

剛性マトリクス法と FEM を結合させた広域な地震動評価方法

川西 智浩* 室野 剛隆*

Estimation of Strong Ground Motion in Wide Area Based on Coupling of
Stiffness Matrices Method and FEM Analysis

Tomohiro KAWANISHI Yoshitaka MURONO

Railway structures are often constructed near the active faults in the Japanese islands. In order to improve the safety of trains running on railway structures, therefore, it is important to predict an earthquake ground motion taking into account the effect of the active fault. We first have estimated the characteristics of propagation of the earthquake motions in the wide areas having the active fault using “Stiffness Matrices Method”, and next we have developed a method to predict near-fault ground motions by coupling the results of Stiffness Matrices Method with 2-D FEM analyses.

キーワード：断層近傍地震動，剛性マトリクス法，FEM 解析，カップリング

1. はじめに

日本列島にはこれまで判明しているだけでも非常に多くの活断層が存在しており，それらの活断層の近傍を走行している鉄道も多い。したがって，鉄道システム全体の地震時安全性を向上させるためには，構造物や車両の挙動予測の精度向上も大きなポイントであるが，活断層の影響を考慮した地震動をいかに合理的に予測するか，という点も非常に重要である。

断層近傍における地震動を評価するための解析手法には，以下の2つの要素が求められる。

- (1) 震源断層を含めた数十～百 km オーダーの岩盤領域をモデル化し，地震動の伝播過程を評価する。
- (2) 堆積層における地盤の非線形性や地形の影響を評価できるような地盤のモデル化を行い，地震動の局所的な変化を評価する。ただし，新幹線の走行速度等を考えると，0.5～1km 程度の解析領域が必要である。

しかし，(1) と (2) の要素を同時に満足させるような評価手法の構築は非常に難しい。そこで本研究では，(1) に示した断層近傍の地震動の伝播特性を評価する手法として剛性マトリクス法¹⁾を用いた3次元解析を実施する。また(2)の局所的な地盤の変化を評価するための解析手法としては2次元FEM解析を用いて，(1) と (2) の影響をそれぞれ独立に評価することとし，それぞれの解析手法の影響をカップリングさせることで，断層近傍における地震動の評価を行うこととした(図1)。

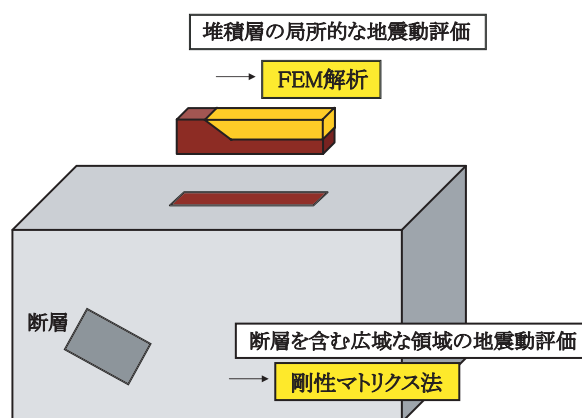


図1 解析手法のイメージ図

2. 断層を含む広域な領域の地震動評価

2.1 解析手法

地盤～構造物～車両という鉄道システム全体の安全性向上を考える場合には，数多くのパラメータスタディを実施する必要がある。そのためには，本検討で用いる広域な領域の地震動伝播特性の評価手法には，計算速度が速いことや安定して計算できることが求められる。そこで本検討では，これらの条件にあてはまる剛性マトリクス法¹⁾を適用することにした。剛性マトリクス法は，取り扱うことのできる地盤が水平成層地盤に限られるが，現状の深い地盤の調査精度を考えれば，深層地盤の形状や地盤物性を詳細に知ることは困難であると考えられるため，断層を含むような深層地盤を水平成層地盤としてモデル化しても，工学的には十分有用であると思われる。

* 構造物技術研究部（耐震構造）

特集：防災技術

例えば、図2に示す水平成層地盤を仮定する。地震動伝播特性の表現方法として地震学の分野で開発された伝達マトリクスを用いた定式化では、第*i*層における変位・応力の関係は式(1)で表わされる。

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{u}^{(i)}(z_i) \\ \boldsymbol{\tau}^{(i)}(z_i) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_{11}^{(i)} & \mathbf{P}_{12}^{(i)} \\ \mathbf{P}_{21}^{(i)} & \mathbf{P}_{22}^{(i)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u}^{(i)}(z_{i-1}) \\ \boldsymbol{\tau}^{(i)}(z_{i-1}) \end{Bmatrix} \quad (1)$$

ここで、 \mathbf{u} , $\boldsymbol{\tau}$ はそれぞれ変位ベクトル、応力ベクトルを表しており、 \mathbf{P} が伝達マトリクスである。また、 z_{i-1} , z_i はそれぞれ第*i*層における上面・下面の深さである。式(1)は第*i*層における上面と下面の変位・応力の関係を表しているが、各層について同様の定式化を行い、それぞれの式を重ね合わせの原理により重ね合わせて方程式を作成して解くことで、地表面変位を求めることができる。

これに対し、本研究で用いる剛性マトリクス法は、各層における変位と応力の関係を、剛性マトリクス \mathbf{K} を用いて定式化することがポイントである。まず、第*i*層における変位と応力の関係は、式(1)を書き換えることで式(2)のように表わすことができる。

$$\begin{Bmatrix} -\boldsymbol{\tau}^{(i)}(z_{i-1}) \\ \boldsymbol{\tau}^{(i)}(z_i) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{11}^{(i)} & \mathbf{K}_{12}^{(i)} \\ \mathbf{K}_{21}^{(i)} & \mathbf{K}_{22}^{(i)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u}^{(i)}(z_{i-1}) \\ \mathbf{u}^{(i)}(z_i) \end{Bmatrix} \quad (2)$$

次に、図2に示すように第*k*層が断層を含んでいると仮定すると、第*k*層における変位と応力の関係は、震源の影響を表す外力ベクトル \mathbf{q} を用いて、式(3)のように表すことができる。

$$\begin{Bmatrix} -\boldsymbol{\tau}^{(k)}(z_{k-1}) \\ \boldsymbol{\tau}^{(k)}(z_k) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{11}^{(k)} & \mathbf{K}_{12}^{(k)} \\ \mathbf{K}_{21}^{(k)} & \mathbf{K}_{22}^{(k)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u}^{(k)}(z_{k-1}) \\ \mathbf{u}^{(k)}(z_k) \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} \mathbf{q}_s^{(k)}(z_{k-1}) \\ \mathbf{q}_s^{(k)}(z_k) \end{Bmatrix} \quad (3)$$

このように剛性マトリクス法では、断層の破壊を外力としてモデル化し、定式化を行う。

最後に、第*m*層の半無限地盤においては、

$$-\boldsymbol{\tau}^{(m)}(z_{m-1}) = \mathbf{K}_{half} \mathbf{u}^{(m)}(z_{m-1}) \quad (4)$$

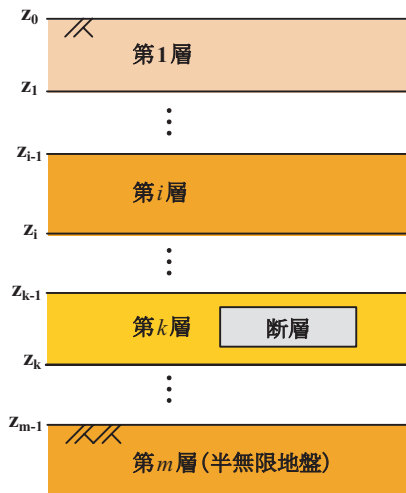


図2 水平成層地盤モデル

という式が成立する。ここで、 \mathbf{K}_{half} は半無限地盤における剛性マトリクスである。

また、各層における境界条件として、以下の2つの条件が成立する。

- (1) 地震による自由地盤の応答を考える場合、各層の境界面に外力が働かないので、境界面における応力は連続である。つまり、次式が成立する。

$$\boldsymbol{\tau}^{(i)}(z_i) = \boldsymbol{\tau}^{(i+1)}(z_i) \quad (5)$$

- (2) 各層の境界面における変位は連続である。つまり、深さ z_i における変位を $\mathbf{u}(z_i)$ とおくと、次式が成立する。

$$\mathbf{u}(z_i) = \mathbf{u}^{(i)}(z_i) = \mathbf{u}^{(i+1)}(z_i) \quad (6)$$

式(5),(6)の境界条件の下で式(2)~式(4)を重ねあわせることにより剛性方程式を作成すると、式(7)のようになる。

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{q}_s^{(k)}(z_{k-1}) \\ \mathbf{q}_s^{(k)}(z_k) \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{11}^{(1)} & & & & & \mathbf{0} \\ & \ddots & & & & \\ & & \mathbf{K}_{22}^{(k-1)} + \mathbf{K}_{11}^{(k)} & & & \\ & & \mathbf{K}_{21}^{(k)} & & & \\ & & & \mathbf{K}_{22}^{(k)} + \mathbf{K}_{11}^{(k+1)} & & \\ & & & & \ddots & \\ \mathbf{0} & & & & & \mathbf{K}_{22}^{(m-1)} + \mathbf{K}_{half} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u(z_1) \\ \vdots \\ u(z_{k-1}) \\ u(z_k) \\ \vdots \\ u(z_m) \end{Bmatrix} \quad (7)$$

したがって、断層のパラメータから外力ベクトル \mathbf{q} を、また各層のパラメータより剛性マトリクス \mathbf{K} をそれぞれ求め、式(7)を解くことにより変位を求めることができる。また剛性方程式は振動数-波数領域で誘導されているため²⁾、解析解を3重フーリエ変換することにより、任意の点の地震動波形を効率的に算定することが可能である。

なお、断層の破壊の影響を表す外力ベクトル \mathbf{q} を求めるためには、断層破壊のすべり時間関数を設定する必要がある。本研究では、複雑な震源過程をモデル化した中村・宮武³⁾のすべり時間関数を用いることとした。また、実際の地震では、一つの断層の中に周辺に比べてすべり量が大きいアスペリティと呼ばれる部分が存在するが、本検討では断層のすべての部分で同じすべり量が発生するものとした。

2.2 試算例

ここでは一例として、図3に示す地盤モデルに対して、断層の大きさが8.5km×8.5kmの横ずれ断層が図4に示すすべり時間関数にしたがって破壊した場合の地震動のシミュレーションを実施する。図5は、断層破壊開始から4秒後および6秒後の地表面速度の空間分布を示した結果である。断層の破壊に伴って、地表面に時計周りの

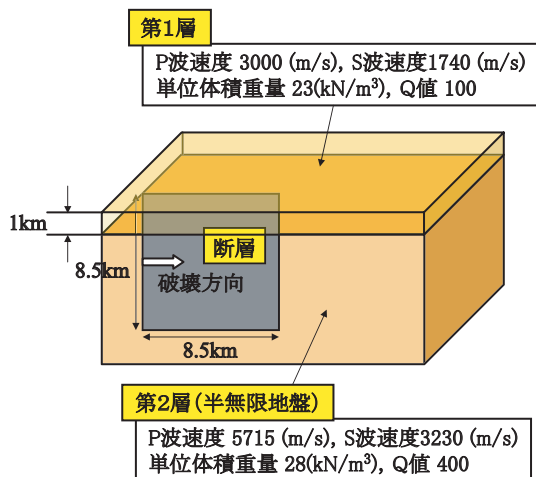


図3 計算に用いた地盤モデル

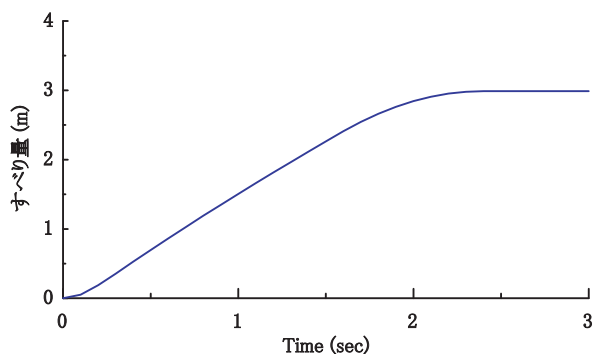
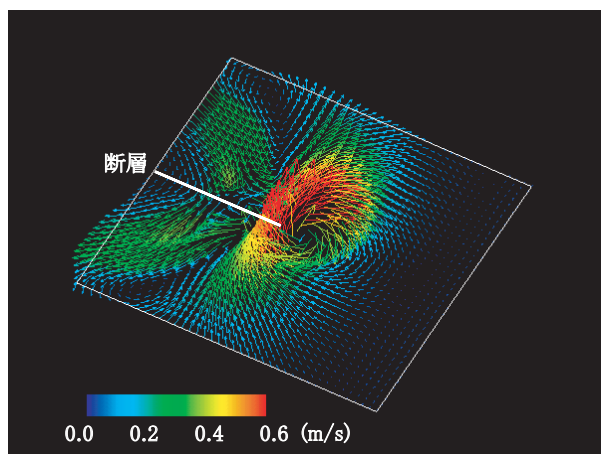
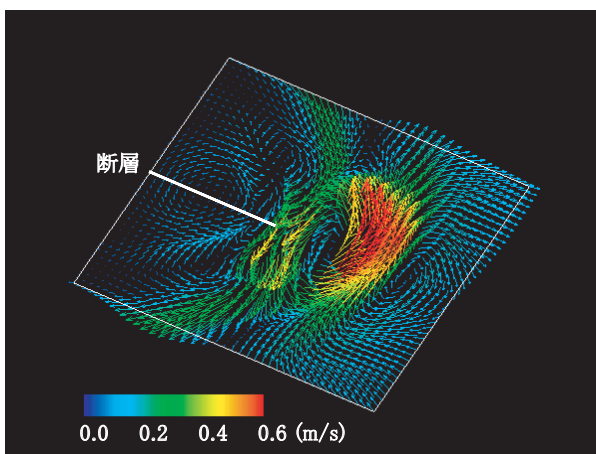


図4 設定した断層すべり量



(a) 断層破壊開始から4秒後



(b) 断層破壊開始から6秒後

図5 地表面速度の空間分布

渦と反時計回りの渦が表れ、断層の破壊方向に伝播していることがわかる。この結果、数百mしか離れていない地点で速度が逆向きに作用しており、地震動が複雑な伝播特性を有していることがわかる。

3. 剛性マトリクス法とFEM解析のカップリング

3.1 検討方法

2.に示した剛性マトリクス法を用いることで、断層を含む広域な地盤における地震動を評価することができるが、浅層地盤における局所的な地震動の空間特性の変化を評価するには、地形や地盤の非線形性を評価できるFEM解析が適している。本章では、剛性マトリクス法とFEM解析をカップリングし、剛性マトリクス法で得られた地震波をFEMモデルに入力する方法について検討を行う。

剛性マトリクス法が3次元解析であるため、本来であればFEM解析についても3次元でモデル化することが

望ましい。しかし、地震時の鉄道システムの安全性評価のためには1km程度の解析領域が必要であるため、パソコンの計算容量の問題から3次元解析を実施することが難しい。また、鉄道構造物周辺の地盤調査を行う際、線路方向に沿って土質調査を実施することが一般的であり、線路直角方向の土質調査がほとんど行われないことを考慮すると、地盤の3次元的な広がり进行评估することもできない。以上の理由より、本検討では2次元FEM解析を用いることとした。以下では、剛性マトリクス法と2次元FEM解析をカップリングする際に考慮すべき項目について整理する。

3.1.1 境界条件の設定

2次元FEM解析における境界条件の設定方法を図6に示す。剛性マトリクス法で計算した地盤内にFEMモデルをはめ込むことを想定すると、FEMモデルには底面と側面から地震波が入射することになる。特に、表面波が卓越するような場合には、側面から入射する表面波の影響を考慮できない現在の地震応答解析には問題があるこ

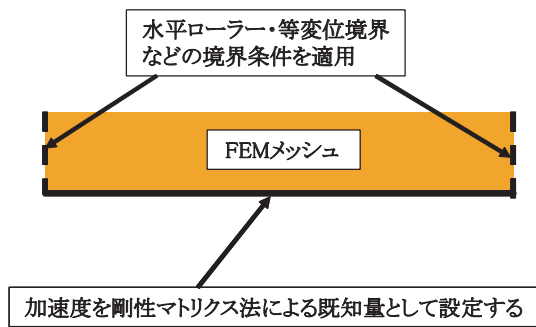


図6 2次元FEM解析における境界条件

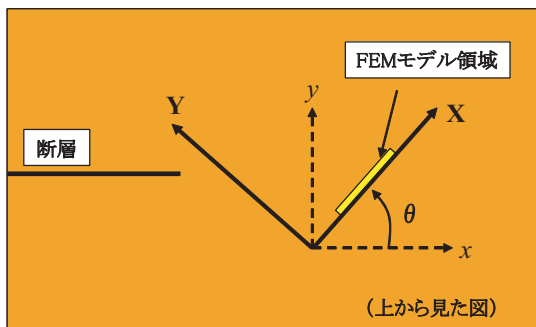


図7 座標系の回転

とが指摘されている⁴⁾。しかし、一般的には底面から入射する波のみを用いて解析を行うことが多いことから、本検討でもその方法にならって、剛性マトリクス法で得られる加速度を底面の境界条件として設定することとし、側面の境界条件としては、FEM解析で一般的に用いられる水平ローラーや等変位境界などを用いることとする。

3.1.2 地震波の回転変換

図7に示すように、剛性マトリクス法と2次元FEM解析で想定する座標系の方向は一般的に異なるため、剛性マトリクス法で得られる地震波を、式(8)を用いて回転変換することにより、2次元FEMモデルに入力する地震波を算定する。

$$\begin{cases} X = x \cos \theta + y \sin \theta \\ Y = -x \sin \theta + y \cos \theta \end{cases} \quad (8)$$

3.1.3 地震波の補間

2次元FEMモデルにおけるメッシュ間隔は、概ね1m程度とすることが一般的である。剛性マトリクス法と2次元FEM解析をカップリングさせる場合、2次元FEMモデルにおける底面の各節点にそれぞれ異なる波を入力することになるが、剛性マトリクス法により1m間隔の地震波をすべて算定することは、解析時間等の制約から困難であり、一般的には剛性マトリクス法における波形の出力間隔は、FEMモデルの節点間隔よりも長くなる。

したがって、2次元FEM解析を実施するためには、式(8)で回転変換した波を補間することにより、底面の各節点に入力する地震波を設定する必要がある。本検討で

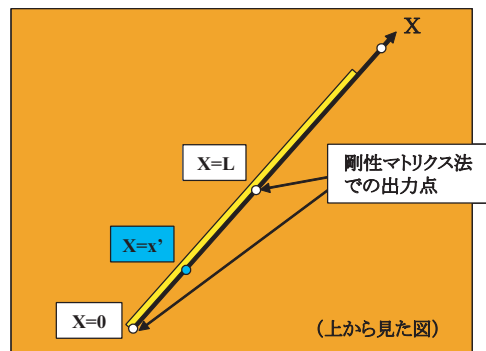


図8 地震波の補間

は、川上ら⁵⁾が提案している手法を用いて、周波数領域において地震波の補間を行うこととした。

図8のように剛性マトリクス法による出力点 $X=0, L$ があり、その2点間に地点 $X=x' (0 \leq x' \leq L)$ があるとす。まず、出力点 $X=0, L$ の時刻歴波形 $f_0(t), f_L(t)$ のフーリエ変換を $C_0(\omega), C_L(\omega)$ とすると、

$$C_0(\omega) = |C_0(\omega)| \exp\{i\phi_0(\omega)\} \quad (9)$$

$$C_L(\omega) = |C_L(\omega)| \exp\{i\phi_L(\omega)\} \quad (10)$$

と表すことができる。ここで、 $|C_0(\omega)|, |C_L(\omega)|$ は振幅を、 $\phi_0(\omega), \phi_L(\omega)$ は位相を示している。ここで、地点 $X=x'$ の地震波のフーリエ変換 $C_{x'}(\omega)$ を、 $C_0(\omega), C_L(\omega)$ の距離による重みづけ相乗平均により補間すると、

$$C_{x'}(\omega) = |C_L(\omega)|^{\frac{L-x'}{L}} |C_0(\omega)|^{\frac{x'}{L}} \cdot \exp\left\{i\left\{\phi_0(\omega) + \frac{x'}{L}(\phi_L(\omega) - \phi_0(\omega))\right\}\right\} \quad (11)$$

となる。これを逆フーリエ変換することで、地点 x' の時刻歴波形 $f_{x'}(t)$ を求めることができる。ただし、位相には 2π の周期性があるので、 $\phi_0(\omega), \phi_L(\omega)$ の値から $\phi_L(\omega) - \phi_0(\omega)$ を一意に決定することができない。ここでは、2地点 $0, L$ 間の見かけの波の位相速度 c を時刻歴波形 $f_0(t), f_L(t)$ の相互相関関数から算出し、位相の変化量 $\phi_L(\omega) - \phi_0(\omega)$ から求まる位相速度と見かけの波の位相速度 c が概ね同じ値になるように、式(12)をみたす $\phi_L(\omega) - \phi_0(\omega)$ を採用することとした。

$$-\frac{\omega L}{c} - \pi < \phi_L(\omega) - \phi_0(\omega) \leq -\frac{\omega L}{c} + \pi \quad (12)$$

3.2 試算例

ここでは一例として、2.2において剛性マトリクスの試算を行った図3の地盤内に、二層系の不整形地盤が図9に示すように配置されている場合を想定し、以下の2ケース(図10)について、不整形地盤を面外方向に加振し2次元FEM解析を行う。

(Case1) 3.1に示した条件で剛性マトリクス法と2次元

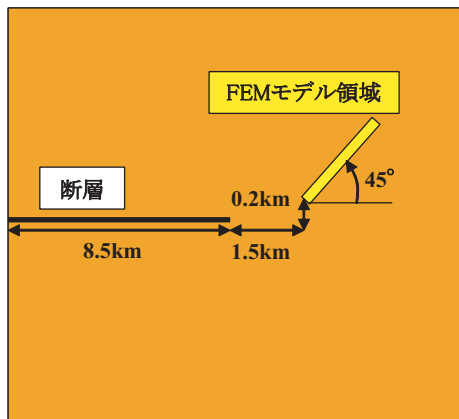


図9 解析モデル全体図

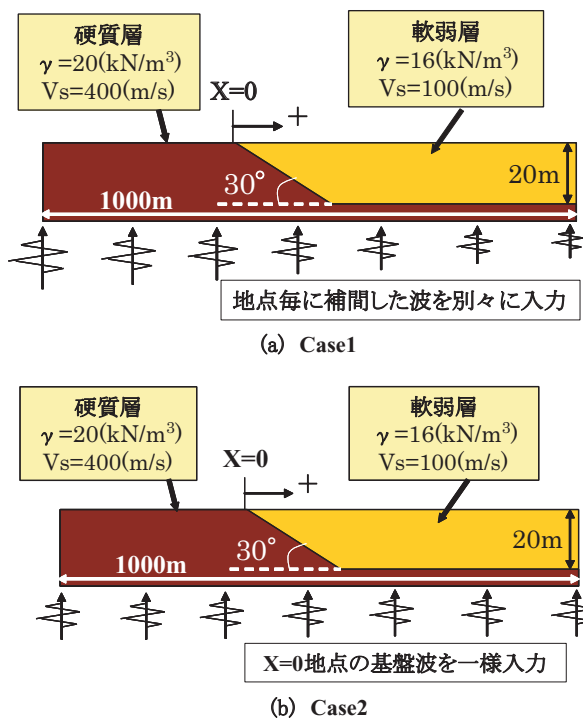


図10 FEM解析の解析ケース

FEM解析のカップリングを行い、不整形地盤の底面の各節点に別々の地震波を入力する。

(Case2) Case1において、 $X=0$ (m)地点(硬質層傾斜部の始点)に入力される波形を取り出し、この波形を底面の全地点に一様入力する。

軟弱層及び硬質層については地盤の非線形性を考慮し、非線形構成則としてはROモデルを用いた。

まず、Case1とCase2における加速度コンター図を図11および図12に示す。図では断層破壊開始の4.5秒後から1秒間のコンター図を0.1秒おきに示している。波形を一様入力したCase2に着目すると、硬質層が傾斜している地点付近で波が発生し、水平方向に伝播していることがわかる。この影響で、硬質層傾斜部付近で地震動が増幅しているものの、傾斜部から離れた地点ではほぼ同

じ加速度となっている。これに対しCase1では、底面に入力される地震波がすでに時間差を伴っているため、水平成層地盤とみなせる地点でも地震波が地表面に到達する時間が異なっていることがわかる。これに加えて、硬質層傾斜部ではCase2と同様に、水平方向に伝播する波が発生するため、複雑な地震動伝播特性を有することになる。

次に、Case1における地表面代表5地点の加速度波形を図13に示す。同じ硬質層が堆積する $X=-400$ (m)地点と $X=0$ (m)地点を比較しても、最初に振幅の大きな波が到達する時刻が、断層から離れるにしたがって遅くなっており、断層から生じる波の伝播の影響が地表面に表れていることがわかる。さらに軟弱層が堆積している $X > 0$ の領域では、軟弱層のせん断弾性波速度が遅い影響もあって、波の到達時刻が0.3~0.4(秒)も遅くなる。さらに時間が経過すると、断層から伝播する直達波と硬質層傾斜部から発生して水平方向に伝播する波の影響で、同じ時刻でも加速度の振幅方向が逆になっている場合があり($t=5.65$ (秒)), 線状構造物である鉄道構造物がこのような地点にある場合には、構造物間に大きな変位差が生じることが想定される。

したがって、断層近傍における鉄道システムの地震時安全性を検査する場合には、本検討のように断層からの波動伝播特性と表層地盤特性の両方を考慮することが重要であると言える。

4. 結論

本研究では、断層を含む地盤の波動伝播特性を、剛性マトリクス法を用いて明らかにするとともに、剛性マトリクス法と2次元FEM解析をカップリングする方法を示し、断層が破壊した場合の地表面波形の試算を行った。その結果、以下の知見が得られた。

- (1) 剛性マトリクス法のみを用いた試算の結果、断層の破壊に伴って、地表面に時計回りの渦と反時計回りの渦が表れて断層の破壊方向に伝播し、その結果として数百mしか離れていない地点で速度が逆向きに作用しており、地震動が複雑な伝播特性を有していることがわかった。
- (2) 軟弱層と硬質層の二層系からなる地盤を想定した場合、剛性マトリクス法と2次元FEM解析のカップリングを考慮することで、基盤位置に異なる波が入射され、その結果、地点毎に到達時刻や位相特性が異なる波が到達する。地盤の不整形性が強い領域では、さらに硬質層の傾斜部から発生して水平方向に伝播する波の影響も重なるため、非常に複雑な地震動伝播特性を有する。
- (3) 以上の結果より、断層近傍にある鉄道構造物の地震時の安全性を検査するためには、基盤と表層地盤の

特集：防災技術

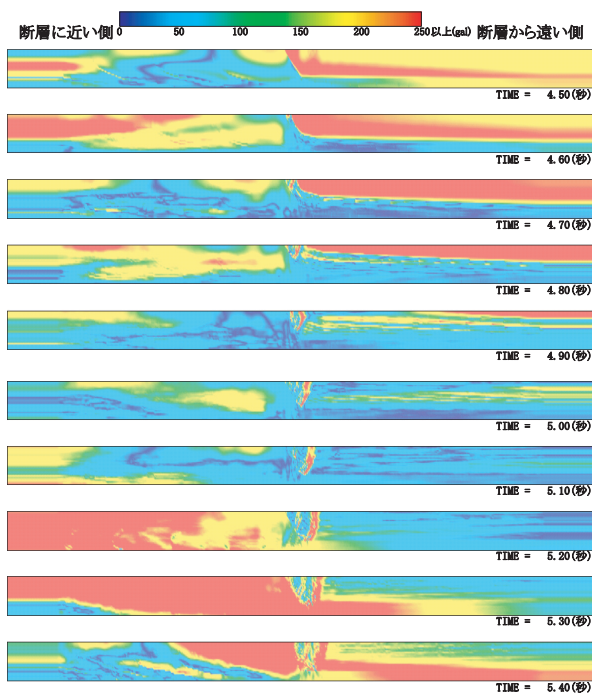


図 11 Case1 (カップリング) の加速度コンター図
(縦方向の縮尺 3 倍)



図 12 Case2 (一様入力) の加速度コンター図
(縦方向の縮尺 3 倍)

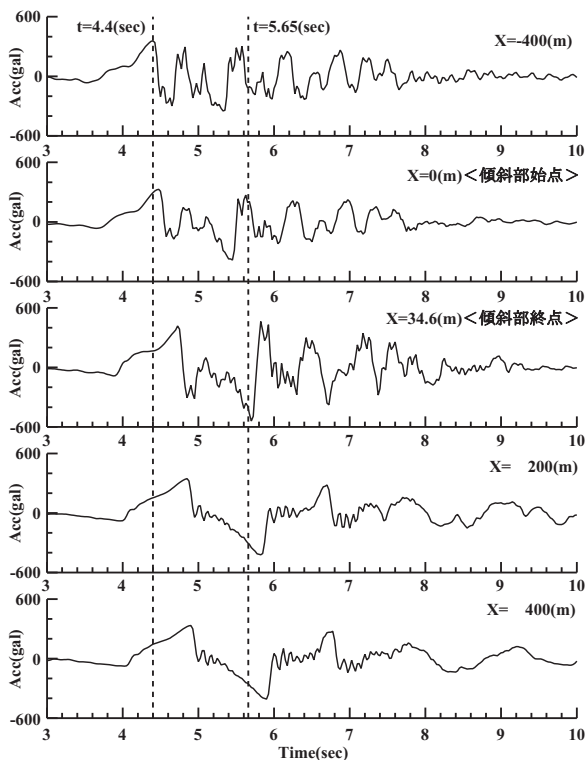


図 13 地表面加速度波形 (Case1)

波動伝播特性を両方加味する必要があり、剛性マトリクス法と2次元FEM解析のカップリングを用いることでそれらの影響を考慮できることがわかった。なお、本文でも記したように、本研究における剛性マトリクス法と2次元FEM解析のカップリングにおける境

界条件の設定方法についてはまだ問題点も残っており、この点も含めて今後さらに検討を実施する予定である。

謝 辞

本研究の実施にあたり、宮崎大学の原田隆典教授ならびに王宏沢博士には、剛性マトリクス法の解析手法に関する貴重な御指導ならびに御助言を頂いた。ここに感謝の意を記す。また本研究は、国土交通省からの補助金を受けて得られた研究成果の一部である。

文 献

- 1) 原田隆典, 王宏沢: 剛性マトリクスによる水平成層地盤の波動解析, 地震2, Vol.57, pp.387-392, 2005
- 2) Kausel, E. and Roesset, J.M.: Stiffness matrices for layered soils, Bulletin of the Seismological Society of America, Vol.71, No.6, pp.1743-1761, 1981
- 3) 中村洋光, 宮武隆: 断層近傍地震動シミュレーションのための滑り時間関数の近似式, 地震2, Vol.53, pp.1-9, 2000
- 4) 飯田昌弘: 現在の地震応答解析における重大な問題点, 第26回地震工学研究発表会講演論文集, pp.981-984, 2001
- 5) 川上英二, 佐藤誠一, 茂木秀則: 周波数領域での相乗平均を用いた地震波形の内挿方法, 第10回日本地震工学シンポジウム論文集, Vol.10-1, pp.953-958, 2001