地中観測位置 V_s と $\mu_{igr}^L(\omega)$ の関係

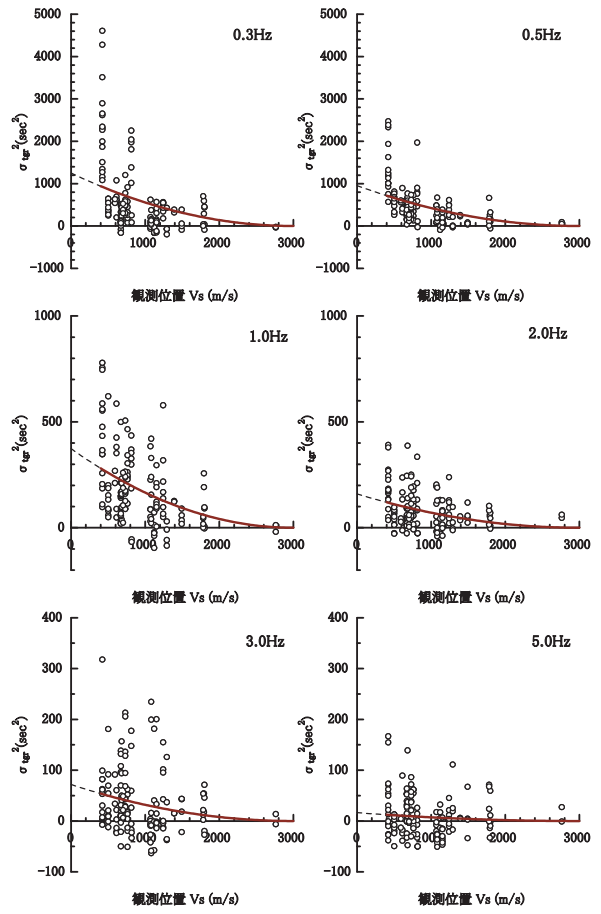
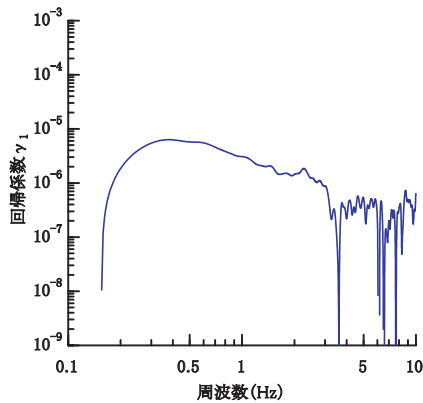
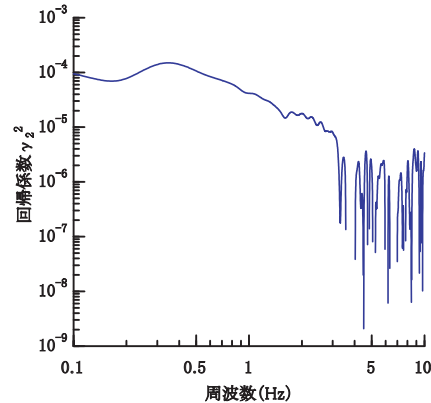


図5 地中観測位置 V_s と $\sigma_{igr}^L(\omega)$ の関係



(a) 回帰係数 $\gamma_1(\omega)$



(b) 回帰係数 $\gamma_2(\omega)$

図6 回帰係数

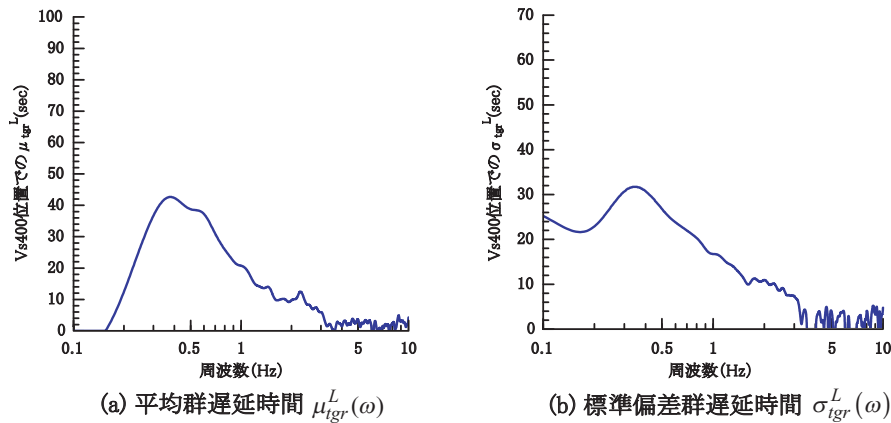


図7 $V_s=400(\text{m/s})$ 位置の群遅延時間のサイト特性の設定値

4. 地震動の合成例

上記の位相のモデル化手法に基づいて、試算例として気象庁マグニチュードMj7.4の断層直上の地震動波形をシミュレーションする。

4.1 震源特性の設定

震源項については、断層の破壊過程をインパルス列でモデル化し、式(5)によりその群遅延時間を理論的に求める。断層の諸元を気象庁マグニチュードMj7.4（モーメントマグニチュードMw7.0）として考えて、巨視的パラメータおよび微視的パラメータをレシピに基づき設定した。観測点を図8上段のように8点配置し、破壊の主領域（アスペリティー）と破壊開始点は不確実性が高いため5ケース変化させたが、ここでは例として図8下段に示すアスペリティーの配置と破壊開始点の組合せのケースについて紹介する。

インパルス列の算定例を図9に示す。図中には地点A～地点Cの結果を代表として示すが、破壊が観測点方向に向かってくる場合にはパルスの継続時間が短く、遠ざかる場合には継続時間が長いことが分かる。地震波の指向性（ディレクティビティー）を効果的に表現できていることが分かる。

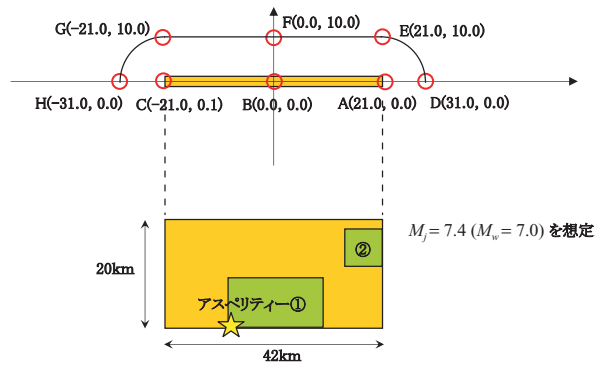


図8 観測点の配置、アスペリティー位置、破壊開始点の配置の関係

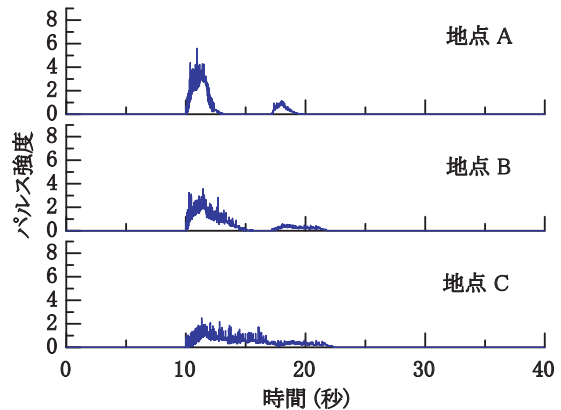


図9 インパルス列の算定例

4.2 伝播経路およびサイトの群遅延時間

断層直上の地震動を想定するので、群遅延時間の伝播経路項は震源距離3kmとして、式(8)に基づき設定した。

サイトの群遅延時間に関しては、図7に示した $V_s=400(\text{m/s})$ 位置における平均値 $\mu_{igr}^L(\omega)$ と標準偏差 $\sigma_{igr}^L(\omega)$ に基づいて設定する。ただし、標準偏差 $\sigma_{igr}^L(\omega)$ にいて、図6の値を若干補正して用いた。

以上より決定された $\mu_{igr}^P(\omega)$ 、 $\sigma_{igr}^P(\omega)$ および $\mu_{igr}^L(\omega)$ 、 $\sigma_{igr}^L(\omega)$ を用いて、正規分布 $N(\mu_{igr}^P + \mu_{igr}^L, \sigma_{igr}^P + \sigma_{igr}^L)$ に従う乱数を発生させる。これが、伝播経路項とサイト項

を合わせた群遅延時間 $t_{igr}^P(\omega) + t_{igr}^L(\omega)$ に相当する。次に、式(2)より、地震波の群遅延時間 $t_{igr}^O(\omega)$ を決定し、これを積分することにより位相 $\phi(\omega)$ を決定した。

4.3 波形合成

上記で得られた位相 $\phi(\omega)$ を用いて、図10に示す断層直上を想定した加速度応答スペクトル¹¹⁾ を目標スペクトル $S_{DA}(\omega)$ としたスペクトル適合波形をシミュレーションする。図10は減衰定数 $h=0.05$ を想定したものであり、このスペクトルから減衰定数 $h=0.0$ の速度応答ス

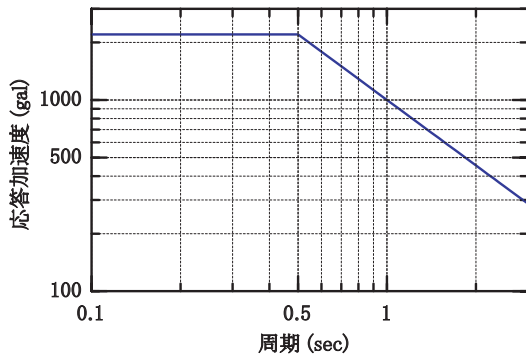


図10 断層直上を想定した加速度応答スペクトル

ペクトルに修正する。減衰定数 $h=0.0$ の速度応答スペクトルがフーリエ振幅スペクトルに似ているという性質を利用して、これを初期のフーリエ振幅スペクトル $A_0(\omega)$ とする。この初期スペクトル $A_0(\omega)$ と4.2で決定した位相 $\phi(\omega)$ を用いて、逆フーリエ変換により初期波形 $x(t)$ を求める。合成波形の加速度応答スペクトル $S_A(\omega)$ と目標加速度応答スペクトル $S_{DA}(\omega)$ の比

$$r(\omega) = \frac{S_{DA}(\omega)}{S_A(\omega)} \quad (11)$$

を算定し、現ステップのフーリエスペクトル $A(\omega)$ に乗じてフーリエ振幅スペクトルを補正し、再度フーリエ逆変換によって波形を再合成する。そして再び加速度応答スペクトルを算定し、目標加速度応答スペクトルと比較して、許容誤差以内に収まるまで上記の操作を繰り返す。得られた結果の例を図11に示す。断層近傍の地震動の特徴をよく表現しており、本位相モデルが地震動を設定するのに有効であることが分かる。なお、ここで提案した手法により実際に観測された地震動をシミュレーションし、その有効性は別途検討済みである。

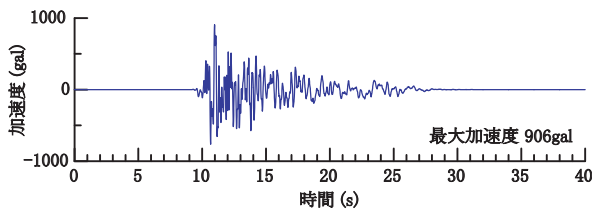


図11 提案した位相モデルを用いて算定した地震動の時刻歴波形の例

5. まとめ

本論文では、震源項、伝播経路項、サイト項の位相特性を独立にモデル化し、地震の物理を満足しつつ、より適用性の広い位相モデルを提案した。また、開発したモデルを用いて、地震動波形を合成できることを示した。

今後は、本手法を用いて耐震設計実務に用いる設計地震動波形の提供を行っていく予定である。

参考文献

- 1) Jennings, P. C., G. W. Housner, and N. C. Tsai : Simulated earthquake motions, E.E.R.L., Pasadena, 1968.
- 2) 大崎順彦：原子力発電所設計用の基準地震動評価に関するガイドライン、主として大崎スペクトルについて、ORI 研究報告 84-01, 1984.
- 3) 荒川直士, 川島一彦, 相沢興：応答スペクトル特性を調整した時刻歴地震動解析用入力地震動波形, 土木技術資料, 第26巻, 第7号, 1984.
- 4) 佐藤忠信, 室野剛隆, 西村昭彦：観測波に基づく地震動の位相スペクトルのモデル化, 土木学会論文集 No.640/I-50, pp.119-130, 2000.
- 5) 佐藤忠信, 室野剛隆, 西村昭彦：震源・伝播・地点特性を考慮した地震動の位相スペクトルのモデル化, 土木学会論文集 No.612/I-46, pp.201-213.
- 6) 澤田純男, 片岡慶太, 盛川仁：波線理論に基づく伝播経路の位相スペクトル特性, 第11回日本地震工学シンポジウム, pp.511-516.
- 7) パボリス：工学のための応用フーリエ積分, オーム社, pp.243-255, 1972.
- 8) 和泉正哲, 勝倉裕：地震動の位相情報に関する基礎的研究, 日本建築学会構造系論文集, 第327号, pp.20-26, 1983.
- 9) Irikura, K. : Prediction of strong ground acceleration motions using empirical Green's function, 第7回日本地震工学シンポジウム, pp.151-156, 1986.
- 10) 佐藤智美, 植竹富一, 菅原良次：群遅延時間を用いたやや長周期地震動の経験的経時特性モデルに関する研究, 日本建築学会構造系論文集, 第493号, pp.31-39, 1997.
- 11) 坂井公俊, 室野剛隆, 佐藤勉, 澤田純男：深部地下構造を考慮した内陸活断層型地震の経験的評価, 土木学会地震工学論文集, 第29巻, pp.98-103, 2007.