

非線形減衰特性を考慮した 上下系空気ばねモデルの検討

下澤 一行* 遠竹 隆行*

An Air Spring Model Considered Characteristics of Non-linear Damping for Vertical Motion

Kazuyuki SHIMOZAWA Takayuki TOHTAKE

This paper reports dynamic characteristics and a non-linear model of the air spring for vertical motion. By making a dynamic model that expresses the characteristics of the air spring precisely; it is possible to estimate accurately the dynamic characteristics of a vehicle and is contributive to improve the ride comfort of the vehicle. Based on the results of the examination of the air spring, the author examined the dynamic model of the air spring. Consequently, the characteristic of damping of the air spring is neither viscous (linear) nor quadratic, is proportional to a velocity exponent of approximately 1.7.

キーワード：空気ばね，力学モデル，非線形減衰

1. はじめに

空気ばねは、ゴム膜で囲まれた容積が変化する空気ばね本体と、容積が固定されている補助空気室で構成され、その間にオリフィスを設けることで空気の圧縮性によるばね特性とオリフィスを通る空気の圧力損失による減衰の2つの特性を併せ持っている(図1)。空気ばね本体と補助空気室の容積を大きく取ることで柔らかなばねにすることができ、柔らかなばねの欠点である荷重変化によるばね高さの変動を、高さ調整装置を用いることである範囲内に収められる機構となっている。ボルスタレス台車に用いられる空気ばねは、台車と車体の間に置かれ車体を上下および水平方向に支持し、乗り心地に大きな影響を及ぼす。空気ばねの特性を精度良く表すモデルを作成することで、車両の動特性を精度良く推定することが可能となり、車両の乗り心地向上等に貢献することができる。

空気ばねの上下方向の力学モデルとしては國枝¹⁾により、ばねとダンパの並列モデルとして提案されたが、等価ばね定数と等価減衰係数が振動周波数の変数となっており、振動応答を考える上では非常に扱いにくいモデルとなっていた。その後、小田ら²⁾により粘弾性体の振動モデルとして表わされた等価線形モデルが提案され、現在も広く使われている。しかし、このモデルはオリフィスを通る空気の流量を空気ばね本体と補助空気室の差圧

に比例するとした線形モデルであるため、振幅依存性を持つ実際の応答特性とは異なっている。オリフィスを通る空気の流量を差圧の平方根に比例するとした非線形モデルは小柳³⁾により検討されたが、空気ばねの変位が大きな場合などでは実際の特性を再現していない。また、これらのモデルは、ボルスタ台車に用いられている比較的小口径の空気ばねの測定データをもとにしたものであり、現在広く使用されているボルスタレス台車の大口徑空気ばねを対象としたモデルの検証に関する報告は見かけない。そこで、在来線用ボルスタレス台車に使用されている空気ばねを用いた特性確認試験を実施し、空気ばねの基本特性を確認するとともに、空気ばねの特性を再現する非線形減衰特性を考慮した上下系の非線形モデルについて検討したので、その結果について報告する。

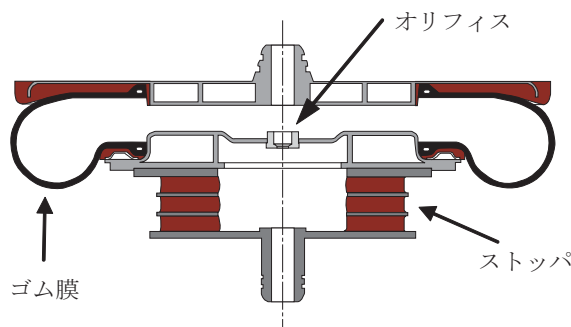


図1 空気ばね本体断面図

* 車両構造技術研究部（車両運動）

特集：車両技術

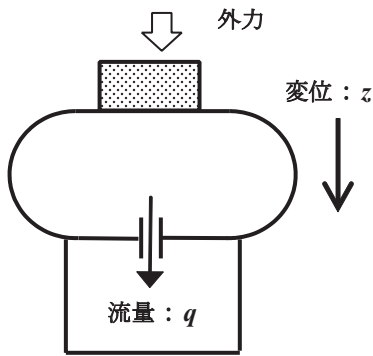


図2 空気ばねモデル

2. 空気ばねモデル

空気ばね上面に死荷重を載せて内圧 P_0 で釣り合っている初期状態から、空気ばね上面に外力をかけ、空気ばねが z 変位した時を考える (図2)。使用する記号は以下の通りとする。これまでのモデルでは、容積変化率と有効受圧面積を等しくしていることが多い。

- A : 有効受圧面積
- A_z : 有効受圧面積変化率
- A_V : 空気ばねの上下変位に対する容積変化率
- C_d : 流量係数
- d : オリフィスの直径
- F_a : 空気ばねの発生力
- g : 重力加速度
- κ : ポリトロップ指数
- P_A : 空気ばね本体の内圧
- P_B : 補助空気室の内圧
- ρ_0 : 初期状態での空気密度
- P_{at} : 大気圧
- P_0 : 初期状態での内圧
- q : オリフィスを通る空気質量
(本体から補助空気室への流れを+とする)
- R_β : 流量抵抗係数
- S_o : オリフィスの断面積
- V_A : 初期状態での空気ばね本体の容積
- V_B : 補助空気室の容積
- z : 初期状態からの空気ばねの変位

空気ばねの発生力は

$$F_a = (P_A - P_{at})(A + A_z z) - (P_0 - P_{at})A \quad (1)$$

となる。

空気の挙動をポリトロップ変化と仮定すると、空気ばねと補助空気室の内圧 P_A, P_B にはそれぞれ式(2)、式(3)の関係式が成り立つ。

$$P_A = P_0 \left\{ \frac{\rho_0 V_A - q}{\rho_0 (V_A - A_V z)} \right\}^\kappa \approx P_0 \left(1 + \kappa \frac{\rho_0 A_V z - q}{\rho_0 V_A} \right) \quad (2)$$

$$P_B = P_0 \left\{ \frac{\rho_0 V_B + q}{\rho_0 V_B} \right\}^\kappa \approx P_0 \left(1 + \frac{\kappa q}{\rho_0 V_B} \right) \quad (3)$$

式(1)および式(2)より、空気ばねの発生力は

$$F_a = \frac{\kappa A A_V P_0}{V_A} \left(z - \frac{1}{\rho_0 A_V} q \right) + (P_0 - P_{at}) A_z z \quad (4)$$

となる。

ここで、オリフィスを通る空気の流量特性として次式を仮定する。

$$R_\beta \dot{q}^\beta = P_A - P_B \quad (5)$$

すなわち、オリフィスを通る空気の流量速度の β 乗が差圧に比例するとする。式(5)に式(2)と式(3)を代入すると、

$$R_\beta \dot{q}^\beta = \frac{\kappa A_V P_0}{V_A} \left\{ z - \frac{V_A}{\rho_0 A_V} \left(\frac{1}{V_A} + \frac{1}{V_B} \right) q \right\} \quad (6)$$

となる。さらに、

$$\begin{cases} q = \lambda \rho_0 A_V y \\ \lambda = \frac{V_B}{V_A + V_B} \end{cases} \quad (7)$$

と変数変換すると、式(4)と式(6)は式(8)で書き表すことができ、図2に示す力学モデルと等価となる。

$$\begin{cases} F_a = K_1(z - y) + (K_2 + K_3)z \\ C_\beta \dot{y}^\beta = K_1(z - y) \end{cases} \quad (8)$$

ここで、

$$\begin{cases} K_1 = \frac{\kappa \lambda A A_V P_0}{V_A} \\ K_2 = \frac{\kappa(1-\lambda) A A_V P_0}{V_A} = \frac{1-\lambda}{\lambda} K_1 \\ K_3 = (P_0 - P_{at}) A_z \\ C_\beta = \lambda A R_\beta (\lambda \rho_0 A_V)^\beta \end{cases} \quad (9)$$

この力学モデルでは、 K_3 は有効受圧面積の変化によるばね定数、 $K_2 + K_3$ はオリフィス開放時のばね定数、 $K_1 + K_2 + K_3$ はオリフィス密閉時のばね定数を表している。減衰係数 C_β の単位は $\text{N}(\text{sec}/\text{m})^\beta$ となる。また、 $\beta = 1$ の場合は従来から使用されている等価線形モデルに、 $\beta = 2$ の場合は小柳による非線形モデルに一致するのは明らかである。

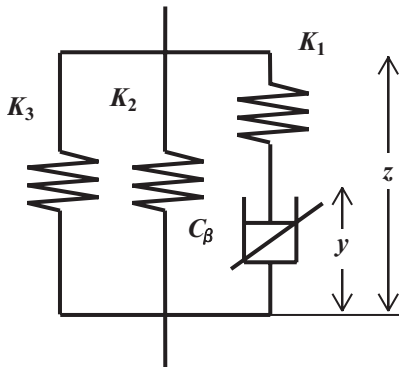


図3 非線形力学モデル

3. 性能確認試験

在来線通勤車用ボルスタレス台車に使用されている空気ばね(呼称有効径: $\phi 570\text{mm}$, オリフィス径: $\phi 15\text{mm}$)を用いた特性確認試験を実施した。試験は補助空気室の容積を 45ℓ とし, 空気ばねを標準高さ(200mm)とした時の内圧(以下, 初期内圧と呼ぶ。)を200kPa, 280kPa(空車相当), 400kPaの3条件で行い, 空気ばねと補助空気室の内圧, 変位, 荷重などを時刻歴に測定した。なお, 空気ばねの変位は標準高さを0とし, 圧縮側を+としている。

3.1 基本特性

3.1.1 有効受圧面積と有効受圧面積変化率

受圧面積は空気ばね上面で荷重を受けている面積(=荷重÷内圧)を表し, 標準高さでの受圧面積を有効受圧面積と呼ぶ。受圧面積変化率は空気ばね高さの変化に対する受圧面積の変化率を表し, 標準高さでの受圧面積変化率を有効受圧面積変化率と呼ぶ。

初期内圧280kPaでの静荷重試験から得られた変位と受圧面積の関係を図4に示す。静荷重試験は空気ばね高さを標準高さに対し $\pm 20\text{mm}$ の範囲で徐々に圧縮・伸張を行い, 1mm毎に内圧, 荷重を測定した。図4には $\pm 20\text{mm}$ 変位した領域での受圧面積を2次曲線で近似した曲線とJIS⁴⁾の規定による $\pm 10\text{mm}$ 変位した領域での受圧面積を直線で回帰した直線を示している。変位が小さい場合($\pm 10\text{mm}$ 以下)は測定値と2つの近似線との差は小さいが, 変位が大きくなる($\pm 10\text{mm}$ 以上)と回帰直線と測定値の差は開いてくる。他の2種類の初期内圧における変位と受圧面積の関係も同様な傾向を示している。通常走行中の空気ばねの挙動など, 振幅が小さい場合には回帰直線を用いても問題はないが, 大変位を扱う際には2次の近似曲線を使用する必要があると考えられる。

各初期内圧における有効受圧面積と有効受圧面積変化率を表1に示す。それぞれの値は, JISの規定による $\pm 10\text{mm}$ 変位した領域を直線で回帰した結果を示している。

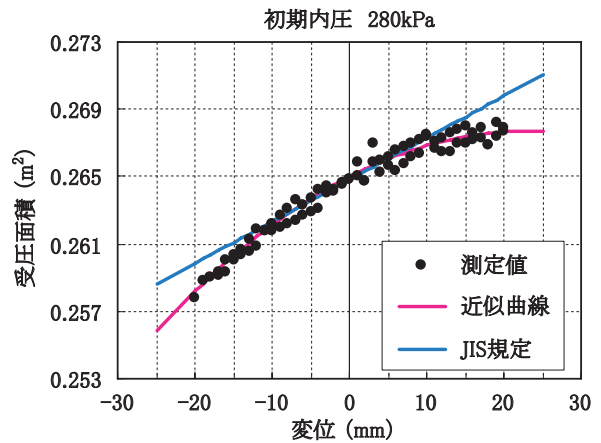


図4 変位と受圧面積の関係

表1 初期内圧と有効受圧面積及びその変化率

初期内圧 (kPa)	有効受圧面積 (m ²)	有効受圧面積変化率 (m)
200	0.264	0.242
280	0.265	0.248
400	0.267	0.244

有効受圧面積及びその変化率は初期内圧に依存している。

3.1.2 容積と容積変化率

空気ばね本体の容積は内圧と空気ばね高さの関数となるが, 外部との空気の流入, 流出が無い閉鎖系の場合には, 初期内圧と空気ばね高さの関数となる。JIS⁴⁾の内容積試験方法をもとに, 空気ばね高さを標準高さに対し0, ± 5 , $\pm 10\text{mm}$ 変位させた際の内容積を測定した。その時の内圧は静荷重試験で得られた各変位での内圧とし

表2 初期内圧と容積および容積変化率

初期内圧 (kPa)	容積 ($\times 10^{-3}\text{m}^3$)	容積変化率 (m ²)
200	22.5	0.248
280	23.5	0.248
400	24.4	0.240

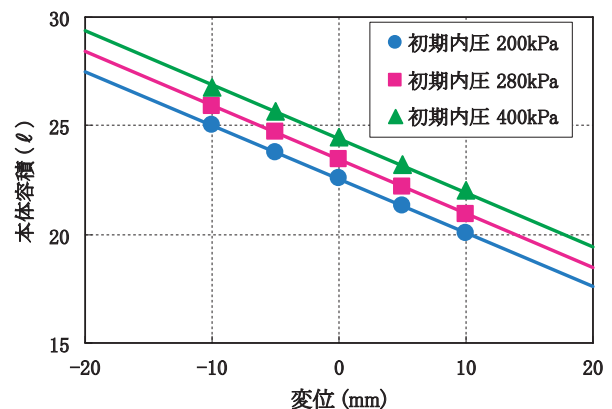


図5 変位と容積の関係

特集：車両技術

た。測定した空気ばね本体の標準高さでの容積及び容積変化率の値を表2に、変位と容積の関係を初期内圧ごとの回帰直線とともに図5に示す。容積変化率は初期内圧及び変位に依らずほぼ等しく、その値は有効受圧面積とほぼ同じ値であった。

3.2 ばね定数

強制変位加振試験で得られた初期内圧 280kPa での周波数、加振振幅と動ばね定数の関係を図6に示す。図中には、静荷重試験で得られた静ばね定数と表1、表2の値を用い、ポルトロープ指数を1.4として式(9)から計算したオリフィス開放時の動ばね定数 K_2+K_3 を実線で示している。強制変位加振試験は、標準高さでの空気ばね内圧が各初期内圧になるような荷重を空気ばね上面にかけ、空気ばね上面を規定の振幅、周波数の正弦波で加振した。

動ばね定数は初期内圧、周波数及び加振振幅に依存し、周波数及び振幅が大きいほど動ばね定数は大きくなる。周波数が低くなると、振幅依存性がなくなり、オリフィス開放時のばね定数 (K_2+K_3 , $\kappa=1.4$) に近づくが、静ばね定数に対し約1.3倍となっている。静ばね定数をオリフィス開放時のばね定数と考え、式(9)よりポルトロープ指数を求めると約1.1となり、断熱変化と仮定した場合の1.4に対して小さい値となった。静荷重試験では空気ばねを徐々に変位させているので、空気の状態変化が比較的等温変化に近くなっているためポルトロープ指数が1.1となり、加振試験では断熱変化に近いためポルトロープ指数が1.4になっていると考えられる。

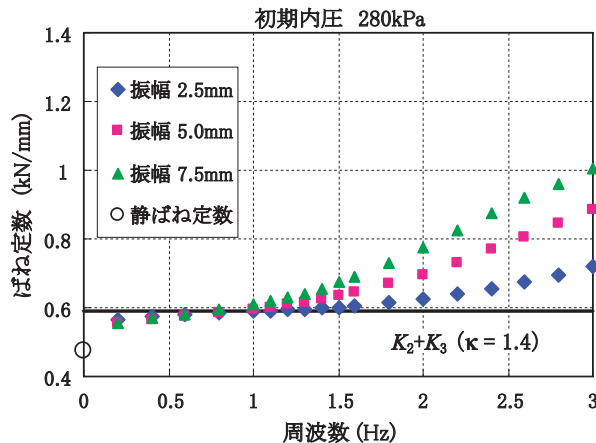


図6 加振振幅、周波数とばね定数の関係

3.3 自由加振試験による周波数応答

自由加振試験は、標準高さでの空気ばね内圧が各初期内圧になるように空気ばね上面に死荷重を載せ、補助空気室下面を規定の振幅、周波数の正弦波で加振した。初期内圧が 280kPa での応答倍率 (= 死荷重の変位 ÷ 加振振幅) を図7に示す。

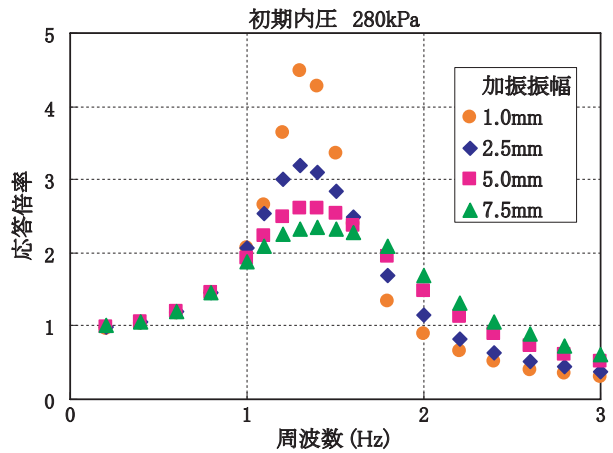


図7 周波数応答

応答倍率は周波数に依存し、1Hz以下の周波数では振幅に依存せず、それ以上では加振振幅に依存している。ピーク周波数は加振振幅に依らず、ほぼ同じ周波数となっている。ピーク周波数付近では加振振幅が大きくなると応答倍率は小さくなるが、ある周波数(図7では、1.6Hz付近)以上では逆に加振振幅が大きいほど応答倍率は大きくなっている。

4. 減衰特性の同定

式(9)より、ばね定数 (K_1, K_2, K_3) は空気ばね諸元より求めることができるが、減衰係数 C_β は、 R_β に対する理論式がないため求めることができない。そこで、測定結果をもとに β および R_β を求めることにした。 K_1 は初期内圧の関数となるため、

$$K_1 = K_0 P_0 \quad , \quad K_0 = \frac{\kappa \lambda A A_V}{V_A} \tag{10}$$

とおき、自由加振試験での応答倍率の測定値から初期内圧ごとに β および R_β とともに K_0 も求めることにした。初期内圧ごとに、式(11)で定義する χ^2 (測定値と計算値の残差二乗和) を最小とする β, R_β, K_0 の最適値を求めた。なお、ポルトロープ指数は1.4とした。

$$\chi^2 = \sum \{f_i(\beta, R_\beta, K_0) - R_i^m\}^2 \tag{11}$$

ここで、 $f_i(\beta, R_\beta, K_0)$ 、 R_i^m は応答倍率の計算値及び測定値である。

得られた各初期内圧での β, R_β, K_0 の最適値を表3に示す。表中の K_0^T は表1、表2の値を用い、式(10)より求めた K_0 の値である。初期内圧 280kPa での自由加振試験から得られた応答倍率を図8に、強制変位加振試験から得られた動ばね定数を図9に示す。各図には測定値をシンボルで、表3に示す β, R_β, K_0 の最適値を用いた計算値を実線で示している。自由加振試験での応答倍率、

表3 β , R_0 , K_0 の最適値

初期内圧 (kPa)	β	R_0 (N/m ² (s/kg) ^{β})	K_0 (m)	K_0^T (m)
200	1.74	2.39×10^6	2.68	2.72
280	1.67	1.75×10^6	2.47	2.57
400	1.65	1.42×10^6	2.42	2.38

および強制変位加振試験での動ばね定数の測定値と計算値はよく一致し、測定値から求めた K_0 の最適値も空気ばね諸元から求められる K_0^T とほぼ同じ値になっている。何れの初期内圧においても β は 1.7 前後となっており、空気ばねの減衰特性は、粘性減衰 ($\beta=1$) および速度 2 乗減衰 ($\beta=2$) とは異なっている。文献⁵⁾においても、空気ばねの上下方向の減衰特性が速度の 1.8 乗に比例していると報告されている。

速度 2 乗減衰 ($\beta=2$) の場合と比較する。 $\beta=2$ として式(11)を用いて測定値から R_2 , K_0 の最適値を求めた結果、初期内圧が 280kPa では、 $R_2=4.53 \times 10^6$, $K_0=2.43$

となった。この値を用いた自由加振試験での応答倍率の計算値と測定値を図10に、動ばね定数の計算値と測定値を図11に示す。自由加振試験での応答倍率では、小振幅 (1.0mm) での共振点付近および大振幅 (7.5mm) での高周波領域 (1.6Hz 以上) で測定値と計算値の間に違いが見られる。

一般に、オリフィスを通る空気の質量流量は

$$\dot{q} = C_d S_o \sqrt{2\rho_0(P_A - P_B)} \quad (12)$$

と表されるので、(5) 式より

$$R_2 = \frac{1}{2C_d^2 S_o^2 \rho_0} \quad (13)$$

となる。初期内圧 280kPa, $C_d=0.8$ の場合には $R_2=7.67 \times 10^6$ となり、測定値から得られた流量抵抗係数は式(13)から求められる流量抵抗係数の約 60% となっている。

ここで、1Hz 以下での応答倍率を 3 種類の減衰特性 (β

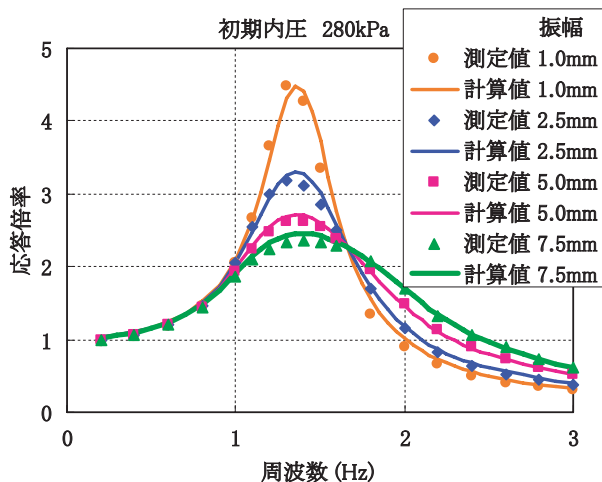


図8 自由加振試験による応答倍率

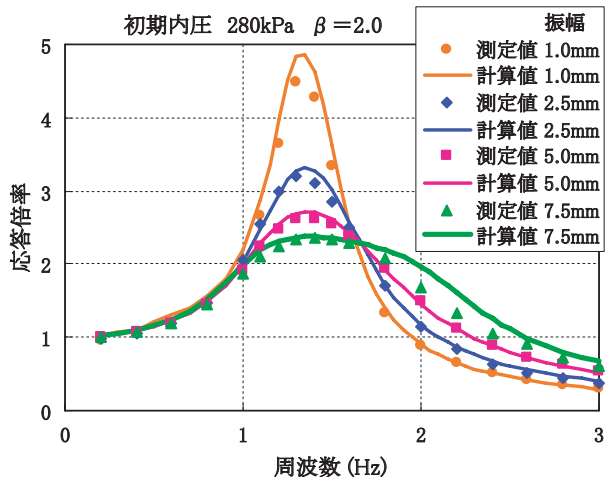


図10 自由加振試験による応答倍率 ($\beta=2.0$)

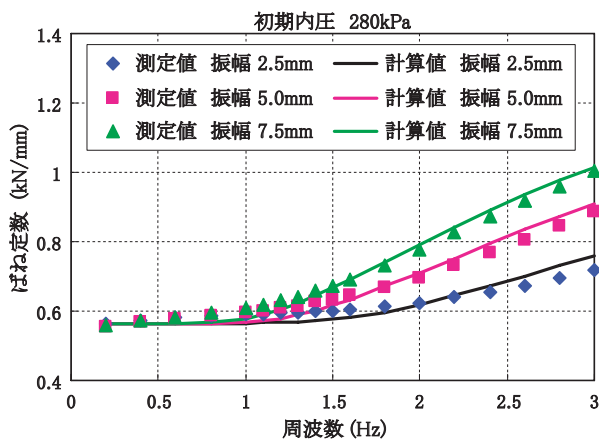


図9 強制加振試験による動ばね定数

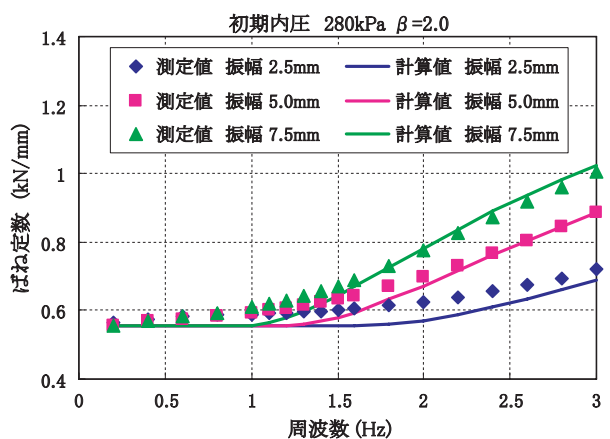


図11 強制加振試験による動ばね定数 ($\beta=2.0$)

特集：車両技術

= 1, 1.7, 2) について計算すると、減衰特性および加振振幅に依存しないほぼ同じ値となる (図12)。 $\beta=1$ での R_1 は実験式⁶⁾

$$R_1 = \frac{1.2348}{d^3} \quad (14)$$

による $R_1=3.66 \times 10^5$ を、 $\beta=1.7$ および2での R_β は測定値から得られた値を用いた。1Hz以下の低周波では空気ばね本体と補助空気室の差圧が小さいため、オリフィスを通る空気の流れが小さく、発生する減衰力に違いが生じないためと考えられる。したがって、車体のロール運動の固有振動は一般に1Hz以下であることから、車体のロール運動を考慮した車両の計算モデルに従来のモデルを使用しても、計算結果に違いは表れないと考えられる。

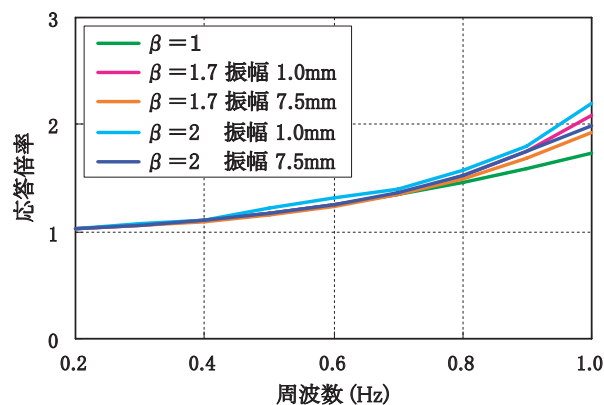


図12 3種類の減衰特性による応答倍率

5. まとめ

在来線通勤車用ボルスタレス台車に使用されている空気ばねを用いた性能確認試験の結果、空気ばねの基本特性として以下のことが確認できた。

- (1) 受圧面積は、変位が大きくなると線形近似から大きくずれるため、大変位を扱う際には受圧面積の非線形性を考慮する必要がある。
- (2) 空気ばねの容積変化率は初期内圧及び変位に依らずほぼ等しく、有効受圧面積とほぼ同じ値である。
- (3) 低周波での動ばね定数はオリフィス開放時のばね定

数にほぼ等しく、静ばね定数の約1.3倍になっている。

- (4) 空気ばねの上下系非線形モデルについて検討した結果、空気ばねの減衰特性は粘性減衰 ($\beta=1$) および速度2乗減衰 ($\beta=2$) のどちらでもなく、速度の1.7乗に比例するとした非線形減衰とすることで計算値と測定値がよく一致することが確認できた。
- (5) 1Hz以下の振動応答、例えば車体のロール運動を考慮した車両の計算モデルでは、従来のモデルを使用しても計算結果に違いは表れない。

今後、新幹線など他の空気ばねについても減衰特性の確認を行う予定である。その後、高さ調整弁や差圧弁を含めた車体上下支持装置のモデル化を行い、急曲線低速走行時の輪重抜け防止のための車体上下支持装置の特性改善について検討する予定である。

謝辞

空気ばねの性能確認試験にご協力頂いた株式会社ブリヂストンの関係者に感謝致します。

文献

- 1) 國枝正春：空気ばね車両の上下振動の理論と実験，鉄道技術研究報告，Vol.3, No.6, 1958
- 2) 小田尚輝，西村誠一：空気ばね懸架の振動特性とその設計，機械学会論文集，Vol.35, No.273, 1969
- 3) 小柳志郎：空気ばね車両の上下振動絶縁法，鉄道技術研究報告，Vol.287, No.1137, 1980
- 4) JIS E 4206 鉄道車両用ばね装置
- 5) M.Berg：A Three-Dimensional Airspring Model with Friction and Orifice Damping，Proceedings of the 16th IAVSD Symposium on Dynamics of Vehicles on Roads and Tracks, Pretoria, South Africa, 1999. Journal of Vehicle System Dynamics, 33.
- 6) 小田尚輝，西岡邦夫，西村誠一：空気ばねオリフィスの制振効果について，住友金属，Vol.16, No.3, 1964