

移動荷重を受ける有道床軌道の FEM 解析による沈下推定方法

関根 悦夫* 石川 達也**

Estimation Method of Plastic Deformation of Ballasted Track under Cyclic Moving Wheel Loads by FE Analysis

Etsuo SEKINE Tatsuya ISHIKAWA

This paper presents a simple method to estimate cyclic plastic deformation of ballasted track subjected to repeated train passages in terms of the strength and deformation characteristics of railroad ballast. We proposed a new analytical procedure with linear elastic FE analysis considering the cumulative strain derived from multi-ring shear test results of railroad ballast, and it revealed that the analytical procedure could roughly estimate the residual settlement of railroad ballast under cyclic moving wheel loads, by comparing the results of small-scale model tests of ballasted track with the analytical results.

キーワード：道床バラスト，地震，振動台，変形特性

1. はじめに

日本の在来線において約90%を占める有道床軌道(図1)は、列車荷重により、道床バラストに塑性変形が生じる。この塑性変形に伴う軌道面の不同沈下は、列車の走行安全性や乗り心地等に影響を与えるため、軌道面の変形量を定期的に測定し、基準値を超過した場合には補修作業を行っている。このため、効率的な軌道の維持管理を行うには、繰返し作用する列車荷重下の道床バラストの変形特性を解明する必要がある。

これまで、有道床軌道の変形特性解明の一環として行ってきた室内要素試験や模型軌道荷重試験の結果^{1)・2)・3)・4)}をもとに、道床バラストの繰返し三軸試験結果と FEM 解析を用いた道床バラストの繰返し塑性変形量の簡易推定方法を提案してきた^{5)・6)}。しかし、文献^{5)・6)}で提案した方法は、ある断面に集中荷重を加える定点荷重方式の繰返し荷重を対象としているため、実際の荷重形態と異なる。実際の荷重形態を模擬して静的荷重を作用させた荷重輪の走行による模型試験^{3)・4)・7)}では、定点荷重方式とは異なる挙動となる。その一因として、定点荷重方式では、道床バラスト内での主応力軸が繰返し荷重中に回転しないが、実現象では、荷重の移動に伴って道床バラスト内の主応力は大きさと同時に方向も時々刻々と変化することが挙げられている⁸⁾。

また、列車走行による荷重の増減と主応力軸方向の変化の制御が可能である多重リングせん断試験機(図2)を用いた室内要素試験^{9)・10)}では、主応力軸回転を与えた

場合(主応力軸回転場)の繰返し荷重時の累積鉛直変位は回転しない場合(主応力軸固定場)に比べて大きくなることが示されている。従って、道床バラストの繰返し塑性変形量を予測する解析手法においても、主応力軸回転の影響を考慮した室内要素試験結果を基にすることが予測精度向上に不可欠である。

そこで、本研究では、主応力軸回転場での多重リングせん断試験による道床バラストの累積ひずみ特性と FEM 解析による道床バラストの簡易な塑性挙動解析方法を提

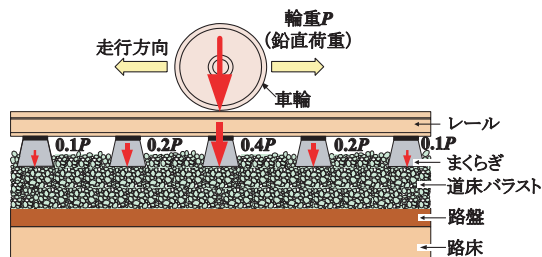


図1 有道床軌道の縦断面

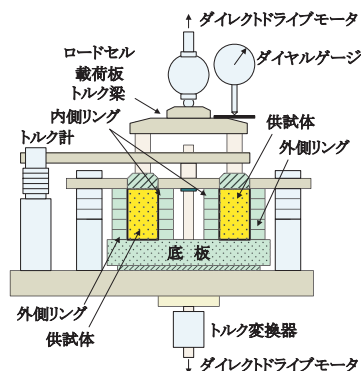


図2 多重リングせん断試験機

* 軌道技術研究部(軌道・路盤)

** 北海道大学

特集：軌道技術

案し、模型軌道の移動荷重載荷試験結果との比較検討により提案した解析方法の妥当性を検証するものである¹¹⁾。

2. 主応力軸回転場の累積ひずみ特性

本章では、多重リングせん断試験結果¹²⁾をもとに、主応力軸回転場における道床バラストの累積ひずみ特性について検討する。なお、試験時の載荷応力は、模型バラスト軌道の移動荷重載荷試験⁴⁾で道床バラストが受けた応力履歴を模擬したもので、道床バラストは実物の1/5相似粒度の粒状材料(図3)である。

2.1 道床バラストの累積ひずみ特性

図4に鉛直・せん断応力載荷試験(鉛直応力 σ_a とせん断応力 τ_{aq} を繰返し載荷することにより主応力軸回転が生じる応力状態で行う試験)と鉛直応力載荷試験(鉛直応力 σ_a を繰返し載荷することにより、主応力軸回転が生じない応力状態で行う試験)から得られた累積軸ひずみ～載荷回数関係を示す。ここで、累積軸ひずみは、1回の載荷中に鉛直応力が最大となった時(まくらぎ直上に載荷輪がある状態)のせん断開始直後からの累積軸ひずみ量である。

また、図5に、載荷回数 $N_c=200$ 回載荷時の、累積軸ひずみ～せん断応力振幅関係を鉛直応力振幅別に示す。ただし、図中の $(\tau_{a\theta})_{max}=0\text{kPa}$ の点は鉛直応力載荷試験の試験結果、 $(\tau_{a\theta})_{max}\neq 0\text{kPa}$ の点は鉛直・せん断応力載荷試験の試験結果を示したものである。同図から、鉛直応力振幅が同一であれば、鉛直・せん断応力載荷試験の方が鉛直応力載荷試験よりも累積軸ひずみは大きくなり、せん断応力振幅の増加に伴って増加することがわかる。せん断応力の載荷条件により累積軸ひずみの発生傾向に違いが生じたことは、せん断中の連続的な主応力軸の回転の影響によるものと考えられる。

2.2 主応力軸回転場の累積ひずみ量の推定

2.2.1 主応力軸固定場の場合

既往の研究⁴⁾では、主応力軸が固定場(定点荷重)における道床バラストの累積軸ひずみ量は、繰返し三

軸試験結果により式(1)のように表されると仮定している。

$$(\epsilon_a)_{max} = \left\{ \frac{SR_d}{a1(1-a2 \cdot SR_s^{a3}) \cdot N_c^{a4}} \right\}^{a5 \cdot N_c^{a6}} \quad (1)$$

ここに、 SR_s : 初期せん断応力比, $SR_s = \sigma_s / (2\sigma_m)$
 SR_d : 動的せん断応力比, $SR_d = \sigma_d / (2\sigma_m)$
 σ_s : 初期軸差応力, σ_d : 繰返し応力振幅
 σ_m : 平均主応力
 $(\epsilon_a)_{max}$: 累積軸ひずみ(主応力軸固定場)
 $a1 \sim a6$: 係数である。

本研究では、式(1)を多重リングせん断試験結果に適用するために、側圧係数の応力レベル依存性を考慮して新たな係数 $a7, a8$ を導入することとし、式(1)の $\sigma_s, \sigma_d, \sigma_m$ を式(2)のように表した。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_s &= ((\sigma_a)_{min} - (\sigma_r)_{min}) = ((\sigma_a)_{min} - a8 \cdot (\sigma_a)_{min}) \\ \sigma_d &= ((\sigma_a)_{max} - (\sigma_r)_{max}) - \sigma_s \\ &= ((\sigma_a)_{max} - a7 \cdot (\sigma_a)_{max}) - ((\sigma_a)_{min} - a8 \cdot (\sigma_a)_{min}) \\ \sigma_m &= ((\sigma_a)_{min} + (\sigma_r)_{min}) / 2 = ((\sigma_a)_{min} + a8 \cdot (\sigma_a)_{min}) / 2 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

ここに、 $(\sigma_a)_{max}$: 最大鉛直応力(負荷時)
 $(\sigma_r)_{max}$: 最大側方応力(負荷時)
 $(\sigma_a)_{min}$: 最小鉛直応力(除荷時)
 $(\sigma_r)_{min}$: 最小側方応力(除荷時)
 $a7 \sim a8$: 係数

主応力軸固定場における道床バラストの累積ひずみ量を推定するために、前述の多重リングせん断試験(鉛直応力載荷試験)結果をもとに、式(1)と式(2)の各係数を

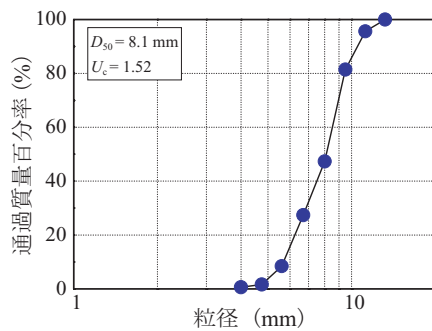


図3 試料の粒径加積曲線

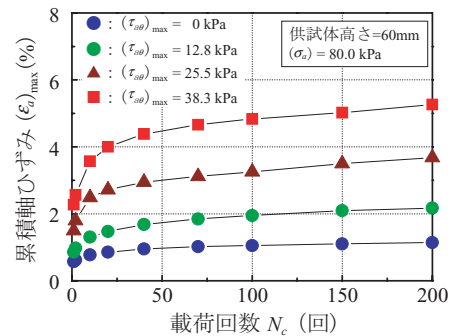


図4 軸ひずみ～繰返し載荷回数

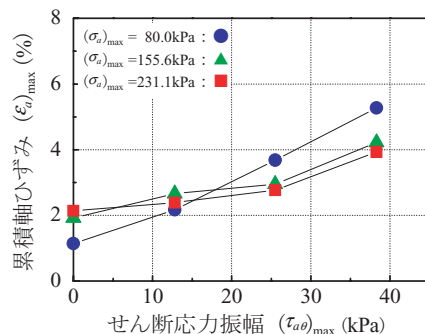


図5 累積軸ひずみ～せん断応力振幅

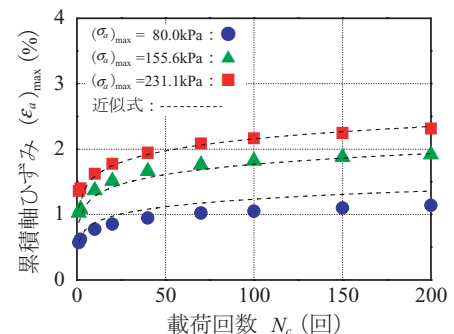


図6 累積軸ひずみの推定結果(主応力軸固定場)

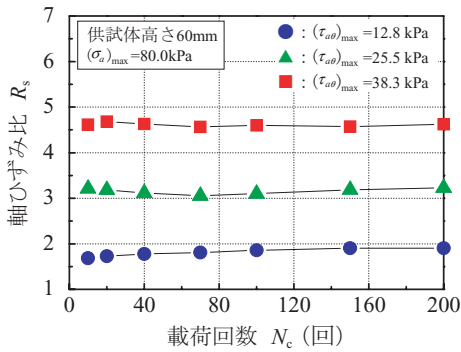


図7 軸ひずみ比～繰返し载荷回数

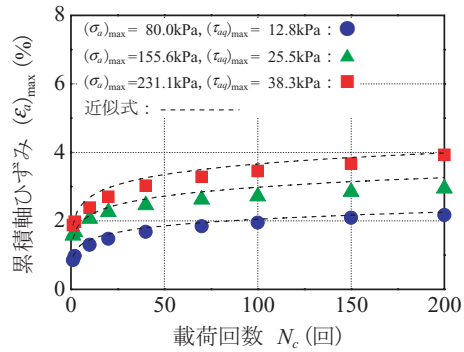


図9 累積軸ひずみの推定結果（主応力軸回転場）

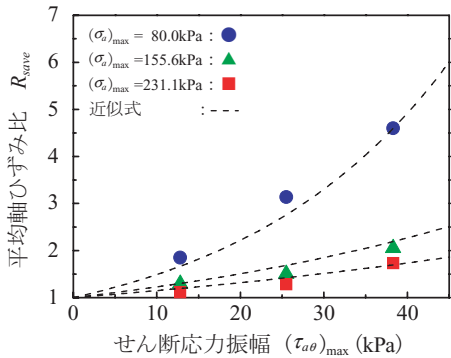


図8 平均軸ひずみ比～せん断応力振幅

同定した。図6は、式(1)から得られた各繰返し载荷回数の累積軸ひずみの推定値（図中の破線）と試験結果を示したものである。同図から、推定値は試験データに対してほぼ妥当なものであり、式(1)が主応力軸固定場（定荷重）における道床バラストの累積ひずみ特性の推定に有効であることがわかる。

2.2.2 主応力軸回転場の場合

式(1)を、主応力軸回転場（移動荷重）に適用するために、载荷方式の異なる二種類の多重リングせん断試験（鉛直・せん断応力载荷試験と鉛直応力载荷試験）結果の比較から、累積ひずみ特性に対する主応力軸回転の影響を検討する。

式(3)で定義する各载荷回数における累積軸ひずみの比と载荷回数との関係を図7に示す。

$$R_s = \epsilon_{a,mi}(N_c) / \epsilon_{a,fl}(N_c) \tag{3}$$

ここに、 $\epsilon_{a,mi}(N_c)$ ： 载荷回数 N_c における鉛直・せん断応力载荷試験の累積軸ひずみ

$\epsilon_{a,fl}(N_c)$ ： 载荷回数 N_c における鉛直応力载荷試験の累積軸ひずみ

同図から、各せん断応力振幅とも、軸ひずみ比は繰返し载荷初期に若干変動が見られるものの、 $N_c=40$ 回以降はほぼ一定になることがわかる。そこで、軸ひずみ比がほぼ一定と仮定できる载荷回数に対してその平均値を求め、平均軸ひずみ比 R_{save} とした。図8は、試験から得られた平均軸ひずみ比～せん断応力振幅関係を示したもの

である。同図から、鉛直応力振幅が減少あるいはせん断応力振幅が増加とともに平均軸ひずみ比が増加することがわかる。そこで、平均軸ひずみ比～せん断応力振幅関係をせん断応力振幅と鉛直応力振幅を説明変数とする式(4)により近似し、係数 a を同定した。図8に、その近似式と試験結果を示す。

$$R_{save} = \exp(a \cdot (\tau_{\theta})_{max} / (\sigma_a)_{max}) \tag{4}$$

同図から、载荷応力によらず、式(4)により平均軸ひずみ比を推定できることがわかる。一般に、中間主応力一定と仮定した場合、鉛直応力が同一であればせん断応力が増加する程、またせん断応力が同一であれば鉛直応力が増加する程、主応力軸回転角は大きくなるため、図8は主応力軸回転角の増加により累積軸ひずみが増加することを示すもので、累積軸ひずみに対する主応力軸回転の影響を評価する一つの指標であると考えられる。

以上のことから、繰返し移動輪荷重を受ける道床バラストの累積軸ひずみ $(\epsilon_a)_{max}$ は、先に係数を同定した式(1)、式(2)、式(4)から、式(5)で表せる。

$$(\epsilon_a)_{max} = \exp\left(a \frac{(\tau_{\theta})_{max}}{(\sigma_a)_{max}}\right) \left\{ \frac{SR_d}{a1(1-a2 \cdot SR_s^{a3}) \cdot N_c^{a4}} \right\}^{a5 \cdot N_c^{a6}} \tag{5}$$

図9は、式(5)から得られた各繰返し载荷回数の累積軸ひずみの推定値（図中の破線）を試験結果と比較したものである。同図から、推定値は、試験データに比べて若干大きめの値を示してはいるが、繰返し载荷に伴う累積軸ひずみの増加傾向を良く捉えており、式(5)が主応力軸回転場における道床バラストの累積ひずみ特性の推定に有効であることがわかる。なお、 $(\tau_{\theta})_{max} = 0$ の場合、式(5)と式(1)は一致することから、式(5)は主応力軸固定場に対しても適用可能である。

3. 累積損傷度理論を応用した累積変形解析方法

本章では、道床バラストの累積ひずみ特性を考慮し、道床バラストのせん断剛性を低下させて繰返し荷重載荷時の弾塑性変形を推測する「累積損傷度理論」⁴⁾を応用

特集：軌道技術

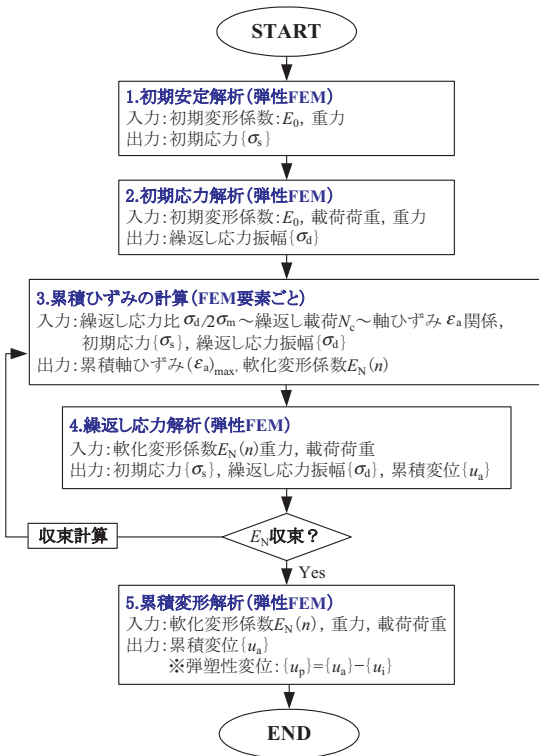


図10 累積損傷度を応用した累積変形解析手順

した FEM による累積変形解析により、有道床軌道の弾塑性変位量を推定する方法を検討する。

FEM解析における道床の変形係数の設定方法および弾塑性変形量の推定方法の概略を図10に示す。ここで、損傷後の変形係数（軟化変形係数 $E_N(n)$ ）は、道床バラストの累積ひずみ特性が式(5)のように表されることから、式(6)により算定するものである。

$$E_N(n) = \sigma_d / \varepsilon_{aN}(n) \quad (6)$$

ここに、 $\varepsilon_{aN}(n)$ ：式(5)により算出される繰返し載荷回数 $N \cdot$ 収束計算回数 n の場合の累積軸ひずみ $(\varepsilon_a)_{max}$

なお、道床バラスト以外の部材は、繰返し載荷により損傷しないと考える FEM 解析を行うこととする。

本研究で提案する累積変形解析の基本的な考え方は、繰返し塑性変形を呈する道床バラストに対して、解析前に仮定した剛性分布と、FEM解析結果（応力分布）を式(5)、式(6)に代入して得られる剛性分布を比較し、両者が一致するように応力の再配分とそれに伴う変形係数の再設定を繰り返しながら、解析モデルの剛性分布を現実の分布に近いものに収束させることで、繰返し載荷による塑性変形形状を再現するものである。したがって、その適用に際しては、FEM解析後に軟化変形係数分布を算定するために、解析から得られる各要素の応力状態から、初期軸差応力 σ_s 、繰返し応力振幅 σ_d 、平均主応力 σ_m を決定しなければならない。この場合、 σ_s 、 σ_d 、 σ_m が多

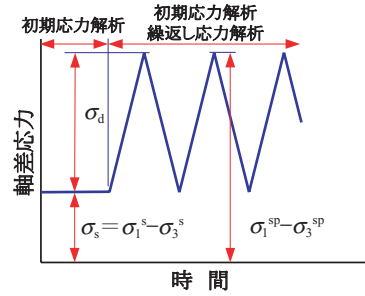


図11 最大・最小主応力と $\sigma_s \cdot \sigma_d$ の関係

重リングせん断試験の応力状態で式(2)のように表されることを考慮すると、道床バラストに自重のみが載荷された場合の応力状態と自重と載荷荷重が載荷された場合の応力状態を式(7)のように表すことができる。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_s &= \sigma_1^s - \sigma_3^s \\ \sigma_d &= (\sigma_1^{sp} - \sigma_3^{sp}) - \sigma_s \\ \sigma_m &= (\sigma_1^s + \sigma_3^s) / 2 \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

ここに、 σ_1^{sp} ：自重と荷重負荷時の最大主応力
 σ_3^{sp} ：自重と荷重負荷時の最小主応力
 σ_1^s ：自重負荷時の最大主応力
 σ_3^s ：自重負荷時の最小主応力

なお、当該近似方法における σ_s 、 σ_d と各載荷状態の最大・最小主応力 σ_1 、 σ_3 との関係を図11に示す。

4. 移動輪荷重繰返し作用下の有道床軌道の解析

本章では、模型有道床軌道に対して実施された定点載荷方式および移動載荷方式の繰返し載荷試験結果⁴⁾と、解析結果を比較し、前章で提案した累積変形解析方法の適用性について検討する。

4.1 解析方法

4.1.1 解析モデル

解析モデルは、模型有道床軌道(1/5縮尺)の繰返し移動載荷試験を模擬した2次元平面ひずみ FEM 解析モデルとし(図12)、収束計算用と累積変形用の2種類の解析モデルを設定した。

移動載荷試験の解析において、図12(a)に示す収束計算モデルは、軟化変形係数の収束計算(図10の手順3、4)に用い、図12(b)に示す累積変形モデルは、軟化変形係数の収束後に得られた軟化変形係数の分布を用いて行う累積変形解析(図10の手順5)に用いるものである。このうち、収束計算モデルはまくらぎ1本分の領域を模擬した解析モデルであり、累積変形モデルはまくらぎ5本分の領域を模擬した解析モデルとした。また、道床については、まくらぎ下面以下のみをモデル化し、道床厚さは50mmとし、まくらぎと道床の間および道床と路盤

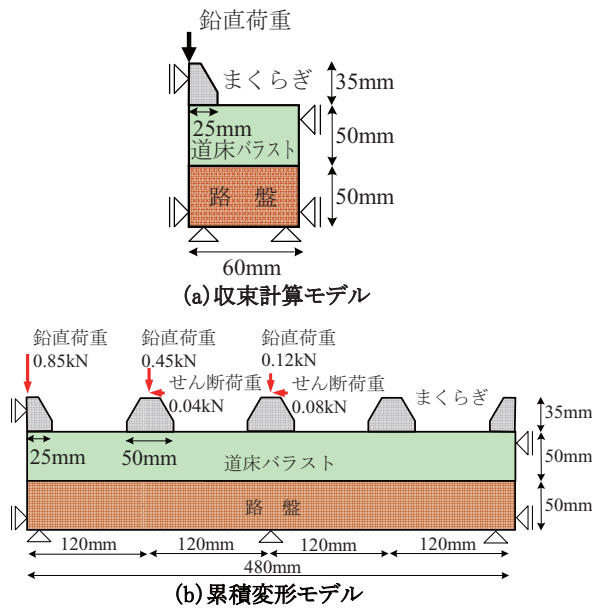


図12 FEM解析モデルの概略

の間にそれぞれ剛性が低く薄い要素（境界要素）を挿入して不連続性を考慮した。なお、各解析モデルとも模型まくらぎ中心線を対称軸とした1/2対称モデルである。

4.1.2 解析条件

静的線形弾性FEM解析で用いる解析パラメーターを表1に示す。このうち、まくらぎおよび路盤の材料定数は、模型試験と同じアルミ製まくらぎと鉄製路盤を想定し、一般的な値を採用した。また、境界要素の材料定数は、模型試験で得られた繰返し载荷1回目の弾性鉛直変位量とまくらぎ直下近傍の路盤圧力分布がFEM解析結果と模型試験結果とでほぼ一致するように設定した。一方、道床バラストの密度とポアソン比、および初期安定解析・初期応力解析で用いる荷重载荷前の未損傷の変形係数（初期変形係数 E_0 ）、繰返し応力解析・累積変形解析で用いる軟化変形係数 $E_M(n)$ については、模型試験の試験条件と模型試験の道床バラストの応力状態を想定した多重リングせん断試験結果をもとに設定した。

累積損傷度理論を適用する過程では、初期安定解析、初期応力解析、繰返し応力解析、累積変形解析が行われるが、初期安定解析では重力1Gのみを考慮し、初期応力解析、繰返し応力解析、累積変形解析では荷重载荷のほかにも重力も考慮した。この時の荷重条件は、模型試験との整合性をとるため、解析を行う場合には、模型試験にて各まくらぎで測定された荷重と同等の鉛直荷重とせん断荷重を载荷した（図12(b)）。ただし、収束計算モデル（図12(a)）に対しては、繰返し载荷による道床バラストの損傷が輪荷重の移動によりまくらぎ位置に関わらず模型まくらぎ中心線を対称軸とした対称形に生じると仮定し、累積ひずみの計算において道床が最も損傷するまくらぎ上に载荷輪がある場合の解析を実施することとした。

表1 FEM解析に用いたパラメーター

部材	まくらぎ	道床バラスト	路盤	境界要素
密度 ρ (g/cm ³)	2.70	1.45	0.20	0.001
変形係数 E (GPa)	70.0	0.07*	0.49	0.10
ポアソン比 ν	0.30	0.14*	0.30	0.10

* 損傷前の値

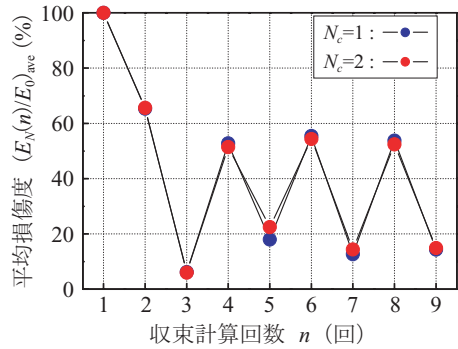


図13 道床バラストの平均損傷度の推移

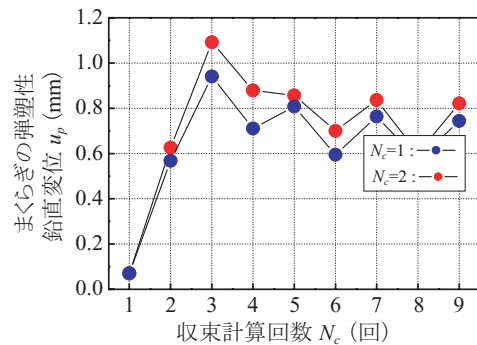


図14 まくらぎの弾塑性鉛直変位の推移

4.2 解析結果

ここでは、繰返し応力解析の計算過程で得られた軟化変形係数の分布と収束傾向、収束後の累積変形解析より得られた繰返し载荷に伴うまくらぎの弾塑性鉛直変位の推移をもとに、累積損傷度理論を応用したFEM解析の適用性について検討する。

4.2.1 繰返し応力解析の収束傾向

軟化変形係数の収束計算において、式(8)で定義される平均損傷度が繰返し応力解析の収束計算の進行に伴って推移する様子を図13に、収束計算の進行に伴うまくらぎの弾塑性変位量の推移を図14に示す。

$$(E_N(n)/E_0)_{ave} = \frac{100}{m} \sum_{k=1}^m E_{N,k}(n)/E_0 \quad (8)$$

ここに、 $(E_N(n)/E_0)_{ave}$ ：平均損傷度

m ：道床部の全要素数

$E_{N,k}(n)$ ：繰返し载荷回数 N 回目・収束計算 n 回目の道床要素 k の軟化変形係数

図13, 14から軟化変形係数およびまくらぎの弾塑性鉛直変位はある値を中心とした振動状態にあるが、収束計算6, 7回以降では振動振幅はほぼ一定となることがわか

特集：軌道技術

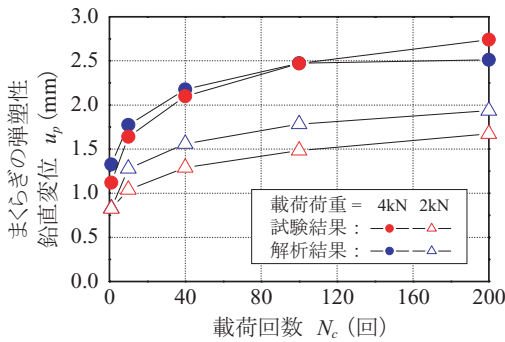


図 15 解析結果と試験結果の比較

る。そこで、平均損傷度の収束判定については、 n 回目の値が $n-1$ 回目の値と比較して、その変化率が±5%以下となった場合、あるいは充分収束せずにある値を中心とした振動状態にある時には、平均損傷度の変化率が収束計算の奇数回の前後かつ偶数回の前後で両者の変化率が±2%以下となった場合に収束したものとして判定した。

4.2.2 解析結果と試験結果の比較

図15に、解析によるまくらぎの弾塑性変位量と移動荷重方式の繰返し荷重試験結果とを示す。同図から、解析結果のまくらぎの弾塑性変位(収束値)は、試験結果に比べ若干大きいものの、試験結果の繰返し荷重に伴う弾塑性変位量の増加傾向と各試験条件ともある程度一致しており、本研究で提案した推定方法が、移動荷重作用下においても有効であることがわかる。

以上のことから、実現象に即した試験条件で精度の高い要素試験を行い、道床バラストの累積ひずみ特性を把握し、それに基づいて累積変形解析を実施した場合、簡易な線形弾性FEM解析でも、移動荷重作用下の道床バラストの繰返し塑性変形量を比較的精度良く推定できることがわかった。ただし、解析精度の向上については今後さらに検討を要するものである。

5. まとめ

本研究では、移動荷重繰返し作用下の道床バラストの繰返し塑性変形量の簡易推定方法を提案するため、移動荷重荷重方式による有道床軌道の模型試験で生じる道床バラストの繰返し塑性変形挙動の解析方法について検討した。その結果、移動荷重により生じる主応力軸の連続的な回転が道床バラストの変形挙動に及ぼす影響を検討可能な、累積損傷度理論を応用したFEMによる累積変形解析法を提案することができた。また、主応力軸回転条件で実施した道床バラストの多重リングせん断試験結果を用いて提案した累積変形解析を行った場合、移動荷重作用下の道床バラストの繰返し塑性変形量を簡

易な線形弾性解析で比較的精度良く推定できることを、模型試験結果との比較検討により示した。しかし、実務レベルに提案した解析手法を利用するには、現象のモデル化方法や要素試験の実施方法等に関して、検討すべき多くの課題がある。今後、解析手法の適用性や解析精度の向上に関する研究を実測データを用いたケーススタディにより深度化させたい。

文 献

- 1) 関根悦夫, 木幡行宏, 蔭関魯, 矢崎澄雄, 長戸博: 道床バラストの強度・変形特性, 鉄道総研報告, Vol.14, No.4, pp.13-18, 2000
- 2) 木幡行宏, 三浦宏介: 単粒度碎石の強度・変形特性に及ぼす密度および粒度分布の影響, 平成15年度土木学会北海道支部論文報告集, 第60号, pp.494-497, 2004
- 3) 関根悦夫, 石川達也, 木幡行宏: 道床バラストの繰返し塑性変形に及ぼす移動荷重の影響, 鉄道総研報告, Vol.18, No.3, pp.17-22, 2004
- 4) 関根悦夫, 石川達也, 河野昭子: 道床バラストの繰返し塑性変形に及ぼす道床厚さの影響, 鉄道総研報告, Vol.19, No.2, pp.17-22, 2005
- 5) 関根悦夫, 石川達也: 繰返し荷重を受ける粒状材料の累積損傷度理論による塑性変形解析, 土木学会舗装工学論文集, Vol.10, pp.53-60, 2005
- 6) 関根悦夫, 石川達也: 累積損傷度理論によるバラスト軌道の沈下予測手法, 鉄道総研報告, Vol.21, No.6, pp.17-22, 2007
- 7) Momoya, Y., Sekine, E. and Tatsuoka, F.: Deformation characteristics of railway roadbed and subgrade under moving-wheel load, Soils and Foundations, 45(4), pp.99-118, 2005.
- 8) 村本勝己, 関根悦夫, 桃谷尚嗣: 軌道模型の繰返し荷重試験における荷重方法の影響, 第56回年次学術講演会講演概要集, 3-A, pp.434-435, 2001
- 9) 石川達也, 関根悦夫, 杉山圭大, 三浦清一: 多重リングせん断試験機による単粒度碎石の繰返し変形挙動の検討, 地盤工学会北海道支部技術報告集, 第45号, pp.105-114, 2005
- 10) 石川達也, 関根悦夫, 三浦清一: 粒状材料の繰返し変形挙動に及ぼす移動荷重の影響評価, 土木学会舗装工学論文集, Vol.11, pp.23-31, 2006
- 11) 関根悦夫, 石川達也: 移動荷重を受ける粒状材料の累積損傷度理論による塑性変形解析, 土木学会舗装工学論文集, Vol.12, pp.47-55, 2007
- 12) 福津圭基, 石川達也, 三浦清一, 関根悦夫: 礫の繰返し変形特性に及ぼす粒径及び主応力回転の影響, 地盤工学会北海道支部技術報告集, 第47号, pp.155-160, 2007