

# 貨物列車の乗務員運用整理案作成 アルゴリズムの開発

佐藤 圭介\* 福村 直登\*

Freight Train Driver Rescheduling Algorithm after Disruptions

Keisuke SATO Naoto FUKUMURA

Railway operators adjust timetables, and accordingly reschedule rolling stock and crew duties under a disrupted situation. This paper discusses a rescheduling problem of driver assignment to freight trains after the timetable adjustment completed. We model the problem as an integer programming one with set-covering constraints, and solve the issue by using column generation technique. Numerical experiments using real data have revealed that our method provides a driver-rescheduling plan of satisfactory quality in acceptable computing time.

キーワード：乗務員運用，運用整理，数理計画，集合被覆問題，列生成法

## 1. はじめに

事故や災害などにより列車ダイヤに乱れが発生すると、鉄道事業者は事態の収束のため運転整理<sup>1) 2)</sup>を実施する。具体的には、運休や増発・時刻変更といった手段で列車ダイヤを、それに伴い車両運用計画、乗務員（運転士、車掌）運用計画、駅構内作業計画といったものを一時的に変更する。このうち車両運用計画・乗務員運用計画の変更部分は運用変更ないし運用整理と呼ばれるが、本稿では運用変更を個々の車両ないし乗務員の計画変更として、運用整理をその総体を意味するものとして用いる。現状の運転整理全体の作業には、またその中の運用整理の作業だけをとって、迅速かつ正確な判断が求められることから、これらは熟練した技術を持つ担当者に任されており、大きな負担となっている。

本稿では貨物列車の運転士を対象として、ダイヤに乱れが発生し、列車遅延時分の見込みや運休の決定（以下、これらをあわせて変更ダイヤと呼ぶ）が与えられたときに、乗務員運用整理案を作成するアルゴリズムについて述べる。このような目的の研究としては、旅客列車を対象に、乗務員の担当列車の交換や区所に待機している予備乗務員の投入などを所定運用の近傍と定義し、メタヒューリスティクスを用いて整理案を作成するアルゴリズム<sup>3) 4)</sup>が提案されている。しかし貨物列車の場合、乗務員により出退勤時間が大きく異なる、乗務範囲が広範で乗務員により運転可能な線区も異なる、予備乗務員数に限りがある、といった特有の事情があり、このような近傍操作により各乗務員の運用変更計画を得ることは容

易ではないと考えられる。よって航空業界における同種の研究事例<sup>5) 6)</sup>や、鉄道でも線路保守などによる計画的なダイヤ変更に伴う整理を扱う文献<sup>7)</sup>、文献<sup>8)</sup>において行われているように、乗務員運用整理を数理計画問題として定式化する。ここでは、乗務員が現在位置から列車の運転や他列車への便乗により所属区所へと帰還するまでの経路を生成し、それらを組み合わせて全ての列車に必ず乗務員が割り当たるような運用整理案を作成する。各乗務員の経路はあらゆる可能性を考慮すると数千・数万の規模になり得るが、ダイヤ・運用をネットワークで表現し、列生成法という手法を用いることで、可能な経路のうちごく一部を列挙するだけで良質な整理案が高速に作成できる。

本稿の構成は以下の通りである。第2章では問題の概要を記述する。第3章では変更ダイヤと乗務員運用をネットワークで表現し、続いて数理計画問題として定式化する。第4章ではモデル化した問題に対する列生成法を用いたアルゴリズムを述べる。実際の貨物列車ダイヤ・乗務員運用計画に乱れ事例を適用した計算機実験を第5章で行い、第6章で結論と今後の課題を述べる。

## 2. 問題概要

所定の列車ダイヤと乗務員運用計画において、列車番号、担当開始駅、及び担当終了駅の3つ組で表わされる情報を乗務と呼ぶ。乗務員の1回の勤務行程は、所属の運転区所から出発、いくつかの指定された乗務を担当し、区所に帰還するまでであり、これを行路と呼ぶ。図1は所定のダイヤ図上に2人の乗務員行路を記述したものである。図中の○は行路の開始を、△は行路の終了を

\* 輸送情報技術研究部（運転システム）

特集：輸送情報技術

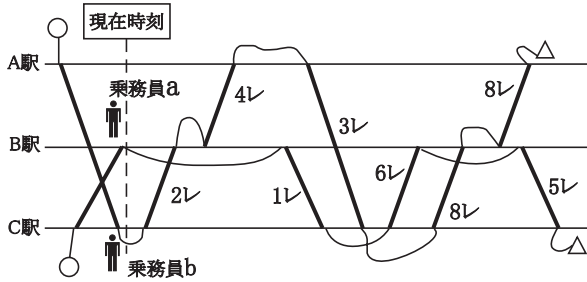


図1 所定ダイヤと乗務員運用

示す。列車ダイヤに乱れがなくダイヤ図の通りに運行がなされていれば、図中の現在時刻と記した時点において、乗務員aはB駅、乗務員bはC駅にそれぞれ滞在していることになる。

列車ダイヤに乱れが生じたとき、乗務員行路を変更しなければ、列車の遅延で乗務員が次の乗務に間に合わない、あるいは運休で次の乗務開始駅に到達できないという状況が発生する。図2は図1のダイヤ・乗務員運用計画に従って運行している状態から、現在時刻において、2レ（レは列車の略）のC駅出発に遅延が生じるという想定の変更ダイヤ例で、乗務員bが2レの次に予定していた4レの乗務に間に合わないことを示す。このようなときに乗務員行路を変更して、列車に乗務員を割り当て直すのが乗務員運用整理である。図2の例では乗務員aに4レを、乗務員bには1レを担当させるという運用変更により、さらなる遅延を乗務員都合により発生させずに列車運行ができる。ただし2人の乗務員は所属区所が異なるため、C駅あるいはB駅において再び運用変更を行い、それぞれ元の担当乗務員に戻さなければならない。

運用整理にあたっては、全ての乗務員に必ず乗務員を割り当てるということが大原則である。それに加え、前述のように乗務員行路が所属区所で終了することや、乗務可能な区間のみを担当するなど、変更行路が妥当でなければならないという制約がある。運用整理の良し悪しを決定する評価指標としては、なるべく所定の運用からの変更が少ないことが良いとされる。特に、異なる区所の乗務員が担当している乗務を代わりに担当する場合には、その手配等で関係者の負担が大きくなるため、なるべく行わないことが理想とされる。

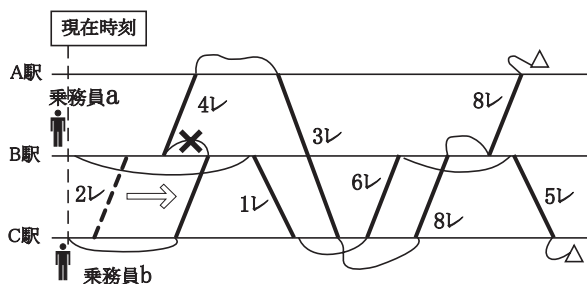


図2 変更ダイヤ

3. モデル化

3.1 ネットワーク表現

図2のような変更ダイヤと乗務員の現在位置が与えられたときに、提案手法では乗務員が現在位置から区所へと帰還するまでの変更行路候補を生成し、それらを組み合わせて運用整理案を作成する。各乗務員の変更行路候補を効率的に列挙するため、変更ダイヤと乗務員運用をネットワーク<sup>9)</sup>で表現する。乗務員の現在位置・乗務・区所をノード、駅と時刻関係を見て乗継（移動）が可能であるノード間をアークとするネットワークを構築する。図2の変更ダイヤ・乗務員現在位置に対応するネットワークを図3に示す。ネットワーク上で乗務員の現在位置ノードから探索を始め、退勤遅延の大幅な超過や乗務範囲外の乗務ノードを避けつつ、所属区所にたどり着くまでのパスがその乗務員の行路候補となる。区所に予備乗務員がいる場合は、その乗務員の現在位置ノードを所属区所とすることで同様に行路候補の探索が行える。

次にネットワークの各アークに、それが所定通りの乗継であれば0を、所定とは異なったり退勤遅延を発生させたりする乗継であれば正の値を付与する。特に所定では他の区所が担当している乗務を代わりに担当する場合には大きな値を設定する。これらをアークのコストと呼び、行路候補のコストをパスに含まれるアークのコストの和とする。すると、列車遅延のない所定行路のコストは0（予備乗務員は現在位置ノードから出てすぐ区所ノードへ入る行路のコストを0とし、その乗務員は使用しないという意味を与える）、変更行路は所定からの変更度合いに応じて大きな値となり、各乗務員の運用変更案、ひいてはその総体である運用整理案の良し悪しを判断する際の総合指標とすることができる。

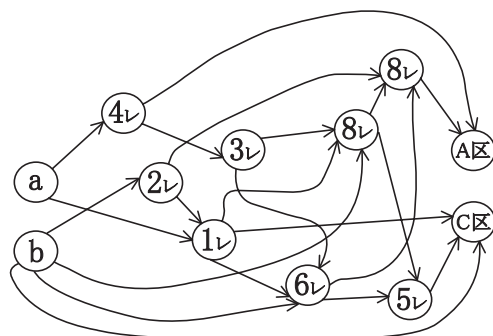


図3 ネットワーク表現

3.2 数理計画問題としての定式化

ネットワーク表現とそこから列挙される行路候補を用いて、運用整理を数理計画問題<sup>10)</sup>として定式化する。定式化にはいくつかの集合や数値、そして変数を記号として表す必要があるが、まずネットワーク表現から構成が

できる集合と数値を以下に示す。

$I$ ：乗務集合

$K$ ：乗務員集合

$P^k$ ：乗務員  $k$  の行路候補集合

$c_p^k$ ：乗務員  $k$  の行路候補  $p$  のコスト

$$a_{ip}^k = \begin{cases} 1 & \text{乗務員 } i \text{ が乗務員 } k \text{ の行路候補 } p \text{ に含まれる} \\ 0 & \text{含まれない} \end{cases}$$

次に決定変数  $x$  を導入する。この変数は乗務員が行路候補を選択すれば 1、選択しなければ 0 という値をとるものとする。

$$x_p^k = \begin{cases} 1 & \text{乗務員 } k \text{ が行路候補 } p \text{ を選択する} \\ 2 & \text{選択しない} \end{cases}$$

これらの記号のもとで、組合せ最適化の分野で集合被覆問題と呼ばれる問題を数理計画問題として記述する際の表現<sup>11)</sup>をもとにして、乗務員運用整理を以下のように定式化する。

$$\text{Minimize} \quad \sum_{k \in K} \sum_{p \in P^k} c_p^k x_p^k \quad (1)$$

$$\text{subject to} \quad \sum_{k \in K} \sum_{p \in P^k} a_{ip}^k x_p^k \geq 1 \quad \forall i \in I, \quad (2)$$

$$\sum_{p \in P^k} x_p^k = 1 \quad \forall k \in K, \quad (3)$$

$$x_p^k \in \{0, 1\} \quad \forall k \in K \quad \forall p \in P_k. \quad (4)$$

式(1)が定式化の評価指標（数理計画の用語では目的関数と呼ぶ）、式(2)～(4)が制約条件となる。ここでは

乗務員が選択する行路のコストの総和を最小化することを目的とする。式(2)は集合被覆制約で、全ての乗務は必ず1つ以上の行路に含まれていなければならないことを示す。式(3)は各乗務員が行路候補の中から1つだけ選択するという条件である。式(4)は変数が0と1のどちらかの値をとらなければならないことを意味する。

#### 4. 運用整理案作成アルゴリズム

##### 4.1 アルゴリズムの概要

前章の定式化において、各乗務員の行路候補が全て列挙されていれば、汎用の数理計画ソルバを用いることで、評価指標の値が最小となる解（最適解）を得ることができる。しかしながら各乗務員の変更行路候補の総数はあらゆる可能性を考慮すると数千・数万の規模になることが想像され、それをネットワーク表現から全列挙しようとする長い処理時間を要する。これは迅速さが要求される運用整理にはそぐわない。また変更ダイヤは乱れの状態により様々なパターンをとり、それに伴いネットワーク表現も様々に変化するため、行路候補を事前に用意しておくこともできない。したがってここでは、基本乗務員運用計画の作成アルゴリズム<sup>11)</sup>でも用いられている列生成法を適用して、各乗務員の変更行路候補を列挙しながら、それらを組み合わせて運用整理案を作成するアルゴリズムを提案する。

##### 4.2 アルゴリズムの流れ

アルゴリズムを図4に示す。図中の処理[1]にあたる、

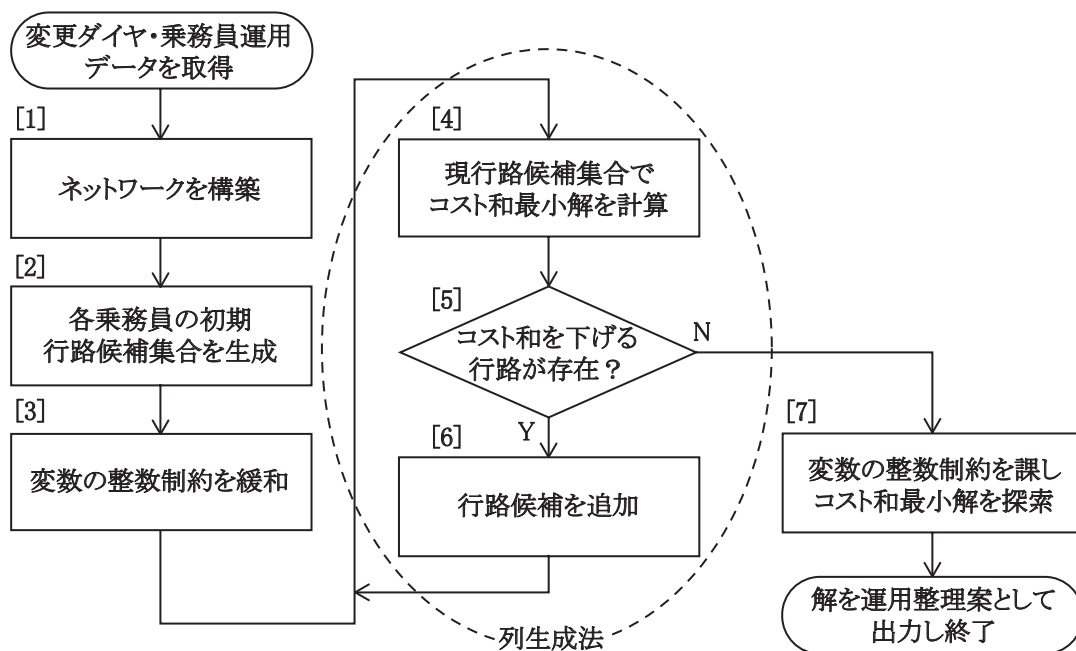


図4 運用整理案作成アルゴリズム

特集：輸送情報技術

変更ダイヤと乗務員運用データを取得しネットワークを構築する方法は第3章で述べた。処理[2]ではネットワークの探索により、各乗務員について行路候補をいくつか生成し、初期行路候補集合を構成する。続く処理[3]で、それぞれの初期行路候補に対応する変数について、列生成法が適用できる条件にするため、変数の線形緩和、つまり定式化の式(4)で変数値が0か1のどちらかに制限されているものを、0以上の任意の数値をとることを許すように変更する。

処理[4]～[6]が列生成法となる。処理[4]ではそれまで列挙した行路候補の集合と線形緩和された変数からなる数理計画問題を解く。これには数理計画ソルバを使用する。ソルバが返す解の情報と数理計画問題の性質から、定式化の式(1)で定義された行路のコスト和を、行路候補を追加することでさらに小さくすることが可能か否かを知ることができるため、それをもって列生成を終了するかの判定とする(処理[5])。列生成を続ける場合はまだ列挙されていない行路候補を行路候補集合に追加し(処理[6])、処理[4]へと戻る。処理[6]の詳細は次節で述べる。

処理[5]で列生成を終了するという判定がなされると処理[7]へ推移し、処理[3]にて緩和した整数制約を復活させ、改めて解を求める。この処理にも数理計画ソルバを用い、ソルバが解を返した場合はそれを運用整理案として出力、解が求まらなかった場合はダイヤの再考を促す旨を出力し、アルゴリズムを終了する。

4.3 列生成法の終了判定と行路候補の追加

アルゴリズムの処理[4]で、それまでに列挙した行路候補と線形緩和された変数からなる数理計画問題をソルバで解くと、制約式(2)及び式(3)のひとつひとつに、双対価格と呼ばれる値が付随する。式(2)に対応する双対価格を $\lambda_i$ 、式(3)に対するものを $\mu^k$ とおく。すると、各乗務員について次のような探索問題を解くことで、行路のコスト和をさらに小さくすることが可能な、未列挙の行路候補が存在するか否かが、数理計画の定理からわかる。

$$\begin{aligned} & \text{Find} && p \in P^k \\ & \text{such that} && c_p^k - \sum_{i \in I} a_{ip}^k \lambda_i - \mu^k < 0. \end{aligned}$$

この探索問題は、行路候補のコストから、行路候補に含まれる各乗務の双対価格の値と、乗務員にかかる双対価格の値を引いた結果が負になる行路候補を探すものである。探索の結果そのような行路候補が見つければ、それが行路のコスト和をさらに押し下げる可能性のあるものとして行路候補集合に追加する。見つからなければ、これ以上どのような行路候補を加えてもコスト和は小さくならないということを意味するため、列生成を終了する。

探索問題の解法は、行路候補のコストはネットワークのアーケのコストの和であり、双対価格は全てネットワークのノードに付加することができるため、ノードのコストも加味したネットワークでコストが最小となるパスを求め、そのコスト値が0以下であるかどうかを判定すればよい。つまり探索問題を最短路問題へと帰着できる。さらに構築したネットワークは有向で非巡回的であるため、最短路を求めるアルゴリズムであるダイクストラ法で未探索の頂点を選択する際に、暫定コストが最小の頂点ではなく、ノードのトポロジカル順序が最小である頂点を選択<sup>12)</sup>することで、より効率的に、かつアーケやノードの値が負であっても最短路を見つけることができる。ノードのトポロジカル順序については、ネットワークの構成方法より、乗務の出発(ないし到着)時刻順で一度ソートを行い、その順序をトポロジカル順序とすることができる。

ダイクストラ法による行路候補の探索は、アルゴリズムの処理[2]で初期行路候補集合を構成する際にも使用できる。次章の実験では処理[2]で双対価格を0とおきダイクストラ法を適用し、コスト和が正の場合でも行路候補として追加をしている。またダイクストラ法を適用した結果として、最小コストとなる行路だけではなく、いくつかのコストの低い(所定行路に近い)行路候補も得られるため、それらも初期集合に加えている。

なおこの最短路問題は乗務員ごとに独立な問題であるため、並列に解くことができる。

4.4 アルゴリズムの実行例

仮想的なダイヤ乱れを用いて、アルゴリズムの実行例を示す。図5は事故などにより1本の下り列車に運休が発生し、3本の下り列車についてU駅の発車が約3時間半遅延するという想定の変更ダイヤと、I機関区の乗務員cの所定行路を描いたものである。この乗務員cは乗務している列車の遅延により、このままではX駅にて次に予定されている乗務に間に合わなくなるということを示している。

この変更ダイヤに対して、アルゴリズムを適用して作成した運用整理案を図6に示す。これはアルゴリズムの実行の結果運用変更が発生する各乗務員について、乱れる前のダイヤと所定の運用(整理前)と、変更ダイヤにもとづいてアルゴリズムを実行した結果(整理後)を横棒形式で表現したものである。I機関区の乗務員cの乗継が間に合わなくなるという事態に対して、同じ区所に所属する乗務員aがその乗務を担当し、乗務員aの乗務を乗務員bが担当するという運用変更になっていて、運用変更が同一の区所のなかで完結していることがわかる。またR機関区の乗務員dは所定の乗務列車が運休になるため、次の乗務のために他の列車に便乗して移動する。

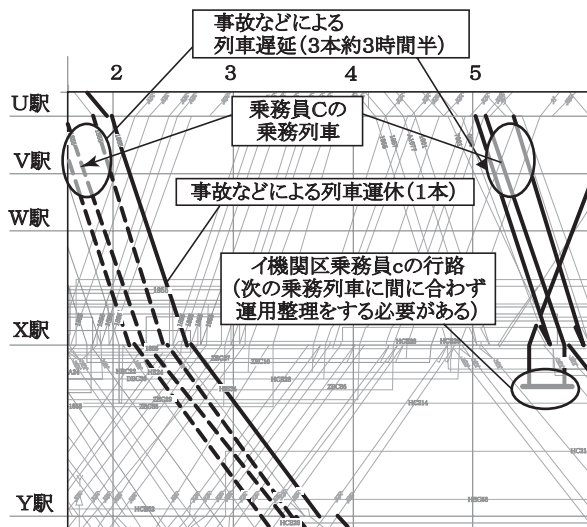


図5 仮想的なダイヤ乱れ例

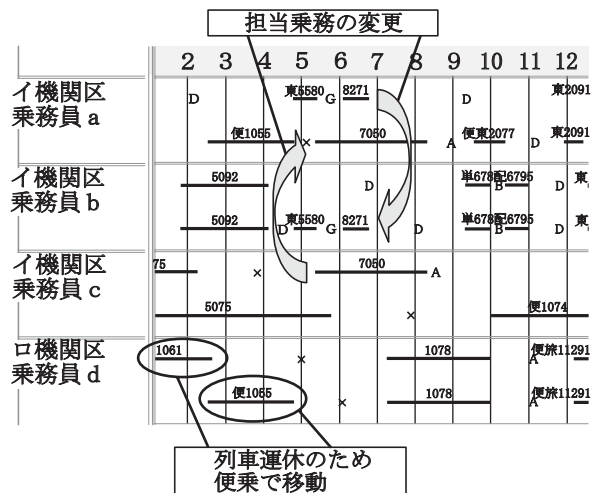


図6 運用整理案作成例

## 5. 計算機実験

### 5.1 対象と実験環境

実際の計画ダイヤ・乗務員運用のデータに対して、ダイヤ乱れの事例を適用し、アルゴリズムが出力する解と実行時間を評価するための計算機実験を実施した。対象は1日あたり200本強と最も貨物列車往來の多い地域を担当する4乗務員区102行路413乗務とし、CPU周波数

2.66GHz, 3.5GB RAMのWindows XPパソコンにて運用整理案を作成した。数理計画ソルバにはILOG CPLEX<sup>13)</sup> 10.1を使用した。ネットワークのアークのコストについては、他区所担当の乗務への乗継を意味するアークのコストを大きな値に設定し、なるべく区所をまたがる運用変更がない整理案を作成することを目標とした。また予備乗務員は投入できないものとした。

### 5.2 実験結果と考察

3つのケースに対する実験結果を表1に示す。それぞれのケースについて、ダイヤ乱れと影響時間、遅延や運休が発生した列車本数を記載している。作成された整理案の要約として、変更になった乗務員行路数とそのうち区所をまたがった運用変更の数、退勤遅延が発生することになる行路数とその時間の総計を示す。計算時間は、ハードディスクからのデータの読み込みから整理案作成処理、整理結果データの出力までを含めた実時間である。

いずれのケースでも20秒以内という時間で解が得られた。これは現時点でも実用に耐えうる速度であるが、特に整理案の作成処理自体は5秒程度で終了しているため、データを事前にメモリ上に展開しておくように改良すれば、ほぼ瞬時に整理案が作成可能であると言ってよい。整理案の質についても、列車が遅れても次の乗務に間に合う場合は運用変更を行わないことで変更行路数が抑えられており、また区所をまたがる変更がほとんど発生していないなど、概ね妥当なものとなっている。

## 6. おわりに

本稿ではダイヤ乱れ時の貨物列車乗務員の運用整理について、変更ダイヤと乗務員運用をネットワークで表現し、数理計画問題として定式化した。そして列生成法を用いて、各乗務員の変更行路候補を列挙しながらそれらを組み合わせて運用整理案を作成するアルゴリズムを開発した。実際のダイヤ乱れ事例を適用した計算機実験の結果、満足できる質の整理案が実用的に十分な時間で得られた。

今後の研究課題として、ダイヤ乱れ時に乗務員運用整

表1 運用整理案作成結果

ケース No.	ケース 1	ケース 2	ケース 3
遅延(影響時間)/運休列車	11本(2.0h)/0本	25本(4.0h)/7本	29本(4.5h)/1本
変更行路数 (区所間変更数)	8 (0)	12 (0)	12 (2)
退勤遅延発生行路数 (総退勤遅延時間)	13 (32.1時間)	10 (13.8時間)	7 (14.2時間)
計算時間	13.0秒	15.7秒	12.3秒

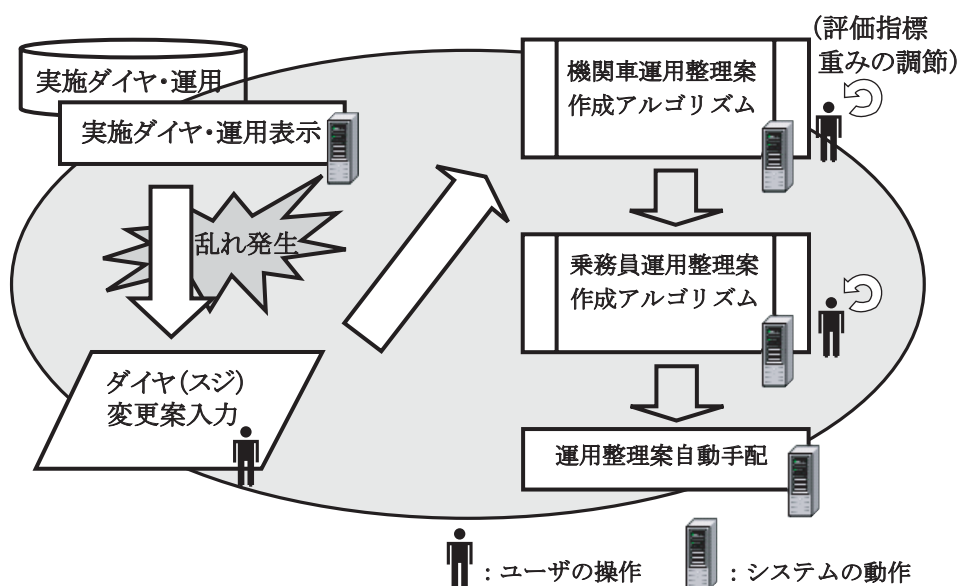


図7 運用整理支援システム

理と同様に行われている機関車の整理を含む、貨物列車の運用整理業務全体を支援する枠組みを構築することが挙げられる。機関車運用整理単体に関しては、既に仕業検査やけん引力など、機関車特有の条件に対応するためにネットワーク表現に拡張を行い、数理計画問題としての定式化と、列生成法により整理案を作成するアルゴリズムを提案しているが<sup>14)</sup>、これと乗務員運用整理アルゴリズムとの連携、あるいは機関車・乗務員運用整理案を同時に作成することがこれからの課題となる。

両運用整理案作成アルゴリズムの構築とその実行に必要な各種の情報化がなされれば、アルゴリズムが作成した整理案の内容を分析し、自動的に伝達先を判断して配信を行う機能を含む、総合的な運用整理支援システム(図7)の実現が可能となる。

## 謝辞

研究を実施するにあたり貴重なご意見をいただいた、日本貨物鉄道株式会社の重田英貴、川上浩司の両氏に深く感謝いたします。

## 文献

- 1) 富井規雄：列車ダイヤのひみつー一定時運行のしくみ，成山堂書店，2005
- 2) 列車ダイヤ研究会(編)：列車ダイヤと運行管理，成山堂書店，2008
- 3) 藤森敦，富井規雄，平山純一郎：組合せオークションモデルに基づく異常時の鉄道乗務員運用変更計画作成アルゴリ

ズム，情報科学技術レターズ (FIT2004)，pp.15-18 (LA-006)，2004

- 4) 高橋理，片岡健司，小島央士，浅見雅之：ダイヤ乱れ時における列車乗務員運用整理案の自動作成，電気学会論文誌D，Vol.128，No.11，pp.1291-1297，2008
- 5) Stojkovic, M., Soumis, F. and Desrosiers, J., "The operational airline crew scheduling problem," *Transportation Science*, Vol. 32, No. 4, pp. 232-245, 1998.
- 6) Nissen, R. and Haase, K., "Duty-period-based network model for crew rescheduling in European airlines," *Journal of Scheduling*, Vol.9, No.3, pp.255-278, 2006.
- 7) Huisman, D., "A column generation approach for the rail crew re-scheduling problem," *European Journal of Operational Research*, Vol.180, No.1, pp.163-173, 2007.
- 8) Rezanova, N.J. and Ryan, D.M., "The train driver recovery problem - a set partitioning based model and solution method," *Proceedings of the 2nd International Seminar on Railway Operations Modelling and Analysis (RailHan-nover2007)*, 2007.
- 9) 藤重悟：グラフ・ネットワーク・組合せ論，共立出版，2002
- 10) 田村明久，村松正和：最適化法，共立出版，2002
- 11) (財)鉄道総合技術研究所運転システム研究室：鉄道のスケジューリングアルゴリズムーコンピュータで運行計画をつくる，エヌ・ティー・エス，2005
- 12) 久保幹雄，田村明久，松井知己(編)：応用数理計画ハンドブック，朝倉書店，2002
- 13) <http://www.ilog.co.jp/product/opti/cplex/cplex.html>
- 14) 佐藤圭介，福村直登：ダイヤ乱れ時の貨物機関車運用整理問題，情報処理学会論文誌・数理モデル化と応用，印刷中