

三次元個別要素法によるバラスト軌道の動的応答解析

相川 明* 浦川 文寛*

Modeling Techniques for Three-Dimensional Discrete Element Analysis of A Conventional Ballasted Railway Track and Its Application

Akira AIKAWA Fumihito URAKAWA

This paper describes newly developed techniques for the three-dimensional (3D) dynamic numerical model studies of a ballasted railway track induced by running train applying a discrete element method (DEM). Using the 3D digitizer, the author measured the three-dimensional shape of more than four thousand ballast stones as laid for existing railway tracks, and expresses them numerically as polyhedron models. Comparisons among measured data of the volume and principal moments of inertia for three axes by taking the number of measured points as parameters verified the reproducibility of the shape of the actual ballast using this system. A discontinuous model of the ballasted track was formed and the dynamic responses of track structure members in response to dynamic traffic loading of the train passing were simulated numerically using the 3D-DEM. The model comprises an assemblage of arbitrarily shaped 3D polyhedron crushed stones, rails, rail pads, sleepers, and a subgrade. Numerical results of analysis were also compared with experimental measurement results. The results verified that the newly developed techniques are beneficial for analyzing 3D ballast motion imparted by running trains.

キーワード：バラスト軌道，バラスト形状測定，粒度分布，個別要素法，動的応答解析

1. はじめに

バラスト軌道は「道床バラスト」と呼ばれる任意形状を有する砕石粒子の集合体である^{1) - 3)}。バラスト軌道上を列車が走行すると、軸重通過による動的荷重とともに、車輪-レール間のダイナミクスに起因する衝撃荷重が、レール、軌道パッド、まくらぎを介してバラスト層まで伝わる。これらの荷重を繰返し受けて、集合体をなす個々のバラスト粒子には、粒状体特有の回転挙動、粒子間の摩擦すべり、粒子破碎、粒子表面の摩耗などの微小な塑性変形現象が発生する。これらの局所的な微小現象が長期間累積し、軌道面に軌道不整をもたらすことになる。この軌道不整の進展現象を「軌道破壊現象」とよんでおり、そのメカニズム解明とバラスト軌道の維持管理のあり方が重要な技術課題となっている^{4), 5)}。

軌道破壊現象の一因として、列車の高速化に伴う動的荷重と衝撃荷重の増大の影響が考えられる⁶⁾。軌道構造部材の一つであるコンクリートまくらぎの設計法に関しては、動的荷重と衝撃荷重の評価が不可欠として、静止輪重の5倍に相当する衝撃荷重に耐えうる限界状態設計法が導入された経緯がある^{7) - 9)}。これと同様に、道床バラストに関しても、過大な動的荷重と衝撃荷重が伝達

されている可能性があるものの、その実態やメカニズムについてはまだ十分には解明されていない。

ところで、道床構造をバラスト粒子の集合体として捉えると、軌道破壊の主因たる道床内部における塑性変形の進展現象は、その骨格構造をなすバラスト粒子の不連続体としての力学的特性に支配される。したがって、そのメカニズムを解明するには、従来からの連続体力学に代わり、粒子レベルの形状特性と詳細構造を模擬しうる不連続体力学を用いて、走行荷重に対する個々の粒子の挙動特性を数値解析的に調べるのが有効と考えられる。

近年、計算力学の発達により不連続体解析手法が実用段階にあるが、この不連続体解析手法を本問題に応用するには、稜角を有するバラスト粒子の数値モデルによる定量表現、数値計算上でのバラスト粒度分布の調整法、数値解析による道床構造の締めめと軌道構造部材の数値モデル化など、モデル構築と解析実施に関する具体的な手法を確立する必要がある。

そこで、本論文では、動的荷重および衝撃荷重に対するバラスト粒子の挙動を数値解析的に調べることを目的とし、その最初の段階として、バラスト粒子形状と道床の詳細構造を模擬した不連続体モデルを構築する手法を提案するものである。すなわち、まず、三次元デジタルを用いて、実バラストの三次元形状を測定し、これを多面体モデルで表現した。つぎに、数多くの多面体モデルを数値解析上で締

* 鉄道力学研究部（軌道力学）

特集：鉄道力学

固め、道床の詳細構造を模擬した三次元不連続体力学モデルを構築した。本モデルに、実軌道での列車走行荷重波形を入力し、三次元個別要素法による軌道動的応答解析を行い、主にまくらぎとバラスト粒子の挙動について検討した。

不連続体解析法のソルバーとしては、汎用の三次元個別要素法ソフトウェア（Itasca社製3DEC）を用いた¹⁰。本法は、要素間の接触機構により生じる荷重を要素に加わる外力とし、要素重心での速度・角速度を未知数として、運動方程式を時間軸に関して離散化し解くものである。本法は、バラストの不連続体構造を多面体集合体で表現でき、また、要素間の接触については、要素同士で微小な貫入が生じた際にのみ作用するバネとスライダを要素間に配することで、荷重の伝達と変形挙動を表現する。これらのことは、バラスト特有の稜角の再現性、および、列車走行時の動的挙動の再現性に適するものと考えられる。

2. バラスト集合体の三次元形状測定とモデル化

2.1 バラスト砕石の三次元形状測定

バラスト特有の稜角を有する形状を表現するために、本論文では、砕石の頂点座標を測定し、それらを直線で結んで、三角形の面の集合体からなる多面体で数値的に表現した。図1に示すように、接触式三次元デジタイザ（Immersion社製MicroScribe-G2、測定精度0.35mm）を用いて約4000個の実バラストの頂点に関する三次元座標を測定した。本装置に取り付けたスイッチペダルを踏むと、RS-232C経由で、デジタイザのプロープ先端の三次元座標値がテキストデータとして自動取得できるようになっている。砕石の頂点座標の測定では、まず、頂点をマークし、全頂点がデジタイザで読み取れるように、万力とクランプを用いて砕石を中空に固定する。次に、デジタイザのプロープを頂点にあて三次元座標を取得し、これらを個々の砕石ごとに、全ての頂点に対して行う。

2.2 多面体モデルの自動生成アルゴリズム

測定した頂点座標値をもとに、個々の砕石形状を三次元多面体として数値的に表現する。その際、客観的かつ効率的に数値化できるように、多面体数値形状の自動生成アルゴリズムを開発した。本アルゴリズムは、①多面体の面は三角形とし、②多面体は凸集合形状とするという2つの前提からなる。図1の右側に、本アルゴリズムを用いて自動生成した多面体形状と実物形状を比較した例を示すが、いずれの砕石に関しても、生成した多面体モデルは概ね実形状を再現できていることがわかる。

2.3 測定頂点数に対する砕石の再現性

実バラストの形状を、多面体モデルで表現したことにより、粒度分布などの経験的な指標に代わり、砕石集合



図1 砕石形状測定装置と測定結果の例

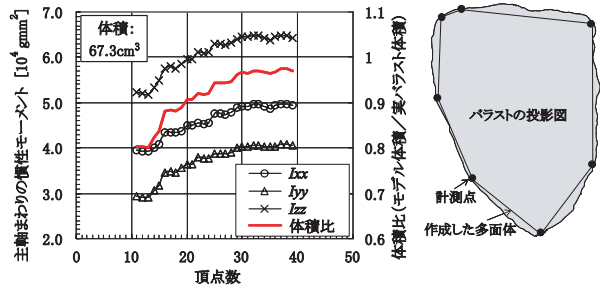


図2 頂点数と多面体の物理指標の再現性

体の形状特性を質量、主軸まわりの慣性モーメント、表面積などの定量的な物理指標で表現できるようになった。

図2の右図に模式的に示すが、多面体モデルでは、1つの面を平面と考え、頂点を直線で結んでいるため、バラストの内接線を取る形となり、実物より体積が小さくなると考えられる。そこで、自動生成した多面体モデルが、実際の砕石の特性をどの程度に表現可能かを確認するため、測定する頂点数を変えて、運動に直接関与する客観的な物理指標として、体積（質量）と主軸まわりの慣性モーメントの2つの再現性について調べた。

図2の左図は、道床バラストのサンプルについて、多面体モデルに使用した頂点数を横軸とし、頂点数に対応する多面体モデルの体積と主軸まわりの慣性モーメントを求めた例である。図より、体積および慣性モーメントは、頂点数の増加とともに増大し、頂点数がおおよそ30点をこえるとはほぼ一定値に漸近する傾向が見られる。このことより、1砕石あたり、30点ほどの頂点座標を測定すれば、多面体モデルで十分な再現精度があると判断できる。なお、頂点数約30点で多面体モデルを自動生成すると、多面体モデルは実物と比較して、平均で体積比の約0.77倍、長さの次元で約0.92倍の大きさであった。この点に関しては、多面体モデルの粒度を調整する際に考慮する必要がある。

2.4 慣性モーメントによる道床バラストの形状特性

前述の形状測定法により頂点数約30点で砕石形状を自動生成し、これをもとにバラスト用砕石の形状特性について調べた。不変量である3主軸まわりの慣性モーメントの合計値に対する各主軸まわりの慣性モーメントの比を、値が大きい順に I_1' 、 I_2' 、 I_3' とし、それらの頻度分布を図3に

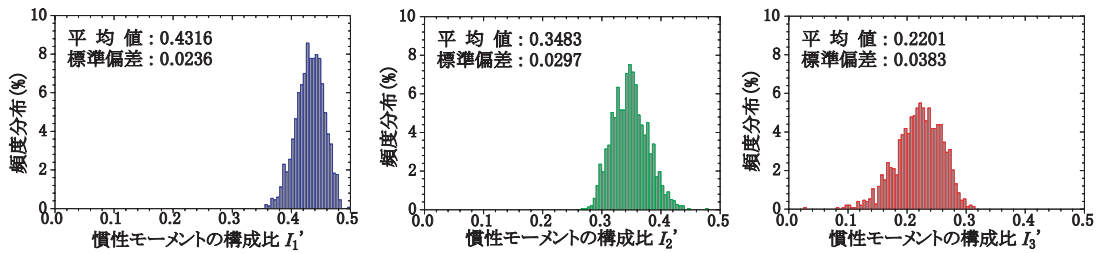


図3 3主軸まわりの慣性モーメントの分布特性

示す。図3より、 I_1' 、 I_2' 、 I_3' の分布は正規分布に近い形となり、平均値はそれぞれ約0.43、0.35、0.22であり、標準偏差は I_1' 、 I_2' 、 I_3' の順に大きくなる傾向がみられる。また、 I_1' 、 I_2' 、 I_3' の取り得る値の範囲は理論上は0から0.5であり、この値の大小により形状が異なる。例えば、 I_1' が0.5に近づくと物体は扁平な板状（または棒状）となり、さらに I_3' が0に近くなると細長い棒状となる。例えば、立方体や球では $I_1'=I_2'=I_3'=1/3$ である。測定した碎石では、平均で $I_1'=0.43$ 、 $I_2'=0.35$ 、 $I_3'=0.22$ であり、これは直方体で表した場合、縦、横、高さの比はおよそ2:3:4に相当する。

3. 碎石集合体の粒度調整

3.1 実バラストと多面体モデルの粒度分布

形状測定を行ったバラストサンプルより無作為に1000個を抽出し、ふるい分け試験を実施した。結果を図4に青線で示す。同図には、多面体モデルの粒度分布も橙線で示す。なお、2.3節で述べたように、頂点数約30点で生成した場合、多面体モデルは実物と比較して、長さの次元で約0.92倍小さく評価しており、多面体モデルの粒度分布については、実測値のふるい目寸法に0.92を乗じた値を用いた。

同図には、道床バラストに関する粒度分布の基準値を破線で示すが¹¹⁾、多面体モデルは、基準値と比較して粗粒分を多く含んでおり、バラスト軌道モデル作成に際して、多面体モデルの粒度分布を基準値内に調整する必要がある。そこで、本論文では、測定した多面体モデルから粒径を求め、任意の粒径に拡大縮小することで粒度分布の調整を行うことにした。

3.2 実バラストと多面体モデルの粒度分布の比較

本論文では、道床バラストを多面体で表現したが、多面体のような不規則形状の粒径を直接計算することは困難である。そこで、図5に示すように、多面体を、等価な主軸まわりの慣性モーメントを有する直方体で置き換えて、それをもとに粒径を定義して、粒度分布を間接的に求めることにした。以下にその手順を述べる。

a) 主軸まわりの慣性モーメント $I (I_{xx}, I_{yy}, I_{zz})$ の計算
多面体の形状に関する数値データをもとに、個々の碎石の主軸まわりの慣性モーメント $I (I_{xx}, I_{yy}, I_{zz})$ を求めた。

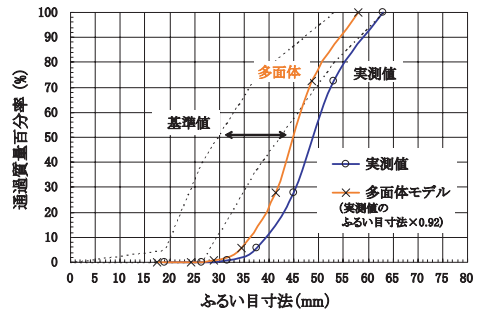


図4 実バラストの粒度分布

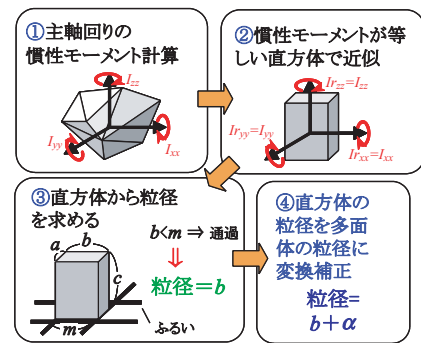


図5 多面体モデルの粒度分布の調整手順

b) 主軸まわりの慣性モーメントが一致する直方体近似
直方体の辺が x, y, z 軸に平行となるように置いた場合の x, y, z 軸に平行な辺の長さをそれぞれ a, b, c 、バラストの密度を ρ 、質量を m とすると、この直方体の慣性モーメント $I_r (I_{r_{xx}}, I_{r_{yy}}, I_{r_{zz}})$ は式(1)となる。

$$m = abc \cdot \rho$$

$$\begin{pmatrix} I_{r_{xx}} \\ I_{r_{yy}} \\ I_{r_{zz}} \end{pmatrix} = \frac{m}{12} \begin{pmatrix} b^2 + c^2 \\ c^2 + a^2 \\ a^2 + b^2 \end{pmatrix} \quad (1)$$

さらに、 $I = I_r$ と置くと、直方体の辺 a, b, c は式(2)となる。

$$\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sqrt{\frac{6}{m}(-I_{xx} + I_{yy} + I_{zz})} \\ \sqrt{\frac{6}{m}(I_{xx} - I_{yy} + I_{zz})} \\ \sqrt{\frac{6}{m}(I_{xx} + I_{yy} - I_{zz})} \end{pmatrix} \quad (2)$$

c) 直方体近似による粒径の定義

粒径はふるい目の寸法で定められ、直方体の粒径は、2番目に長い辺（以下第2辺）の長さが粒径となる。そこで、近似した直方体の第2辺をバラストの粒径と考え、粒

特集：鉄道力学

径加積曲線を図6にプロットした。図6より、直方体第2辺による粒度分布と多面体モデルの粒度分布とを比較すると、両者にはふるい目寸法で約7.4mmの差が見られる。これはバラストの突起部を平らな直方体に近似することで、バラストの粒径を過小に評価したためと思われる。図6より、直方体第2辺による粒度分布に7.4mmを足したものが、多面体モデルの粒度分布と概ね一致することから、ここでは多面体モデルの粒径として「慣性モーメントが一致する直方体の2番目に長い辺+7.4mm」として扱うことにした。

3.3 粒度分布の調整

粒度の調整にあたっては、碎石多面体モデルを自動生成する際に、その大きさを拡大・縮小することで粒度分布を調整する。すなわち、調整するサイズ（区間を指定）とバラストを乱数で選び、その区間の粒子個数に一致するように、指定した数だけ拡大もしくは縮小する。図7に実測に基づく多面体モデルに、サイズを調整したデータを加えた場合の粒度分布を示す。図7より、一連の操作により、粒度分布を基準値内に収めることができたことがわかる。

4. 多面体モデルの締固めとバラスト軌道のモデル化

バラスト軌道に関する三次元個別要素法モデルの製作過程を図8に示す。これは、レール延長方向50cmに相当する粒度調整後の約28000個の多面体モデルを、三次元個別要素法を用いて締固めたものである。手順としては、まず、道床外形の型枠を逆さまに配置し、その上空にバラストを均等に配置し（図8①）、三次元個別要素法を用いてバラストを自由落下させた（図8②）。つぎに、下部に設置した道床形状の箱内に堆積したバラストを、平均荷重20kN、振幅10kN、周波数10Hzの正弦波の動的荷重で締固めた（図8③）。最後に、モデル全体をひっくり返して、型枠を取り除き、まくらぎ表面より、平均荷重20kN、振幅10kN、周波数10Hzの正弦波の動的荷重で再度締固めを行い、バラスト軌道の実構造を模擬した三次元個別要素法モデルを完成した（図8④）。

5. 実測値波形を用いた軌道動的挙動解析

5.1 解析概要

解析モデルと解析概要を図9に示す。解析モデルは前述のように、路盤、道床バラスト碎石層、PC3号まくらぎ、軌道パッドからなり、バラスト軌道の実構造を模擬したものである。モデルの概略の寸法を図中に示す。まくらぎ、路盤については多面体剛体要素でモデル化した。また、Y方向の境界として、モデルの両側面に多面体剛体要素の固定壁

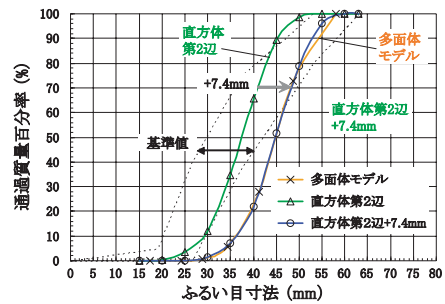


図6 多面体モデルと直方体から求めた粒度分布

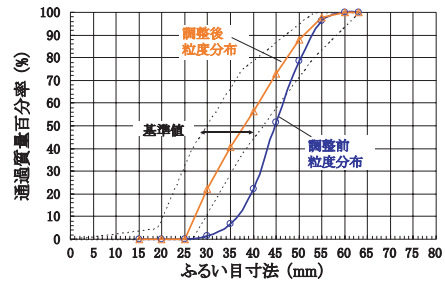


図7 粒度調整前後の粒度分布の比較

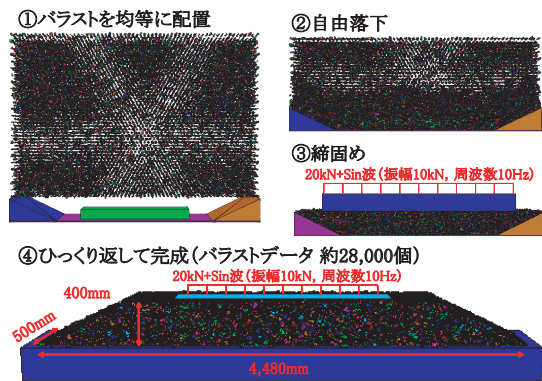


図8 バラストの締固めプロセス

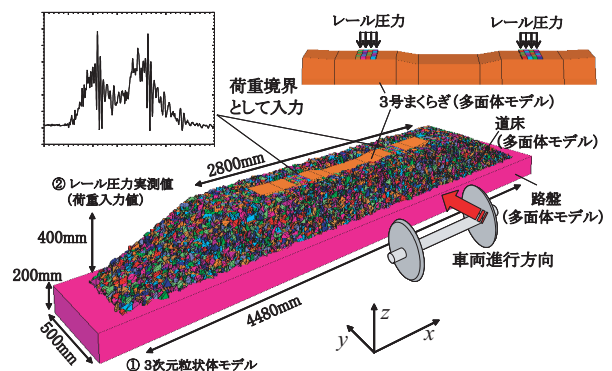


図9 三次元個別要素法を用いた軌道動的挙動解析

表1 解析パラメータ

要素内パラメータ	バラスト	まくらぎ	パッド	路盤	固定壁
密度 ρ [kg/m ³]	2720	2400	1000	2400	3000
要素間パラメータ	バラスト ↔	まくらぎ ↔	パッド ↔	路盤 ↔	固定壁 ↔
垂直ばね kn [Pa/m]	2.0×10^{10}	2.0×10^{10}	1.0×10^{10}	2.0×10^{10}	2.0×10^{10}
せん断ばね ks [Pa/m]	4.9×10^9	4.9×10^9	1.0×10^{10}	4.9×10^9	4.9×10^9
粘性係数 c [Pa]	0	0	1.0×10^{10}	0	0
摩擦角 ϕ [°]	34.1	30	80	40	0

を設けた。なお、以下の説明では、まくらぎ長軸方向断面 (Y-Z平面) を縦断面、まくらぎ短軸方向断面 (X-Z平面) を横断面とする。このモデルに対し、実軌道の溶接継目部で測定された先頭車前台区車のレール圧力波形を解析モデル上面のレール位置に取り付けたレールパッド上面に入力した。

5.2 解析パラメータ

解析に用いたパラメータを表1に示す。バラスト粒子間の垂直剛性、せん断剛性、摩擦角については、岩石不連続面に関する一軸圧縮試験、一面せん断試験結果¹²⁾を参考にした。また、本解析モデルにおける軌道パッドは、荷重境界としてのみ作用するため、その物性値については任意に設定できるので、ここでは、載荷時に位置がずれない程度の値とした。時間ステップは、 $\Delta t = 5 \times 10^{-6}$ sとし、レール圧力実測値が増加し始める時刻を、時刻のゼロとした。また、減衰については式(3)で示される Global damping を用い¹⁰⁾、3DECのデフォルト値 $R=0.5$ とした。

$$R = \sum c\dot{x} / \sum \dot{E}_k \quad (3)$$

ここに、 c ：粘性減衰定数、 \dot{x} ：ノードの速度

\dot{E}_k ：ノードの運動エネルギーの時間変化率

5.3 解析結果 (まくらぎ変位)

図10は、解析で得られたまくらぎ左右端の変位と、まくらぎ右端の変位の実測値である。図10より、解析結果は実測値と比較して、前後軸通過時でそれぞれ約 0.5 mm, 1.5 mm ほど大きいのが、前後軸通過で2つのピークが発生する傾向を概ね再現できていることがわかる。しかし、軸通過時の溶接継目部で発生した高周波の衝撃荷重については十分に再現できていないようである。この点に関しては今後改善が必要と考える。

5.4 解析結果 (まくらぎ下面荷重)

まくらぎ下面の荷重の分布を図11に示す。図11より、軌間中心付近のまくらぎ側面付近で荷重が集中する部分が見られる。まくらぎ縦断面に関して20 mm 毎の荷重を合計すると、図12となる。図12より、まくらぎ側面付近で、中央部より荷重が大きくなる傾向がみられる。

図13に、解析結果によるまくらぎ下面荷重の合計値と、左右のパッド上面に入力した荷重合計値を示す。図13より、入力波形の振動成分を除いた中央値とまくらぎ下面荷重はほぼ一致している。しかし、まくらぎ変位と同様に、入力波形の高周波成分、特に溶接継目部通過時の衝撃荷重が十分に再現できていないことがわかる。

5.5 バラスト粒子の並進・回転速度ベクトル分布

解析結果をもとに、個々のバラストの重心に関する並進速度と回転に関する回転速度の分布特性を求めた。図

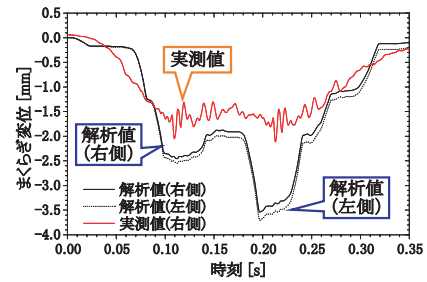


図10 まくらぎ変位

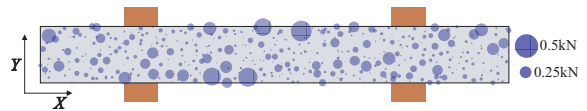


図11 まくらぎ下面荷重分布 (解析)

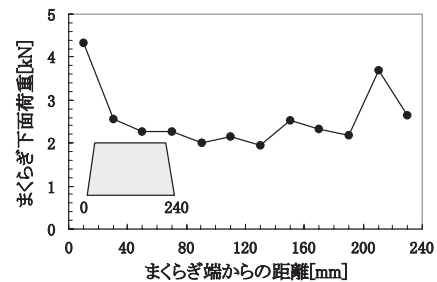


図12 まくらぎ下面荷重分布 (縦断面, 解析)

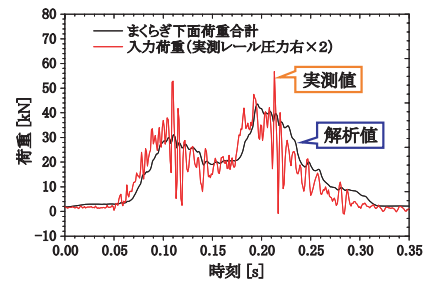


図13 まくらぎ下面荷重合計

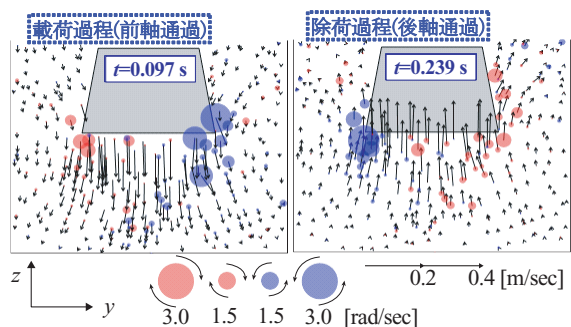


図14 バラスト粒子の並進・回転速度ベクトル

14に、前軸通過による載荷過程 ($t = 0.097$ s), および、後軸通過時の除荷過程 ($t = 0.239$ s) における、レール直下の縦断面上での、バラスト粒子の並進速度と回転速度の分布を示す。なお、前軸通過による載荷過程では前軸がまくらぎ中央より 271 mm 手前を通過した $t = 0.097$ s にて、バラストの並進速度および回転速度の絶対値合計が最大となり、一方、台車通過後の除荷過程では、後軸がまくらぎ中心より 552 mm 後方を通過した際 ($t = 0.239$ s)

特集：鉄道力学

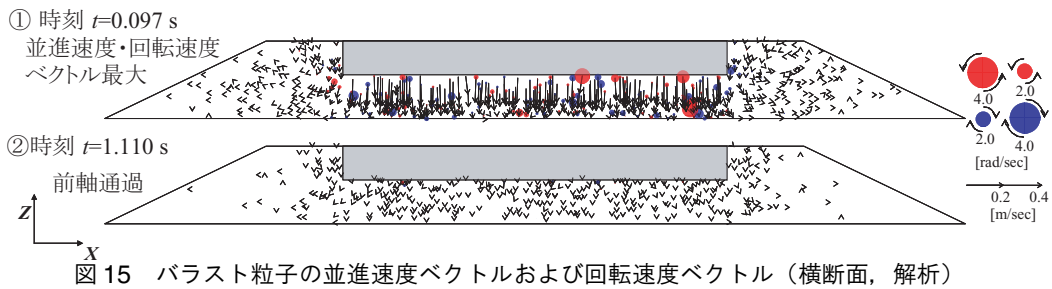


図15 バラスト粒子の並進速度ベクトルおよび回転速度ベクトル（横断面、解析）

に並進速度と回転速度が最大となった。図中、並進速度を矢印で、回転速度を円の大きさで示す。図14より、載荷過程、除荷過程ともに、まくらぎ直下のバラストの運動が顕著であり、また、まくらぎ端部付近に回転挙動が発生していることがわかる。

前掲の図11および図12をみると、まくらぎ下面の荷重についてはまくらぎ側面付近に集中しており、かつ、図14より、まくらぎ側面付近のバラストには、回転挙動が大きく発生するとともに、粒子自体が側方へ移動する傾向が得られた。これは、まくらぎが下向きに運動する際、まくらぎ側面付近のバラストは、まくらぎに対して「くさび」のように面が斜めに接するため、鉛直方向の移動に対する抵抗力に加え、側方および回転移動に対する抵抗力を発生していることが考えられる。

図15は、バラスト粒子の速度ベクトルと回転速度の分布を軌道横断面について示したものである。図15では、載荷過程 ($t=0.097\text{ s}$) および、前軸がまくらぎ中心直上を通過した時刻 ($t=0.110\text{ s}$) での分布を示す。載荷過程での速度分布より、まくらぎ直下の領域では、鉛直方向に大きく沈み込む動きがあり、まくらぎ端部から斜め下部の領域では、バラストは側方に移動する傾向が見られる。

一方、前軸通過直後では、バラストに大きな動きは見られない。図より、まくらぎ中央付近のバラストの移動はほぼ鉛直方向に限定されているのに対し、まくらぎ側面付近では、斜め下向きの移動とともに、局所的な回転移動が発生していることがわかる。

6. まとめ

本論文では、砕石実形状を三次元多面体モデルで数値化し、バラスト軌道を軌道パッド、まくらぎ、道床、路盤からなる不連続体モデルで表現した。本モデルにレール溶接継目部におけるレール圧力の実測波形を入力し、台車通過時における軌道構成部材の動的応答解析を行った。解析結果より、まくらぎ変位については実測値と比較して、若干大きめであるが、前後軸通過で2つのピークが発生する傾向を概ね再現することができた。また、まくらぎ下面の荷重は、まくらぎ側面付近に集中し、かつ、まくらぎ側面付近のバラストには、回転および側方へ移動する傾向が得られた。

本解析による実現現象の再現性に関しては、高周波領域の衝撃荷重の表現等について課題が残されているものの、解析結果より、列車走行による動的挙動については、おおむね実現現象に符合する再現性があることが確認できた。

今後は、高周波の応答の再現性を含めて、実軌道での測定結果を用いて、モデルの構造、減衰および粒子間のばね等のパラメータを精査し、三次元個別要素法による数値解析の高精度化をめざすものである。

文献

- 1) 高原清介: 新軌道材料, 第7編道床バラスト, pp.387-418, 鉄道現業社, 1985
- 2) 大島洋志: 道床バラストの石質と技術的課題, 鉄道総研報告, Vol.4, No.4, pp.18-26, 1990
- 3) 名村 明: 「軌道を構成する材料と構造」道床バラスト, 鉄道技術講座「軌道構造の設計・施工と保守」, 日本鉄道施設協会誌, Vol.45, No.2, pp.66-68, 2007
- 4) 垂水尚志: 道床・路盤・路床に関する研究開発の経緯, 鉄道総研報告, Vol.7, No.2, pp.1-10, 1993
- 5) 内田雅夫: 軌道技術の研究開発の現状と今後の課題, 鉄道総研報告, Vol.13, No.5, pp.1-4, 1999
- 6) 涌井 一: 衝撃輪重に起因する車両/軌道構造系の課題, 鉄道総研報告, Vol.17, No.9, pp.1-8, 2003
- 7) 涌井 一, 奥田広之: PCマクラギの限界状態設計法に関する研究, 土木学会論文集, No.557/V-34, pp.35-54, 1997
- 8) 奥田広之, 曾我部正道, 松本信之, 涌井 一: フローティング・ラダー軌道の波動伝播速度および衝撃輪重特性, 鉄道総研報告, Vol.15, No.12, pp.27-32, 2001
- 9) 浅沼 潔, 松本信之, 奥田広之, 涌井 一: プエプロ実験線の重軸重列車走行におけるバラスト・ラダー軌道の耐久性・保守省力効果, 鉄道総研報告, Vol.16, No.2, pp.45-50, 2002
- 10) Itasca Consulting Group, Inc.: 3DEC - 3 Dimensional Distinct Element Code, Theory and Background, 2007.
- 11) 須田征男, 長門彰, 徳岡研三, 三浦重編: 新しい線路-軌道の構造と管理, pp. 214-215, (社)日本鉄道施設協会, 1997
- 12) 三谷泰浩, 江崎哲郎, 浦川文寛, Mostafa Sharifzadeh: せん断変形過程における岩盤不連続面の間隙幅分布の評価に関する研究, 第34回岩盤力学に関するシンポジウム講演論文集, pp.57-64, 2005